This is a reproduction of a library book that was digitized by Google as part of an ongoing effort to preserve the information in books and make it universally accessible.

Google™ books

https://books.google.com

Informazioni su questo libro

Si tratta della copia digitale di un libro che per generazioni è stato conservata negli scaffali di una biblioteca prima di essere digitalizzato da Google nell'ambito del progetto volto a rendere disponibili online i libri di tutto il mondo.

Ha sopravvissuto abbastanza per non essere più protetto dai diritti di copyright e diventare di pubblico dominio. Un libro di pubblico dominio è un libro che non è mai stato protetto dal copyright o i cui termini legali di copyright sono scaduti. La classificazione di un libro come di pubblico dominio può variare da paese a paese. I libri di pubblico dominio sono l'anello di congiunzione con il passato, rappresentano un patrimonio storico, culturale e di conoscenza spesso difficile da scoprire.

Commenti, note e altre annotazioni a margine presenti nel volume originale compariranno in questo file, come testimonianza del lungo viaggio percorso dal libro, dall'editore originale alla biblioteca, per giungere fino a te.

Linee guide per l'utilizzo

Google è orgoglioso di essere il partner delle biblioteche per digitalizzare i materiali di pubblico dominio e renderli universalmente disponibili. I libri di pubblico dominio appartengono al pubblico e noi ne siamo solamente i custodi. Tuttavia questo lavoro è oneroso, pertanto, per poter continuare ad offrire questo servizio abbiamo preso alcune iniziative per impedire l'utilizzo illecito da parte di soggetti commerciali, compresa l'imposizione di restrizioni sull'invio di query automatizzate.

Inoltre ti chiediamo di:

+ *Non fare un uso commerciale di questi file* Abbiamo concepito Google Ricerca Libri per l'uso da parte dei singoli utenti privati e ti chiediamo di utilizzare questi file per uso personale e non a fini commerciali.

+ *Non inviare query automatizzate* Non inviare a Google query automatizzate di alcun tipo. Se stai effettuando delle ricerche nel campo della traduzione automatica, del riconoscimento ottico dei caratteri (OCR) o in altri campi dove necessiti di utilizzare grandi quantità di testo, ti invitiamo a contattarci. Incoraggiamo l'uso dei materiali di pubblico dominio per questi scopi e potremmo esserti di aiuto.

+ *Conserva la filigrana* La "filigrana" (watermark) di Google che compare in ciascun file è essenziale per informare gli utenti su questo progetto e aiutarli a trovare materiali aggiuntivi tramite Google Ricerca Libri. Non rimuoverla.

+ *Fanne un uso legale* Indipendentemente dall'utilizzo che ne farai, ricordati che è tua responsabilità accertati di farne un uso legale. Non dare per scontato che, poiché un libro è di pubblico dominio per gli utenti degli Stati Uniti, sia di pubblico dominio anche per gli utenti di altri paesi. I criteri che stabiliscono se un libro è protetto da copyright variano da Paese a Paese e non possiamo offrire indicazioni se un determinato uso del libro è consentito. Non dare per scontato che poiché un libro compare in Google Ricerca Libri ciò significhi che può essere utilizzato in qualsiasi modo e in qualsiasi Paese del mondo. Le sanzioni per le violazioni del copyright possono essere molto severe.

Informazioni su Google Ricerca Libri

La missione di Google è organizzare le informazioni a livello mondiale e renderle universalmente accessibili e fruibili. Google Ricerca Libri aiuta i lettori a scoprire i libri di tutto il mondo e consente ad autori ed editori di raggiungere un pubblico più ampio. Puoi effettuare una ricerca sul Web nell'intero testo di questo libro da `http://books.google.com`

Digitized by Google

P 5?12

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

VOLUME SESSANTUNESIMO

1925-1926

TORINO
Libreria FRATELLI BOCCA
Via Carlo Alberto, 3.
1926

Digitized by Google

Torino — Stabilimento Tipografico Vincenzo Bona

Digitized by Google

PRESIDENTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE DI TORINO

dalla sua fondazione

ELEZIONE	PRESIDENTI PERPETUI(*)
1783, 25 luglio	**Saluzzo di Monesiglio** (conte Giuseppe Angelo). Offrì le dimissioni dalla carica e furono accettate (7 settembre 1788) conferendogli il titolo di *Presidente emerito.*
„ „	**La Grange Tournier** (Giuseppe Luigi), *Onorario.*
1788, 30 novembre	**Morozzo di Bianzé** (conte Carlo Lodovico).
1801, 24 gennaio (4 piovoso a. IX)	**Saluzzo** (cittad. Angelo Giuseppe) ex-conte di Monesiglio.
1801, 15 febbraio	Col Regolamento del 26 piovoso anno IX (15 febbr. 1801) essendosi stabilito che l'Accademia Nazionale rinnovata col *Decreto della Commissione esecutiva del Piemonte* del 22 nevoso anno IX (17 gennaio 1801) non avesse più che due presidenti di classe, cessarono queste funzioni del Saluzzo.
1804, 25 febbraio (5 ventoso a. XII)	**Bonaparte** (Napoleone) primo console della Repubblica Francese, *Onorario.*
1815, 25 novembre	**Balbo di Vinadio** (conte Prospero).
1837, 26 „	**Lascaris di Ventimiglia** (marchese Agostino).
1838, 18 „	**Saluzzo di Monesiglio** (conte Alessandro).
1851, 18 dicembre	**Plana** (barone Giovanni).
1864, 1° maggio	**Sclopis di Salerano** (conte Federigo).

(*) Dal volume *Il primo secolo della R. Accademia delle Scienze di Torino. Notizie storiche e bibliografiche (1783-1883).* Torino, 1883, pag. 141.

Digitized by Google

ELEZIONE	PRESIDENTI TRIENNALI (*)
1879, 9 marzo	**Ricotti** (Ercole).
1882, 12 febbraio	**Ricotti** (Ercole) rieletto.
1883, 6 maggio	**Fabretti** (Ariodante).
1885, 12 aprile	**Genocchi** (Angelo).
1888, 8 „	**Genocchi** (Angelo) rieletto.
1889, 28 „	**Lessona** (Michele) termina il 2° triennio iniziato dal GENOCCHI.
1891, 24 maggio	**Lessona** (Michele).
1894, 24 giugno	**Lessona** (Michele) rieletto, † 20 luglio 1894.
1895, 13 gennaio	**Carle** (Giuseppe).
1898, 9 „	**Carle** (Giuseppe) rieletto.
1901, 13 „	**Cossa** (Alfonso) † 23 ottobre 1902.
1902, 14 dicembre	**D'Ovidio** (Enrico) termina il triennio iniziato dal COSSA.
1904, 21 febbraio	**D'Ovidio** (Enrico).
1907, 17 marzo	**D'Ovidio** (Enrico) rieletto.
1910, 24 aprile	**Boselli** (Paolo).
1913, 18 maggio	**Boselli** (Paolo) rieletto.
1916, 28 „	**Camerano** (Lorenzo) † 22 novembre 1917.
1918, 3 febbraio	**Naccari** (Andrea) continua il triennio iniziato dal CAMERANO.
1919, 27 aprile	**Naccari** (Andrea).
1922, 7 maggio	**Ruffini** (Francesco).
1925, 3 „	**Ruffini** (Francesco).

(*) A norma dell'art. 3 dello *Statuto della Reale Accademia delle Scienze di Torino*, approvato con R. Decreto 2 febbraio 1882, il Presidente dura in carica un triennio e può essere rieletto per un altro triennio.

Digitized by Google

ELENCO

DEGLI

ACCADEMICI RESIDENTI, NAZIONALI NON RESIDENTI STRANIERI E CORRISPONDENTI

AL 31 DICEMBRE 1925

NB. — *Negli elenchi degli Accademici la prima data è quella dell'elezione, la seconda quella del R. Decreto che approva l'elezione.*

PRESIDENTE

Ruffini (Francesco), Senatore del Regno, Professore stabile di diritto ecclesiastico nella R. Università di Torino, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, Grand' Uff. ✱ e ⊞. — *Torino, Via Principe Amedeo, 22.*

Rieletto alla carica il 3 maggio 1925 per il triennio dal 20 aprile 1925 al 19 aprile 1928 (R. D. 2 luglio 1925).

VICE-PRESIDENTE

Parona (Nob. Carlo Fabrizio), Professore stabile di Geologia nella R. Università di Torino, già Rettore della R. Università. Comm. ✱ e ⊞.

Rieletto alla carica il 3 maggio 1925 per il triennio dal 20 aprile 1925 al 19 aprile 1928 (R. D. 2 luglio 1925).

TESORIERE

Panetti (Modesto), Professore stabile di meccanica applicata alle macchine e di Costruzioni Aeronautiche nel R. Politecnico di Torino, Corrispondente della R. Accademia dei Lincei, Comm. ✱ e ⊞. — *Via S. Francesco da Paola, 36.*

Eletto alla carica il 15 novembre 1925 per il triennio dal 1° luglio 1925 al 30 giugno 1928.

Digitized by Google

CLASSE DI SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Direttore

Somigliana (nob. Carlo), Professore stabile di Fisica matematica nella R. Università di Torino, Preside della Facoltà di Scienze, Comm. ✱ e ⊞. — *Corso Vinzaglio, 75.*

Eletto alla carica il 28 dicembre 1924 per completare il triennio del predecessore, cioè fino all'8 febbraio 1926 (R. D. 1° marzo 1925).

Segretario

Mattirolo (Oreste), Professore stabile di Botanica nella R. Università di Torino, ✱ e Gr. Uff. ⊞. — *Torino, Orto Botanico (al Valentino).*

Eletto alla carica il 25 giugno 1922 per il triennio dall'11 giugno 1922 al 10 giugno 1925.

ACCADEMICI RESIDENTI

D'Ovidio (Enrico), Senatore del Regno, Professore emerito di Algebra e Geometria analitica nella R. Università di Torino, Gr. Uff. ✱ e ⊞. — *Torino, Via Sebastiano Valfrè, 14.*

29 dicembre 1878 - 16 gennaio 1879. — Pensionato 28 novembre 1889.

Naccari (Andrea), Professore emerito della R. Università di Torino, Comm. ✱ e ⊞. — *Torino, Via Sant'Anselmo, 6.*

5 dicembre 1880 - 23 dicembre 1880. — Pensionato 8 giugno 1893.

Peano (Giuseppe), Professore stabile di Calcolo infinitesimale nella R. Università di Torino, ✱ e Comm. ⊞. — *Torino, Via Barbaroux, 4.*

25 gennaio 1891 - 5 febbraio 1891. — Pensionato 22 giugno 1899.

Guidi (Camillo), Professore stabile di Statica grafica e Scienza delle costruzioni, Uff. ✱, Gr. Uff. ⊞. — *Torino, Corso Valentino, 7.*

31 maggio 1896 - 11 giugno 1896. — Pensionato 11 giugno 1903.

Parona (Nob. Carlo Fabrizio), *predetto.*

15 gennaio 1899 - 22 gennaio 1899. — Pensionato 21 gennaio 1909.

Digitized by Google

Mattirolo (Oreste), *predetto.*
10 marzo 1901 - 16 marzo 1901. — Pensionato 15 dicembre 1910.

Grassi (Guido), Professore stabiledi Elettrotecnica nella R. Scuola d'ingegneria di Torino, Uff. ✱, Comm. ⊞. — *Torino, Via Cernaia, 40.*
9 febbraio 1902 - 23 febbraio 1902. — Pensionato 30 novembre 1911.

Somigliana (nob. Carlo), *predetto.*
5 marzo 1905 - 27 aprile 1905. — Pensionato 20 luglio 1913.

Panetti (Modesto), *predetto.*
24 gennaio 1915 - 14 febbraio 1915. — Pensionato 27 aprile 1919.

Ponzio (Giacomo), Professore stabile di chimica generale nella R. Università di Torino, ⊞. — *Torino, Corso Massimo d'Azeglio, 48.*
10 marzo 1918 - 21 marzo 1918. — Pensionato 28 ottobre 1923.

Sacco (Federico), Prof. stabile di Geologia applicata nella R. Scuola d'ingegneria e Prof. di Paleontologia nella R. Università di Torino, Gr. Uff. ⊞. — *Torino, Corso Vittorio Emanuele II, 18.*
10 marzo 1918 - 21 marzo 1918. — Pensionato 19 maggio 1924.

Majorana (Quirino), Professore stabile di Fisica sperimentale nella R. Università di Bologna, Comm. ✱ e ⊞. — *Bologna, Via Irnerio, 46.*
10 marzo 1918 - 21 marzo 1918. — Pensionato 1° marzo 1925.

Herlitzka (Amedeo), Professore stabile di Fisiologia nella R. Università di Torino, ⊞. — *Torino, Corso Re Umberto, 60.*
25 gennaio 1920 - 19 febbraio 1920.

Pochettino (Alfredo), Professore stabile di Fisica sperimentale e Rettore della R. Università di Torino, ✱ e ⊞. — *Torino, Via Giuria, 1.*
25 gennaio 1920 - 19 febbraio 1920.

Boggio (Tommaso), Prof. stabile di Meccanica superiore nella R. Università di Torino, ✱, Comm. ⊞. — *Torino, Via Ottavio Revel, 5.*
17 febbraio 1924 - 13 marzo 1924.

Garelli (Felice), Prof. di chimica tecnologica e Direttore della R. Scuola d'ingegneria di Torino, ⊞. — *Torino, Corso Duca di Genova, 1.*
17 febbraio 1924 - 13 marzo 1924.

Pierantoni (Umberto), Professore stabile di Zoologia nella R. Università di Torino. — *Torino, Palazzo Carignano.*
17 febbraio 1924 - 13 marzo 1924.

Repossi (Emilio), Professore stabile di Mineralogia nella R. Università di Torino. — *Torino, Via Cibrario, 61.*
22 marzo 1925 - 7 maggio 1925.

Digitized by Google

ACCADEMICI NAZIONALI NON RESIDENTI

Volterra (Vito), Senatore del Regno, Professore stabile di Fisica matematica nella R. Univ. di Roma, ✠, ❋, Gr. Cord. ▭, Croce di Guerra. — *Roma, Via in Lucina, 17.*
3 febbraio 1895 - 17 febbraio 1895.

Bianchi (Luigi), Professore stabile di Geometria analitica nella R. Università di Pisa, ✠, ❋, ▭. — *Pisa, Via Manzoni, 3.*
13 febbraio 1898 - 24 febbraio 1898.

Golgi (Camillo), Senatore del Regno, Professore emerito di Patologia generale e di Istologia nella R. Università di Pavia, Gr. Cord. ❋, Gr. Cord. ▭, Cav. ✠. — *Pavia, Corso Vitt. Eman. 77.*
13 febbraio 1898 - 24 febbraio 1898.

Bertini (Eugenio), Professore emerito della R. Università di Pisa, Uff. ❋, Comm. ▭. — *Pisa, Lungarno Mediceo, 7.*
24 gennaio 1915 - 14 febbraio 1915.

Pirotta (Pietro Romualdo), Professore stabile di fisiologia vegetale nella Università di Roma, ✠, Gr. Uff. ▭. — *Roma (3), Via Milano, 41, Istituto Botanico.*
24 gennaio 1915 - 14 febbraio 1915.

Rosa (Daniele), Professore stabile di Zoologia ed anatomia comparata nella R. Università di Modena, ▭. — *Modena, R. Università.*
25 gennaio 1920 - 19 febbraio 1920.

Zamboniui (Ferruccio), Professore stabile di chimica generale nella R. Università di Napoli. — *Napoli, Via Mezzocannone A.*
5 marzo 1922 - 30 marzo 1922

Levi-Civita (Tullio), Professore stabile di meccanica razionale nella R. Università di Roma, ✠. — *Roma, Via Sardegna, 50.*
5 marzo 1922 - 30 marzo 1922.

Cantone (Michele), Professore stabile di fisica sperimentale nella R. Università di Napoli, ✠, Comm. ▭. — *Napoli, Via Duomo, 305.*
5 marzo 1922 - 30 marzo 1922.

Digitized by Google

ACCADEMICI STRANIERI

Thomson (John Joseph), Professore nella Università di Cambridge. — 15 maggio 1910 - 12 giugno 1910.

Rutherford (Sir Ernesto), Professore di fisica sperimentale nell'Università di Cambridge.
5 marzo 1922 - 30 marzo 1922.

Hale (Giorgio), Astronomo. — *Pasadena, Mount Wilson Observatory (California).*
5 marzo 1922 - 30 marzo 1922.

Kamerlingh Onnes (Heike), Professore di fisica nell'Università di Leida.
5 marzo 1922 - 30 marzo 1922.

Picard (Emilio), Segretario perpetuo per le scienze matematiche dell'Accademia delle Scienze di Parigi. — *Parigi (6), Quai Conti, 25.*
5 marzo 1922 - 30 marzo 1922.

Michelson (Alberto), Professore di fisica nell'Università di Chicago. — *Chicago, Kimbark Avenue, 5756.*
5 marzo 1922 - 30 marzo 1922.

Lorentz (Enrico), Professore di fisica teoretica nell'Università di Leida. — *Harlem, Juliana straat, 49.*
5 marzo 1922 - 30 marzo 1922.

Digitized by Google

CORRISPONDENTI

Sezione di Matematiche pure.

Mittag-Leffler (Gustavo), Professore all'Università di Stoccolma. — 12 gennaio 1896.
Castelnuovo (Guido), Prof. nella R. Università di Roma. — 17 aprile 1898.
Hilbert (Davide), Prof. nell'Università di Göttingen. — 14 giugno 1903.
Enriques (Federico), Prof. nell'Università di Bologna. — 15 maggio 1910.
Berzolari (Luigi), Professore nella R. Università di Pavia. — 24 febbr. 1918.
Marcolongo (Roberto), Professore nella R. Università di Napoli. — Id. id.
Pincherle (Salvatore), Professore nella R. Università di Bologna. — Id. id.
Severi (Francesco), Professore nella R. Università di Roma. — Id. id.
Appell (Paul Emile), Professore di meccanica analitica alla Sorbona, Parigi. — 11 giugno 1922.
Borel (Emile), Professore di calcolo delle probabilità e di fisica matematica, Parigi. — Id. id.
Loria (Gino), Professore di geometria superiore nella R. Università di Genova. — Id. id.
Study (Eduard), Professore di matematiche nell'Università di Bonn. — Id. id.

Sezione di Matematiche applicate, Astronomia e Scienza dell'ingegnere civile e militare.

Ewing (Giovanni Alfredo), Professore nell'Università di Edinburg. — 27 maggio 1894.
Cerulli (Vincenzo), Direttore dell'Osservatorio Collurania, Teramo. — 15 maggio 1910.
Boussinesq (Valentino), Membro dell'Istituto di Francia, Professore nella Università di Parigi. — Id. id.
Albenga (Giuseppe), Professore nella R. Università di Bologna. — 24 febbraio 1918.
Colonnetti (Gustavo), Professore nel R. Politecnico di Torino, — Id. id.
Maggi (Gian Antonio), Professore nella R. Università di Milano. — Id. id.

Digitized by Google

Mesnager (Agostino), Professore nella Scuola Nazionale dei Ponti e Strade, Membro dell'Istituto di Francia, Parigi. — 29 dicembre 1918.

Fantoli (Gaudenzio), Professore di idraulica nel R. Istituto tecnico superiore di Milano. — 11 giugno 1922.

Planck (Max), Professore di fisica matematica nell'Università di Berlino. — Id. id.

Prandtl (Ludwig), Professore di meccanica applicata nell'Università di Gottinga. — Id. id.

Sezione di Fisica generale e sperimentale.

Garbasso (Antonio), Professore nella R. Università di Firenze. — 15 maggio 1910.

Zeeman (P.), Professore nell'Università di Amsterdam. — Id. id.

Corbino (Orso Mario), Professore nella R. Università di Roma. — 24 febbraio 1918.

Lombardi (Luigi), Professore nel R. Politecnico di Roma. — Id. id.

Marconi (Guglielmo), Senatore del Regno, Dottore in scienze, Londra. — Id. id.

Palazzo (Luigi), Direttore del R. Ufficio Centrale di Meteorologia e Geodinamica, Roma. — Id. id.

Rizzo (Giovanni Batt.), Professore di fisica terrestre nella R. Università di Messina. — 11 giugno 1922.

Bragg (W. H.), Professore di fisica nel Collegio Universitario di Londra. — Id. id.

Perrin (Jean), Professore di chimica-fisica alla Sorbona, Parigi. — Id. id.

Laue (Max von), Professore di fisica teoretica nell'Università di Berlino. — Id. id.

Amerio (Alessandro), Professore di fisica sperimentale nella R. Università di Messina. — Id. id.

Sezione di Chimica generale ed applicata.

Paternò (Emanuele), Senatore del Regno, Professore nella R. Università di Roma. — 2 gennaio 1881.

Ostwald (Dr. Guglielmo), Gross Bothen (Sachsen). — 5 marzo 1905.

Arrhenius (Svante Augusto), Professore e Direttore dell'Istituto Fisico dell'Università di Stoccolma. — Id. id.

Nernst (Walter), Professore nell'Università di Berlino. — Id. id.

Angeli (Angelo), Professore nella R. Università di Firenze. — 24 febbraio 1918.

Le Chatelier (Enrico Luigi), dell'Istituto di Francia, Parigi. — Id. id.

Digitized by Google

Nasini (Raffaele), Professore nella R. Università di Pisa. — 24 febb. 1918.
Piutti (Arnaldo), Professore nella R. Università di Napoli. — Id. id.
Bruni (Giuseppe), R. Politecnico di Milano. — 15 giugno 1919.

Sezione di Mineralogia, Geologia e Paleontologia.

Tschermak (Gustavo), Professore nell'Università di Vienna. — 8 febbraio 1885.
Groth (Paolo Enrico), Professore nell'Università di Monaco. — 13 febbraio 1898.
Goldschmidt (Viktor), Professore nell'Univ. di Heidelberg. — 5 marzo 1905.
Suess (Franc. Edoardo), Professore nella "Deutsche Technische Hochschule" di Praga. — Id. id.
Haug (Emilio), Professore nell'Università di Parigi. — Id. id.
Lacroix (Alfredo), Membro dell'Istituto di Francia, Professore al Museo di Storia naturale di Parigi. — 15 maggio 1910.
Artini (Ettore), Professore e Direttore del Museo Civico di Storia Naturale di Milano. — 24 febbraio 1918.
Brugnatelli (Luigi), Professore nella R. Università di Pavia. — Id. id.
Dal Piaz (Giorgio), Professore nella R. Università di Padova. — Id. id.
Day (Arturo L.), Direttore del Laboratorio geo-fisico dell'Istituzione Carnegie, Washington, D. C. — 11 giugno 1922.
Washington (Enrico Stefano), Laboratorio geo-fisico di Washington. — Id. id.
Franchi (Secondo), Ingegnere, Geologo Capo nel R. Ufficio geologico, Roma. — Id. id.
Gortani (Michele), Professore di geologia nella R. Università di Bologna. — Id. id.
Novarese (Vittorio), Ingegnere, Professore; Geologo Capo nel R. Ufficio geologico, Roma. — Id. id.

Sezione di Botanica e Fisiologia vegetale.

Goebel (Carlo), Professore nell'Università di Monaco. — 13 febbraio 1898.
Penzig (Ottone), Professore nell'Università di Genova. — Id. id.
Mangin (Luigi), Membro dell'Istituto di Francia, Professore al Museo di Storia naturale di Parigi. — 15 maggio 1910.
De Vries (Ugo), Professore nella Università di Amsterdam. — 13 genn. 1918.
Bower (Federico Orpen), Professore nella Università di Glasgow. — 24 febbraio 1918.
Chodat (Roberto), Professore di botanica nell'Università di Ginevra. — 25 giugno 1922.
Longo (Biagio), Professore, Direttore del R. Orto botanico dell'Università di Pisa. — Id. id.
Gola (Giuseppe), Professore, Direttore del R. Orto botanico dell'Università di Padova. — Id. id.
Bois (Desiderato), Professore nel Museo di storia naturale di Parigi. — Id. id.

Digitized by Google

Sezione di Zoologia, Anatomia e Fisiologia comparata.

Boulenger (Giorgio Alberto), Giardino botanico dello Stato, Bruxelles. — 28 gennaio 1900.

Marchand (Felice), Professore nell'Università di Leipzig. — 14 giugno 1903.

Lankester (Edwin Ray), Direttore del *British Museum of Natural History*. — 5 marzo 1905.

Ramôn y Cajal (Santiago), Professore nell'Università di Madrid. — 15 maggio 1910.

Kossel (Albrecht), Professore nell'Università di Heidelberg. — Id. id.

Albertoni (Pietro), Senatore del Regno, Professore nella Università di Bologna. — 24 febbr. 1918.

Bovero (Alfonso), Professore alla Facoltà di Medicina, S. Paolo del Brasile. — Id. id.

Chiarugi (Giulio), Professore nel R. Istituto di Studi superiori e di Perfezionamento di Firenze. — Id. id.

Vialleton (L.), Professore di Anatomia Microscopica, Montpellier. — Id. id.

Bottazzi (Filippo), Professore di fisiologia sperimentale nella R. Università di Napoli. — 11 giugno 1922.

Cesaris-Demel (Antonio), Professore di anatomia patologica nella R. Università di Pisa. — Id. id.

Gley (E.), Prof. di biologia generale nel *Collège de France*, Paris. — Id. id.

Richet (Charles), Professore di fisiologia nell'Università di Parigi. — Id. id.

Sherrington (Ch. S.), Professore di fisiologia nell'Università di Oxford. — Id. id.

Digitized by Google

CLASSE DI SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Direttore.

De Sanctis (Gaetano), Professore stabile di Storia antica nella R. Università di Torino, ✱, Gr. Uff. ⊞, Cav. Gr. Cr. del S. M. O. del Santo Sepolcro. — *Torino, Corso Vittorio Em., 44.*

Rieletto alla carica il 3 maggio 1925 per il triennio dal 20 aprile 1925 al 19 aprile 1928 (R. D. 2 luglio 1925).

Segretario.

Vidari (Giovanni), Professore stabile di Pedagogia nella R. Università di Torino, Gr. Uff. ✱ e ⊞. — *Torino, Via Valeggio, 15.*

Rieletto alla carica il 3 maggio 1925 per il triennio dal 20 aprile 1925 al 19 aprile 1928 (R. D. 2 luglio 1925).

ACCADEMICI RESIDENTI

Boselli (S. E. Paolo), Senatore del Regno, Socio effettivo dei Lincei, Primo Segretario di S. M. per l'Ordine Mauriziano, ecc., Cav. Ord. Supr. SS. Annunziata, ✠, Gr. Cord. ✱ e ⊞. — *Torino, Piazza Maria Teresa, 3.*

15 gennaio 1888 - 2 febbraio 1888. — Pensionato 13 ottobre 1897.

De Sanctis (Gaetano), *predetto.*

21 giugno 1903 - 8 luglio 1903. - Pensionato 15 febbraio 1912.

Ruffini (Francesco), *predetto.*

21 giugno 1903 - 8 luglio 1903. — Pensionato 19 giugno 1913.

Stampini (Ettore), Professore stabile di Letteratura latina nella R. Università di Torino, Gr. Uff. ✱ e Gran Croce e Gran Cordone ⊞. — *Piazza Vittorio Veneto, 10.*

20 maggio 1906 - 7 giugno 1906. — Pensionato 24 gennaio 1915.

Brondi (Vittorio), Senatore del Regno, Professore stabile di Diritto amministrativo e Scienza dell'Amministrazione nella R. Università di Torino, Vice Presidente del Consiglio Superiore della P. I., Comm. ✱, Gr. Uff. ⊞. — *Torino, Via Montebello, 26.*

17 febbraio 1907 - 19 aprile 1907. — Pensionato 4 febbraio 1917.

Digitized by Google

Einaudi (Luigi), Senatore del Regno, Professore stabile di Scienza delle finanze e Diritto finanziario nella R. Università di Torino, Comm. ⊞. — *Torino, Via La Marmora, 60.*
10 aprile 1910 - 1° maggio 1910. — Pensionato 13 dicembre 1917.

Schiaparelli (Ernesto), Senatore del Regno, Direttore del R. Museo di Antichità in Torino, Uff. ❋, Comm. ⊞. — *Torino, Corso Oporto, 40.*
10 aprile 1910 - 1° maggio 1910. — Pensionato 11 luglio 1918.

Patetta (Federico), Professore stabile di Storia del Diritto italiano nella R. Università di Torino, ❋, Comm. ⊞. — *Via S. Massimo, 44.*
3 maggio 1914 - 11 giugno 1914. — Pensionato 27 ottobre 1918.

Vidari (Giovanni), *predetto.*
31 gennaio 1915 - 14 febbraio 1915. — Pensionato 23 febbraio 1920.

Prato (Giuseppe), Professore stabile di Economia politica nel R. Istituto superiore di Studi commerciali di Torino, ⊞. — *Via Giuseppe Galliano, 21.*
31 gennaio 1915 - 14 febbraio 1915. — Pensionato 30 dicembre 1920.

Cian (Vittorio), Professore stabile di Letteratura italiana nella R. Università di Torino, Deputato al Parlamento, Comm. ⊞. — *Piazza Statuto, 4.*
20 maggio 1917 - 10 giugno 1917. — Pensionato 2 ottobre 1922.

Pacchioni (Giovanni), Professore stabile di diritto civile nella R. Università di Milano, ⊞. — *Milano* (21), *Via Fratelli Bronzetti, 28.*
20 maggio 1917 - 10 giugno 1917. — Pensionato 7 ottobre 1923.

Faggi (Adolfo), Professore stabile di Storia della filosofia nella R. Università di Torino, Comm. ⊞. — *Torino, Corso Re Umberto, 57.*
18 gennaio 1920 - 12 febbraio 1920.

Luzio (Alessandro), Sovrintendente del R. Archivio di Stato di Torino. ⊞, ❋, Comm. ⊞. — *Via Principe Tommaso, 4.*
18 gennaio 1920 - 12 febbraio 1920.

Mosca (Gaetano), Senatore del Regno, Professore stabile di storia delle istituzioni e delle dottrine politiche nella R. Università di Roma Comm. ❋, Gr. Uff. ⊞. — *Roma.*
18 gennaio 1920 — 12 febbraio 1920.

Jannaccone (Pasquale), Professore stabile di statistica nella R. Università di Torino, Comm. ⊞. — *Torino, Via Principe Tommaso, 39.*
28 maggio 1922 - 13 luglio 1922.

Solari (Gioele), Professore stabile di filosofia del diritto nella R. Università di Torino. — *Torino, Via Maria Vittoria, 3.*
23 dicembre 1923 - 24 gennaio 1924.

Digitized by Google

ACCADEMICI NAZIONALI NON RESIDENTI

Comparetti (Domenico), Senatore del Regno, Professore emerito dell'Università di Pisa e del R. Istituto di Studi superiori, pratici e di perfezionamento in Firenze, ✠, Uff. ❋, Comm. ▭. — *Firenze, Via Lamarmora, 20.*

20 marzo 1892 - 26 marzo 1892.

Scialoja (Vittorio), Senatore del Regno, Professore stabile di Diritto romano nella R. Università di Roma, ✠, Gr. Cr. ❋ e ▭. — *Roma, Piazza Grazioli, 5.*

29 marzo 1903 - 9 aprile 1903.

Rajna (Pio), Senatore del Regno, Professore emerito di Lingue e Letterature neo-latine nel R. Istituto di Studi superiori di Firenze, ✠, Gr. Uff. ❋ e ▭. — *Firenze (22), Piazza d'Azeglio, 13.*

29 marzo 1903 - 9 aprile 1903.

Guidi (Ignazio), Senatore del Regno, Professore emerito di Ebraico e di Lingue semitiche comparate nella R. Università di Roma, ✠, Uff. ❋, Comm. ▭, C. O. St. P. di Svezia. — *Roma, Botteghe Oscure, 24.*

12 aprile 1908 - 14 maggio 1908.

Sabbadini (Remigio), Professore stabile di Lingue e Letteratura latina nella Università di Milano, Comm. ▭. — *Milano (10), Foro Bonaparte, 52.*

23 giugno 1918 - 11 luglio 1918.

Salandra (S. E. Antonio), Deputato al Parlamento, Professore stabile di Diritto amministrativo nella R. Università di Roma, Socio straniero dell'Istituto di Francia, Cavaliere dell'Ordine supremo della SS. Annunziata, ✠, Gr. Cr. ❋ e ▭, ecc. — *Roma, Via Girolamo Fracastoro, 7.*

22 dicembre 1918 - 12 gennaio 1919.

Digitized by Google

ACCADEMICI STRANIERI

Mercier (Sua Eminenza Desiderato), Arcivescovo di Malines.
23 giugno 1918 - 11 luglio 1918.

Nolhac (Pietro de), Professore nell'École pratique des hautes études di Parigi.
23 giugno 1918 - 11 luglio 1918.

Hauvette (Enrico), Professore di lingua e letteratura italiana alla Sorbona, Parigi.
28 maggio 1922 - 13 luglio 1922.

CORRISPONDENTI

Sezione di Scienze Filosofiche.

Pinloche (Augusto), Prof. nella Scuola Politecnica di Parigi. — 15 marzo 1896.
Chiappelli (Alessandro), Senatore del Regno, Professore emerito della R. Università di Napoli. — Id. id.
Zuccante (Giuseppe), Professore nella R. Accademia scientifico-letteraria di Milano. — 31 maggio 1908.
Gentile (Giovanni). Prof. nella R. Università di Roma. — 17 maggio 1914.
Martinetti (Pietro). Prof. nella R. Università di Milano. — Id. id.
Bergson (Enrico Luigi), Membro dell'Istituto di Francia. — Id. id.
Varisco (Bernardino), Prof. nella R. Università di Roma. — 23 giugno 1918.

Sezione di Scienze Giuridiche e Sociali.

Bonfante (Pietro), Prof. nella R. Università di Roma. — 21 giugno 1903.
Brandileone (Francesco), Professore nella R. Università di Roma. — 10 giugno 1906.
Brini (Giuseppe), Prof. nella R. Università di Bologna. — Id. id.
Fadda (Carlo), Senatore del Regno, Prof. nella R. Università di Napoli. — Id. id.

Digitized by Google

Polacco (Vittorio), Senatore del Regno, Prof. nella R. Università di Roma. — 10 giugno 1906.

Stoppato (Alessandro), Senatore del Regno, Prof. nella R. Università di Bologna. — Id. id.

Montalcini (Camillo), Prof., Segretario generale degli uffizi amministrativi della Camera dei Deputati. — 17 maggio 1914.

Ranelletti (Oreste), Professore nella R. Univ. di Milano. — 23 giugno 1918.

Romano (Santi), Professore di diritto costituzionale nella R. Università di Pisa. — 28 maggio 1922.

Sella (Emanuele), Professore di economia politica nella R. Università di Genova. — Id. id.

Dallari (Gino), Professore di filosofia del diritto nella R. Università di Pavia. — Id. id.

Sezione di Scienze Storiche.

Birch (Walter de **Gray**), del Museo Britannico di Londra. — 14 marzo 1886.

Venturi (Adolfo), Senatore del Regno, Professore nella R. Università di Roma. — 31 maggio 1908.

Meyer (Edoardo), Prof. nell'Università di Berlino. — 17 maggio 1914.

Lippi (Silvio), Direttore dell'Archivio di Stato di Cagliari. — Id. id.

Pareti (Luigi), Professore di storia antica nella R. Università di Firenze. — 28 maggio 1922.

Sezione di Archeologia ed Etnografia.

Orsi (Paolo), Dirett. del Museo Archeologico di Siracusa. — 31 maggio 1908.

Patroni (Giovanni), Professore nella R. Università di Pavia. — Id. id.

Halbherr (Federico), Prof. nella R. Università di Roma. — 23 giugno 1918.

Marucchi (Orazio), Professore nella R. Università di Roma. — Id. id.

Paribeni (Roberto), Direttore del Museo Nazionale Romano (delle Terme). — Id. id.

Breccia (Evaristo), Direttore del Museo Greco-Romano di Alessandria di Egitto. — 28 maggio 1922.

Sezione di Geografia.

Bertacchi (Cosimo), Professore nella R. Univ. di Torino. — 31 maggio 1908.

Digitized by Google

Sezione di Linguistica e Filologia orientale.

Nallino (Carlo Alfonso), Professore nella R. Università di Roma. — 23 giugno 1918.

Vacca (Giovanni), Professore di storia e geografia dell'Asia orientale nella R. Università di Roma — 28 maggio 1922.

Levi Della Vida (Samuele Giorgio), Professore di lingue semitiche nella R. Università di Roma. — Id. id.

Sezione di Filologia, Storia letteraria e Bibliografia.

Del Lungo (Isidoro), Senatore del Regno, Socio residente della R. Accademia della Crusca (Firenze). — 16 marzo 1890.

Rossi (Vittorio), Professore nella R. Università di Roma. — 21 giugno 1903.

Boffito (Giuseppe), Professore nel Collegio alle Querce in Firenze. — Id. id.

Vitelli (Gerolamo), Senatore del Regno, Professore emerito nel R. Istituto di Studi superiori, pratici e di perfezionamento in Firenze. — 31 maggio 1908.

Zuretti (Carlo Oreste), Professore nella R. Università di Milano. — 26 febbraio 1911.

Rostagno (Enrico), Bibliotecario della Mediceo-Laurenziana di Firenze. — 23 giugno 1918.

Barbi (Michele), Professore nel R. Istituto super. di magist. di Firenze (Taviano Pistoiese). — Id. id.

Galletti (Alfredo), Prof. nella R. Università di Bologna. — Id. id.

Scherillo (Michele), Senatore del Regno, Professore di letteratura italiana presso la Università di Milano. — 28 maggio 1922.

Pascal (Carlo), Professore di letteratura latina nella R. Università di Pavia. — 28 maggio 1922.

Bassi (Domenico), Direttore dell'officina dei Papiri presso la Biblioteca nazionale di Napoli. — Id. id.

Sanesi (Ireneo), Professore di letteratura italiana nella R. Università di Pavia. — Id. id.

Romagnoli (Ettore), Professore di letteratura greca nella R. Università di Pavia. — Id. id.

Bignone (Ettore), Professore di letteratura greca nella R. Università di Palermo. — Id.

Digitized by Google

MUTAZIONI

avvenute nel Corpo Accademico

dal 1° Gennaio al 31 Dicembre 1925

ELEZIONI

Repossi prof. Emilio, eletto Socio nazionale residente della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali nella seduta del 22 marzo 1925 (R. D. 7 maggio 1925).

Ruffini prof. Francesco, rieletto Presidente nella seduta a Classi unite del 3 maggio 1925 (R. D. 2 luglio 1925).

Parona prof. Carlo Fabrizio, rieletto Vice Presidente nella seduta a Classi unite del 3 maggio 1925 (R. D. 2 luglio 1925).

De Sanctis prof. Gaetano, rieletto Direttore di Classe nella seduta della Classe di scienze morali, storiche e filologiche del 3 maggio 1925 (R. D. 2 luglio 1925).

Vidari prof. Giovanni, rieletto Segretario della Classe di scienze morali, storiche e filologiche nella seduta del 3 maggio 1925 (R. D. 2 luglio 1925).

Digitized by Google

MORTI

7 febbraio 1925.

Engler Carlo, Corrispondente della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

28 febbraio 1925.

Valmaggi prof. Luigi, Socio residente della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.

27 marzo 1925.

Neumann prof. Carlo, Corrispondente della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

30 marzo 1925.

Körner prof. Guglielmo, Corrispondente della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

1° aprile 1925.

Pigorini prof. Luigi, Socio nazionale non residente della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.

29 aprile 1925.

Haller prof. Albino, Corrispondente della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

5 maggio 1925.

Grassi prof. Giambattista, Socio nazionale non residente della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

1° giugno 1925.

Lattes Elia, Corrispondente della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.

Digitized by Google

22 giugno 1925.

Klein prof. Federico, Accademico straniero.

7 agosto 1925.

Ricci-Curbastro prof. Gregorio, Corrispondente della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

... settembre 1925.

Massart prof. Giovanni, Corrispondente della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali.

6 settembre 1925.

Schupfer prof. Francesco, Corrispondente della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche.

30 settembre 1925.

Kilian Carlo Vilfredo, Corrispondente della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

24 novembre 1925.

D'Ovidio prof. Francesco, Socio nazionale non residente della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche.

Digitized by Google

PREMIO DI FONDAZIONE GAUTIERI

La Reale Accademia delle Scienze di Torino conferirà nell'anno 1926 un premio di fondazione Gautieri a quell'opera di Storia civile e politica in senso lato (compresa la storia dell'arte, dell'economia e del diritto ed esclusa la storia della filosofia e la storia letteraria), che sarà giudicata migliore fra le *pubblicate* negli anni 1922-1924. Il premio di L. 1600, sarà assegnato ad autore italiano (esclusi i Soci nazionali residenti e non residenti dell'Accademia) e per opere stampate in lingua italiana.

Gli autori, che desiderano richiamare sulle loro pubblicazioni l'attenzione dell'Accademia, possono inviarle a questa entro il 31 maggio p. v., avvertendo che non si farà restituzione delle opere ricevute.

Torino, gennaio 1926.

L'Accademico Segretario
della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche
GIOVANNI VIDARI

Digitized by Google

Digitized by Google

CLASSE
DI
SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 15 Novembre 1925

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. C. F. PARONA
VICEPRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci PEANO, GUIDI, GRASSI, PANETTI, PONZIO, SACCO, POCHETTINO, GARELLI, PIERANTONI, REPOSSI e il Segretario MATTIROLO.

Il Segretario legge il Verbale dell'adunanza precedente, che è approvato senza osservazioni.

Il Presidente, dopo aver salutato i Soci riuniti per la prima adunanza dell'anno Accademico nuovo, comunica all'Accademia i nomi dei Soci stranieri e corrispondenti mancati durante le vacanze estive: Prof. Gregorio RICCI-CURBASTRO, m. il 7 agosto, Prof. Felice KLEIN, m. il 22 giugno, e Vilfrido KILIAN, del quale legge la seguente commemorazione:

" Duolmi di dover annunciare la perdita del prof. C. V. KILIAN " dell'Università di Grenoble, nostro Socio corrisp. dal 1910 e " membro dell'Accademia di Francia. È morto quasi improvvi- " samente a 64 anni, mentre la sua attività lasciava sperare " ch'Egli, instancabile, potesse durare per molto tempo ancora " nel faticoso lavoro del geologo alpino. KILIAN apparteneva " alla scuola innovatrice di M. Bertrand, e le sue opere mag- " giori riguardano la geologia delle Alpi Occidentali, alla quale

Digitized by Google

" il rimpianto collega ed i suoi allievi portarono largo contri-
" buto, con rilevamenti di Carte geologiche, con ardite inter-
" pretazioni tectoniche e con studi nel campo della morfologia,
" del glacialismo e della paleontologia; e per questi riguardi il
" KILIAN fu geologo completo e maestro efficace e animatore.
" Per le sue ricerche nelle Alpi Occidentali, lungo i nostri con-
" fini, il KILIAN ebbe spesso rapporti, sempre cordiali e simpatici,
" coi colleghi italiani; e per discutere appunto sui posti la ri-
" soluzione di difficili problemi tectonici; e per venire possibil-
" mente ad accordi nella interpretazione dei fatti, negli ultimi
" giorni dell'agosto scorso e nei primi di settembre, Egli fece,
" col suo eminente collega Termier e col nostro valoroso collega
" ing. Franchi, lunghe escursioni dalla Valle di Susa alle Alpi
" Marittime, senza dimostrare declinante la sua energia fisica e
" intellettuale. Alla memoria dell'illustre Collega, così inaspet-
" tatamente e immaturamente scomparso dal campo attivo della
" scienza, mando un reverente saluto anche a nome della nostra
" R. Accademia, che si onorava di averlo fra i Soci „.

Il Socio PANETTI presenta quindi in omaggio alla Biblioteca accademica un suo lavoro dal titolo: *Nuovi Progressi nella Deduzione teorica delle caratteristiche aerodinamiche dei piani portanti.*

Il Socio GUIDI presenta una sua breve Nota che ha riguardo ad *Una questione di priorità* relativa alla costruzione degli *Archi-pile.*

Il Socio GARELLI presenta due lavori eseguiti colla cooperazione del sig. Ernesto MONATH, *Intorno a determinazioni crioscopiche sopra soluzioni di Gas.* Di questi studii il 1° ha rapporto a *Ricerche sull'Acetilene in solventi organici diversi*; mentre il 2° si occupa del *Comportamento crioscopico delle soluzioni di ossido di azoto e dell'esame del fenomeno del congelamento in corrente di azoto.*

Il Socio SACCO presenta quindi una sua Nota sull'*Età degli Argilloschisti ofitiferi dell'Appennino*, nella quale si occupa prevalentemente di un argomento di grande interesse pratico per

Digitized by Google

la costruzione delle Gallerie attualmente progettate o in via di esecuzione sulla Linea ferroviaria Bologna-Firenze. La Nota del Socio Sacco e la breve illustrazione dell'argomento in essa trattato, suscita una interessante discussione alla quale prende parte specialmente il Socio Guidi.

I lavori dei Soci Guidi, Garelli e Sacco vengono accolti per gli *Atti*.

Il Segretario Mattirolo, nel nome e per incarico del Socio nazionale non residente Daniele Rosa, legge la Commemorazione del Socio anziano Tommaso Salvadori. L'affettuosa e brillante rievocazione fatta dal Socio Rosa è vivamente applaudita dagli Accademici presenti che ricordano le virtù e le benemerenze del compianto insigne nostro Socio.

Raccoltasi poscia la Classe in seduta privata procedette alla nomina del suo Segretario, e venne all'unanimità riconfermato per un secondo triennio il prof. Oreste Mattirolo.

Digitized by Google

LETTURE

Determinazioni crioscopiche sopra soluzioni di gas

Nota 1ª del Socio FELICE GARELLI e del dott. ERNESTO MONATH

Acetilene in solventi organici diversi.

Nell'intento di contribuire alla conoscenza delle solubilità di gas nei solventi organici, rispetto alla quale si hanno tuttora osservazioni molto scarse, abbiamo ripreso delle ricerche sperimentali che il primo di noi aveva iniziate, or sono 20 anni, in collaborazione con P. Falciola. Prima d'allora nessuno aveva pensato di studiare il comportamento crioscopico dei gas in soluzioni di solventi organici. Raoult aveva sperimentato soltanto sopra soluzioni acquose di acido cloridrico, di ammoniaca, di gas solforoso, i quali del resto nell'assorbimento non seguono completamente la legge di Henry; ed il Bakhuis-Roozeboom, eseguendo con altri intendimenti lo studio particolareggiato sull'equilibrio del sistema anidride solforosa-acqua, aveva dimostrato la esistenza di idrati ben definiti.

Dalle ricerche ora menzionate venne, come era prevedibile, confermata la legge generale del congelamento: inoltre si dimostrò che il metodo crioscopico poteva utilmente impiegarsi in molti casi, per determinare la solubilità di gas in liquidi diversi. Le operazioni crioscopiche infatti, pur compiendosi con mezzi ed apparecchi relativamente semplici, permettono talvolta di conseguire un notevole grado di esattezza; ma le ricerche che ora descriviamo furono altresì ispirate al concetto che il punto di congelamento di gas in diversi solventi poteva svelare la tendenza dei corpi a trattenere all'atto del congelamento, sia per semplice assorbimento, come per formazione di composti labili, i gas che essi tenevano disciolti nella fase liquida. L'anomalia crioscopica che in tal caso ne deriva porrebbe in evidenza

Digitized by Google

il fenomeno che altrimenti, data la difficoltà di isolare composti spesso molto instabili, potrebbe passare inosservato.

L'interesse che presenta l'argomento, anche sotto questo rispetto, è senza dubbio notevole: eppure non ci risulta esistano ricerche dirette a tal fine. Soltanto Falciola, qualche anno dopo la pubblicazione della nota sovracitata, estese di sua iniziativa le esperienze a vari altri gas (idrogeno, ossigeno, azoto, ossido di carbonio, metano) e comunicò i risultati in una nota apparsa nel 1909.

Prendemmo innanzi tutto in esame il gas acetilene, sperimentando il congelamento delle sue soluzioni, oltre che in benzolo (già noto), in dimetilanilina, anilina, nitrobenzolo e cicloesano.

Premettiamo alcune considerazioni generali sul fenomeno dell'abbassamento del punto di congelamento prodotto nei solventi da gas che in essi si facciano disciogliere.

Quando un gas si scioglie in un liquido, in accordo con le note leggi dell'assorbimento, il punto di congelamento del solvente deve venir abbassato. Nelle condizioni ordinarie di esperienza, allo stato di equilibrio, il sistema è monovariante. Abbiamo infatti due componenti indipendenti (solvente e corpo sciolto) e tre fasi (solida, soluzione e miscela gassosa). Per avere un punto multiplo, invariante, sarebbe necessaria una quarta fase, che potrebbe essere data dalla separazione del corpo sciolto (gas) allo stato liquido o solido, o dalla separazione di un composto del gas con il solvente (caso dell'SO_2 con $7H_2O$ ed altri ancora). A questa quarta fase, nelle nostre condizioni sperimentali, non si è mai arrivati, essendo la pressione corrispondente al punto di invarianza, molto superiore a quella atmosferica.

Perchè dunque le letture termometriche abbiano un significato fisico e possano essere comparabili tra loro, bisogna fissare una delle condizioni esterne. All'uopo noi manteniamo costante la pressione, tenendola uguale a quella dell'atmosfera esterna: evidentemente, in condizione di equilibrio, la solidificazione avverrà a temperatura costante, la soluzione sarà satura a quella temperatura e la concentrazione del gas nell'atmosfera gassosa sarà pure determinata dalla pressione totale imposta e dalla tensione di vapore del solvente a quella temperatura. Finchè dunque saranno presenti le tre fasi, la tempera-

Digitized by Google

tura rimane costante, come verificammo sperimentalmente, e solo quando scompaia una delle fasi (per esempio la liquida) la temperatura può abbassarsi.

Tutto quanto finora si è detto corrisponde a condizioni di equilibrio. Quando però il gas non ha la concentrazione nella fase liquida che gli compete in forza della legge di Henry, ossia non si ha a che fare con una soluzione satura, l'abbassamento termometrico sarà in generale diverso da quello ottenuto in condizioni di equilibrio. Qualora la concentrazione del gas nella fase solida fosse trascurabile, come è avvenuto nei casi da noi esaminati, esso sarà minore; e la temperatura nel corso della solidificazione scenderà, inquantochè la soluzione continuamente si arricchisce di gas disciolto: raggiunto l'equilibrio, ossia saturandosi la soluzione, si ricade nel caso precedente. Anche ciò potemmo verificare sperimentalmente. Ad ogni pressione dunque corrisponde una temperatura alla quale sussiste equilibrio tra le fasi: ciò pure fu verificato con letture contemporanee manometriche e termometriche.

Parte sperimentale.

In questa nota descriviamo le esperienze eseguite con soluzioni di gas acetilene in benzolo, dimetilanilina, anilina, nitrobenzolo e cicloesano.

Le determinazioni furono fatte nel solito apparecchio crioscopico di Beckmann, al quale si era saldato lateralmente, in basso, un tubetto di vetro per far gorgogliare il gas nel liquido. La provetta crioscopica era ermeticamente chiusa e l'agitazione del liquido fatta mediante elettrocalamita ad interruttore metronomo.

Il termometro, a scala arbitraria divisa in centesimi di grado, permetteva di apprezzare i due millesimi di grado. Si procedeva così: si prendeva dapprima il punto di congelamento del solvente puro, ottenendo almeno tre letture concordanti. Vi si faceva passare, poscia, la corrente del gas, purificato ed essiccato perfettamente e, raffreddando man mano il liquido, si determinava il punto di congelamento della soluzione. Rifusi i cristalli, si ripeteva la determinazione finchè si ottenevano tre letture concordanti, o differenti fra loro al più di un centesimo

Digitized by Google

di grado. Il punto di congelamento più basso così ottenuto è quello della soluzione satura del gas alla pressione e temperatura dell'esperienza. Al momento della lettura si moderava un po' la corrente del gas per non determinare una pressione interna sensibilmente diversa da quella esterna.

L'abbassamento crioscopico così determinato permette di calcolare la solubilità del gas nel liquido, ammesso che il gas stesso vi si sciolga con peso molecolare semplice, come del resto si potè dimostrare sperimentalmente in qualche caso, mediante l'analisi gas-volumetrica.

Gas acetilene.

Fu preparato colla reazione tra carburo di calcio e acqua salata. Dopo averlo depurato facendogli attraversare soluzioni acide di bicromato potassico, di cloruro rameico e di permanganato potassico e soluzioni alcaline di permanganato, fu raccolto in un gasometro di vetro, a tappi di gomma e privo di parti metalliche, dal quale veniva mandato al crioscopio, dopo averlo fatto passare attraverso acido solforico concentrato e torri ripiene di calce sodata al fine di essiccarlo. Questi due reagenti, oltre ad essiccare perfettamente la lenta corrente di gas, ne tolgono anche le ultime traccie di impurezze, tantochè esso diviene inodoro.

Il solvente *benzolo* fu cristallizzato ripetute volte e solidificava a 5,5°, valore che corrisponde a quello dato dal Nernst nel suo trattato. La temperatura di congelamento del puro solvente corrispondeva a 5,71° del termometro a scala arbitraria. In corrente di acetilene il punto di congelamento andò rapidamente abbassandosi, finchè si ottenne in tre letture la temperatura costante di 4,25°. Quindi il massimo abbassamento cagionato dall'acetilene in soluzione benzolica, risultò pari a 1,46°, alla pressione di 775 mm. (pressione segnata dal barometro durante l'esperienza). In base a questo abbassamento, ammettendo che l'acetilene si sciolga con il peso molecolare $C_2H_2 : 26$, si calcola una concentrazione della soluzione satura a 4° C. circa ed alla pressione su indicata, pari a gr. 0,744 per 100 gr. di benzolo. Non abbiamo trovato nella letteratura determinazioni di solubilità alla temperatura di 4°, fatte per altra via e non si

Digitized by Google

possono quindi fare confronti. I dati tecnici dicono che nelle condizioni ordinarie (15° C. probabilmente) un volume di benzolo scioglie quattro volumi di gas acetilene, il che condurrebbe ad ammettere una concentrazione di 0,523 gr. in 100 di benzolo. Si vede dunque che la solubilità aumenta notevolmente passando dalla temperatura ordinaria a 4° C.

Abbiamo voluto però determinare la concentrazione in acetilene di alcune soluzioni benzoliche, diversamente concentrate e delle quali si era stabilito il punto di congelamento. Le esperienze riescono abbastanza esatte, se le soluzioni sono distanti dalla saturazione. Abbiamo operato così: appena fatta la lettura termometrica, si faceva uscire dal tubetto (valendosi della pressione del gas esercitata sul tubo laterale superiore della provetta crioscopica) parte della soluzione e la si racchiudeva in pesafiltri tarato appositamente costruito, col tappo munito di tubo di svolgimento a rubinetto, e assicurato fortemente alla boccetta a mezzo di molla metallica. Dopo aver ripesato la boccetta, la si metteva in comunicazione con buretta gasometrica, ripiena di mercurio, ed abbassando il livello del mercurio e scaldando leggermente, si faceva passare tutto il gas nella buretta. Misurato il volume del gas totale si determinava la quantità di acetilene in esso contenuta, facendola assorbire in pipetta di Kempel a mezzo del relativo rameoso, preparato secondo L. Ilosvay (Ber. *32*, 2698 (1899)).

Riportiamo i numeri ottenuti da qualche prova.

1) Peso della soluzione gr. 2,9820
Abbassamento crioscopico 1,34°

Volume totale di gas	cm^3	61,2
„ residuo	„	43,3
„ di acetilene	„	17,9

Pressione mm. 755
Temperatura 18° C.

Peso del gas disciolto gr. 0,019669
„ „ solvente „ 2,96233

$$M = C\frac{m}{t} = 51\,\frac{0{,}019669 \times 100}{2{,}96233 \times 1{,}34} = 25{,}2$$

Peso molecolare calcolato 26,016.

Digitized by Google

2) Peso della soluzione gr. 1,7912
Abbassamento crioscopico 0,41°

Volume totale del gas	cm³	52,0
„ residuo	„	48,9
„ dell'acetilene	„	3,1

Pressione mm. 752
Temperatura 18,5°

Peso del soluto gr. 0.0033871
„ del solvente „ 1,78781

$$M = C\,\frac{m}{t} = 51\,\frac{0{,}0033871 \times 100}{1{,}78781 \times 0{,}41} = 23{,}6$$

Peso molecolare calcolato 26.016.

Come si vede, queste analisi gasvolumetriche dimostrano che l'acetilene in soluzione benzolica ha il peso molecolare C_2H_2 : 26.

Il solvente *dimetilanilina* fu purificato con ripetuti congelamenti e distillazioni; esso congelava a 1,96°, il che corrispondeva a 3,785° del termometro a scala arbitraria. Fatta passare la corrente di acetilene, si notò un rapido abbassamento del punto di congelamento fino a 2,14° del termometro, alla quale temperatura esso rimaneva costante. Quindi il massimo abbassamento crioscopico provocato dall'acetilene disciolto in dimetilanilina (alla pressione di 751 mm. letta sul barometro) è di 1,645°. Avendo anche qui l'analisi gasvolumetrica, eseguita nel modo già descritto, portato alla conclusione che l'acetilene in soluzione benzolica possiede il peso molecolare normale, si calcola la concentrazione della soluzione satura a circa 0,3° e a 751 mm. uguale a gr. 0,737 di acetilene per gr. 100 di dimetilanilina.

Il solvente *anilina* fu purificato nella maniera usuale; esso congelava a — 6°, il che corrispondeva a 4,425° del termometro impiegato. Il passaggio dell'acetilene faceva abbassare il punto di congelamento fino a un minimo di 2,62°, ed anche insistendo col passaggio del gas il punto di congelamento rimaneva costantemente uguale a questa temperatura. Si ha quindi un abbassamento crioscopico di 1,805°. Ritenendo, per analogia colle

Digitized by Google

soluzioni in dimetilanilina, che anche in soluzioni di anilina l'acetilene conservi il suo peso molecolare normale (l'analisi gas-volumetrica, data la bassa temperatura di congelamento delle soluzioni, è affetta da una causa troppo forte di errori per lo sviluppo impetuoso del gas, quando la soluzione viene esposta alla temperatura ambiente), si calcola che la concentrazione della soluzione satura di acetilene in anilina a circa — 7,8° e 735 mm. di pressione (letta sul barometro) è uguale a 0,800 gr. di acetilene per 100 gr. di solvente.

Il solvente *cicloesano* dopo accurata purificazione solidificava a 6,2°; ciò corrispondeva a 5,07° del termometro impiegato. Il gas acetilene faceva, disciogliendosi, abbassare la temperatura di congelamento fino a 2,68°; ripetute letture confermavano questa temperatura come il più basso punto di congelamento a 735 mm. di pressione. Avendo l'analisi gas-volumetrica dimostrato che l'acetilene si scioglie anche in cicloesano col suo peso molecolare normale (riportiamo qui i dati di una analisi), si calcola che la soluzione satura ha la concentrazione di gr. 0,301 di acetilene in 100 gr. di esaidrobenzolo.

Temperatura di congelamento del solvente 5,07°
„ „ della soluzione 4,57°
Abbassamento 0,50°

Volume totale di gas cm³ 32,0
„ residuo di gas „ 27,1
„ di acetilene „ 4,9

Pressione mm. 735
Temperatura 17°

Peso della sostanza disciolta gr. 0,005260
„ del solvente „ 8,3070

$$M = C\frac{m}{t} = 200\,\frac{0{,}00526 \times 100}{8{,}3070 \times 0{,}50} = 25{,}3$$

Peso molecolare calcolato 26,016.

Come si vede, la solubilità del gas in cicloesano è assai minore che non nel benzolo.

Il solvente *nitrobenzolo*, dopo la solita purificazione, congelava a 5,3°; ciò corrispondeva a 5,40° sulla scala del termo-

Digitized by Google

metro impiegato. Il minimo e costante punto di congelamento a cui si arrivava era di 3,85° alla pressione di 735 mm.; si ha quindi un abbassamento massimo di 1,55° del punto di congelamento del nitrobenzolo. Anche qui l'analisi dimostra che le molecole del gas acetilene disciolte in nitrobenzolo rimangono semplici; si calcola quindi per la concentrazione della soluzione satura, a circa 3,7° e 735 mm. di pressione, il valore di 0,5537 gr. di acetilene in 100 gr. di solvente.

Con questo solvente si fece anche qualche determinazione a pressione variabile nella seguente maniera: raggiunto il punto di congelamento più basso e costante, si toglieva la corrente del gas e si applicava al tubo laterale superiore del crioscopio un manometro. Proseguendo il congelamento si liberava del gas che faceva aumentare la pressione. Sotto questa aumentata pressione si scioglieva dell'altro gas nel liquido rimanente: infatti, parallelamente all'aumento della pressione, si notava un abbassamento della temperatura (mentre nel caso ordinario, in cui il gas usciva liberamente, questa rimaneva costante). Ad uguali aumenti di pressione letti sul manometro corrispondevano eguali abbassamenti della temperatura letta contemporaneamente sul termometro, come vuole la legge di Henry.

Riassumiamo nella seguente tabella i risultati ottenuti con le soluzioni di gas acetilene.

Solvente	Abbassamento massimo	Pressione $P = p + p'$ in mm. di mercurio	C costante crioscopica	Concentr. della soluz. satura (gr in 100 gr. di solvente)	Temperat. di congelamento della soluz. satura
Benzolo	1,46°	755	51	0,744	4,0°
Dimetilanilina	1,645°	751	58	0,737	0,3°
Nitrobenzolo .	1,49°	734	70	0,5534	3,8°
Anilina	1,805°	735	58	0,800	7,2°
Cicloesano . .	2,39°	735	200	0,3107	3,7°

Laboratorio di Chimica industriale ed organica
della R. Scuola d'Ingegneria – Torino, novembre 1925.

Digitized by Google

Determinazioni crioscopiche sopra soluzioni di gas

Nota 2ª del Socio F. GARELLI e del dott. E. MONATH

1°) Comportamento crioscopico delle soluzioni di ossido di azoto (NO). — Esame del fenomeno del congelamento in corrente di azoto.

Per poter determinare il comportamento crioscopico delle soluzioni di ossido di azoto era necessario scacciare prima tutta l'aria contenuta nel crioscopio e nel solvente, con una corrente di gas inerte. Come tale fu scelto l'azoto e si applicò al tubetto adduttore del gas, nella provetta crioscopica, un rubinetto a due vie in comunicazione rispettivamente col gasometro contenente azoto e coll'apparecchio dove si preparava l'ossido di azoto.

Per preparare l'NO fu scelto il metodo di Emich (" Monatshefte „, *13*, 73 (1892)) che fa reagire del mercurio su una soluzione al 2 % di nitrito sodico in acido solforico concentrato. È questo, secondo Moser (" Z. Anal. Chem. „, *50*, 401 (1911)), il metodo migliore e più comodo. In realtà abbiamo potuto constatare che, con la reazione suaccennata si ottiene una corrente lenta e regolare di gas, purchè si agiti il recipiente che contiene il miscuglio in reazione. Si può così fare a meno di raccogliere il gas in gasometro, ciò che sarebbe stato imbarazzante, perchè il gas reagisce lentamente con l'acqua e non si può pensare ad adottare il mercurio, come consiglia Moser, in gasometro di una certa capacità.

Per lavare il gas, lo si fece passare in soluzioni al 25 % di idrato potassico prima, poi in acido solforico concentrato ed infine ulteriormente essiccare attraverso cloruro di calcio anidro

Digitized by Google

Per preparare l'azoto si utilizzò la reazione fra nitriti e sali di ammonio, seguendo le modalità indicate da Knorre (" Chem. Ind. „ *25,* 531, 550 (1902)), cioè con soluzione all'8 % di nitrito sodico e avendo cura che nel miscuglio reagente vi fosse una parte di nitrito sodico su due di solfato ammonico ed una di cromato potassico; inoltre si aggiungeva un po' di ammoniaca per legare subito gli ossidi superiori di azoto eventualmente prodotti. Il gas era lavato con soluzione satura di bicromato potassico, acidificata con acido solforico e con soluzione di idrato potassico e conservato su acqua in gasometro.

All'uscita dal gasometro il gas veniva essiccato con acido solforico concentrato e calce sodata; il provino crioscopico era riparato dall'ossigeno e dall'umidità esterna, mediante soluzione alcalina di pirogallolo e tubo essiccante a cloruro di calcio.

Solvente acqua. Il primo solvente impiegato fu l'acqua, la quale prima di servire alle esperienze crioscopiche fu purificata con ripetute distillazioni con reagenti, seguendo le norme ben conosciute. Già si sapeva, per le determinazioni di Winkler, che l'NO si scioglie pochissimo nell'acqua, e dal coefficiente di assorbimento trovato dal Winkler si poteva calcolare che l'abbassamento nel punto di congelamento dell'acqua causato dall'NO sciolto in essa, non sarebbe stato rilevabile col termometro diviso in centesimi di grado. Lo stesso dicasi per l'azoto; l'esperienza ha confermato queste previsioni. Il punto di congelamento dell'acqua pura, che corrispondeva a 4,45° della scala termometrica, si conservò inalterato.

Ecco infatti il riassunto di ripetute osservazioni:

Punto di congelamento dell'acqua	4,45°
„ „ „ in corrente di azoto .	4,45°
„ „ „ „ successiva di NO. L'acqua si colora nettamente in giallo .	4,45°
Punto di congelamento della soluzione precedente in corrente di azoto fino a completa scolorazione . .	4,45°

La soluzione acquosa assume dunque una colorazione gialla ben manifesta, che scompare non appena, mediante la corrente di azoto, si sposti dal liquido tutto l'NO. Appunto per questo

Digitized by Google

è da ritenersi che si tratti veramente di soluzione acquosa di NO e non di acidi inferiori dell'azoto; se questi si formassero, dovrebbero stentare molto di più ad abbandonare l'acqua; oltre a ciò la reazione dell'acqua col gas è troppo lenta, perchè si possa formare un'apprezzabile quantità di acidi; questi sarebbero certo più solubili e si otterrebbe un abbassamento del punto di congelamento più sensibile, anche per probabili fenomeni di dissociazione elettrolitica.

Solventi organici. Falciola (" Rendic. Acc. Naz. Linc. ", 1908, II Parte, 324) aveva trovato che N_2, O_2, CO, H_2 ed il CH_4, sciogliendosi in benzolo, bromofornio, nitrobenzolo, e qualche altro solvente organico, invece di abbassare, innalzavano il punto di congelamento del solvente. L'innalzamento era, per qualche solvente, molto notevole: p. es. l'azoto avrebbe innalzato di 1,11° il punto di congelamento del bromoformio e l'ossido di carbonio di 1,54; l'autore attribuiva il fenomeno a probabili *adsorbimenti* dei gas per parte dei cristalli.

Noi abbiamo trovato invece che si osservava bensì, quasi sempre, in corrente di azoto un lievissimo innalzamento del punto di congelazione: per altro questo punto rimane costante, oppure si nota una tendenza ad un nuovo innalzamento, quando si ripete la determinazione dopo aver scacciato l'azoto, sia riscaldando la soluzione, come spostandolo mediante corrente di altro gas, pure praticamente insolubile (elio). È probabile quindi che l'innalzamento di pochi centesimi di grado del punto di congelazione di solventi organici, che noi pure abbiamo osservato quando essi vengono saturati con azoto, ossido di carbonio, elio, si debba ascrivere ad una depurazione del solvente, effettuata dalla corrente di gas puro e secco che lo attraversa e che elimina o tracce di umidità, o di impurezze più facilmente volatili. Questo modo di vedere è anche corroborato dalla circostanza che l'innalzamento termometrico diminuisce notevolmente, se i solventi che presentano il fenomeno, vengono man mano meglio depurati. Per es.: con il benzolo non congelato di recente, l'azoto fornisce un innalzamento di 8 centesimi di grado: con quello purificato con una ulteriore cristallizzazione, l'innalzamento si riduceva a 4 centesimi. Così con il nitrobenzolo semplicemente distillato si otteneva in corrente di azoto un innalzamento di 0,145°; in quello distillato e ricristal-

Digitized by Google

lizzato, l'innalzamento non era più che di 0,025°. Così pure gli innalzamenti più alti del punto di congelamento del solvente il Falciola li osservò per le soluzioni in bromofornio. Ora questo liquido facilmente lasciato a sè sotto l'azione della luce, mette in libertà del bromo, il quale viene scacciato facilmente da una corrente di gas. Infine i calcoli di solubilità fatti riferendo gli abbassamenti cagionati da alcuni gas al punto di congelamento più elevato del solvente, concordano con le determinazioni dei coefficienti di assorbimento fatte in taluni casi dal Just (" Zeitschrift f. phys. Chem. „, *37*, 359 (1901)). Per queste considerazioni noi riteniamo di dover assumere quale punto di congelamento del puro solvente la temperatura ottenuta depurandolo mediante corrente di azoto e scacciando poi il gas, per quanto è possibile.

Solvente benzolo.

Punto di congelamento del solvente			puro	4,07°
„	„	„	in corrente di azoto	4,105°
„	„	„	dopo riscaldamento .	4,11°
„	„	„	in corrente di azoto	4,105°
„	„	„	in corrente di NO .	4,07°
„	„	„	„ di N_2 .	4,105°

L'abbassamento di 0,005° trovato indirettamente per la soluzione di azoto è troppo piccolo per indurre a calcoli. Siccome non si riesce ad eliminare tutto l'azoto per riscaldamento, non si può fissare con sicurezza il punto di congelamento del solvente puro: in ogni modo tenendo per questo punto il valore sperimentale si ottiene un abbassamento nel punto di congelamento di 0,04° per la soluzione satura di NO. A tale abbassamento corrisponde una concentrazione di 0,0235 gr. di NO in 100 gr. di benzolo. Riteniamo così che il peso molecolare del gas sia semplice anche in soluzione, come lo è allo stato gassoso. Non è possibile, data la grande diluizione della soluzione di NO in tutti i solventi sperimentati, una verifica mediante l'analisi.

Solvente bromoformio. Il solvente fu distillato due volte (le prime frazioni eliminate avevano un netto odore di bromo), poi fu cristallizzato. Solidificava a 8° C.

Digitized by Google

Punto di congelamento del solvente			. . . . .	4,425°
»	»	»	in corrente di azoto	4,51°
»	»	»	dopo riscaldamento.	4,515°
*	»	»	in corrente di azoto	4.51°
»	»	»	» di NO .	4,49°
»	»	»	» di azoto	4,51°
»	»	»	dopo riscaldamento.	4,515°

I valori ottenuti per gli abbassamenti crioscopici sono troppo bassi e quindi troppo affetti dagli errori di esperienza per fondarvi dei calcoli di solubilità: questa appare ad ogni modo molto piccola.

Solvente nitrobenzolo.

Punto di congelamento del solvente			. . . . .	3,535°
»	»	»	in corrente di azoto	3,56°
»	»	»	dopo riscaldamento.	3,565°
»	»	»	in corrente di NO .	3,43°
»	»	»	» di azoto	3,56°

L'abbassamento crioscopico prodotto dal gas azoto calcolato da questi dati (0,005°) è troppo basso per calcolarne la solubilità: invece quello prodotto dal gas NO, di 0,135°, può servire per questo calcolo; si ottiene una solubilità pari a 0,058 gr. di NO in 100 gr. di nitrobenzolo (ritenendo che il peso molecolare del gas disciolto rimanga normale).

Solvente cicloesano.

Punto di congelamento del solvente			. . . . .	2,89°
»	»	»	in corrente di N_2 .	2,98°
»	»	»	dopo riscaldamento.	2,985°
»	»	»	in corrente di N_2 .	2,98°
»	»	»	» di NO.	2,76°
»	»	»	» di N_2 .	2,98°

All'abbassamento di 0.225 trovato per l'ossido di azoto corrisponde una concentrazione di gr. 0.0337 di NO in 100 gr. di cicloesano, ritenendo che il gas conservi il suo peso molecolare normale.

Digitized by Google

Si è voluto anche osservare il fenomeno che avviene quando si faccia entrare dell'ossigeno nella soluzione di NO in nitrobenzolo. Si nota un istantaneo incupimento del colore della soluzione, che però scompare prolungando il passaggio dell'ossigeno.

Punto di congelamento del solvente				3,535°
»	»	»	in corrente di azoto	3,56°
»	»	»	» di NO .	3,43°

Facendo entrare dell'ossigeno mentre la soluzione congela, il punto di congelamento sale fino a 3,53 ed anche dopo rifuso conserva in corrente di ossigeno questo valore: dopo riscaldamento la temperatura di congelamento sale fino a 3,565°. Si vede dunque che i prodotti di ossidazione dell'NO sono rapidamente scacciati dalla corrente di ossigeno; l'abbassamento di 0,05° corrisponde probabilmente alla concentraz. di 0,016 gr. di O_2 in 100 gr. di solvente.

2°) Gas elio.

Per gentile concessione del colonnello prof. dott. Helbig, Direttore della Sezione Chimica dell'Istituto Sperimentale di Areonautica, abbiamo potuto avere a nostra disposizione un centinaio di litri di gas elio. Esso fu purificato dalle impurità che contiene (Gallo, " Rend. Ist. Sper. Aeron. „ IX (2), febbr. 1921) per passaggio attraverso tornitura di rame e di magnesio riscaldata e soluzioni di permanganato potassico, ed essiccato per passaggio attraverso torri ripiene di calce sodata e bocce di acido solforico concentrato. Ne fu determinato il comportamento crioscopico nei seguenti liquidi: nitrobenzolo, benzolo, bromoformio, cicloesano, acido acetico e acido formico. Nei primi quattro si ha dapprima il solito fenomeno dell'innalzamento apparente di pochi centesimi di grado del punto di congelamento del solvente, che poi rimane costante. L'elio non abbassa in misura apprezzabile il punto di congelazione dei quattro solventi organici succitati, nè questo varia dopo riscaldamento: esso vi si dimostra quindi praticamente insolubile.

Digitized by Google

Nei due acidi acetico e formico (che vennero scelti perchè in essi l'azoto e l'idrogeno determinano abbassamenti abbastanza sensibili) si riescono ad avere, insistendo con la corrente di elio, abbassamenti fino a tre centesimi di grado. Ma trattandosi di solventi molto igroscopici, si può escludere che l'abbassamento sia dovuto a traccie di umidità portate dalla prolungata corrente gassosa o penetrate nella provetta crioscopica, per quanto si cercasse in ogni modo di proteggerla dall'aria esterna. Tanto più che non si ha alcun accenno a un ritorno al punto di congelamento primitivo, dopo riscaldamento, anzi piuttosto ad un ulteriore abbassamento.

3°) Gas ossido di carbonio.

Questo gas fu preparato secondo il metodo maggiormente consigliato nei trattati, cioè per azione dell'acido solforico sui formiati. 50 gr. di formiato di sodio, 300 gr. di acido solforico e 150 gr. di acqua, furono scaldati in matraccio munito di valvola a mercurio; il gas fu raccolto in un gasometro. Per depurarlo ed essiccarlo esso fu fatto passare nel provino crioscopico attraverso soluzioni di KOH al 50 %, acido solforico, un tubo pieno di potassa caustica solida, uno di pentossido di fosforo e finalmente per trattenere eventuali traccie di P_2O_5 trascinata meccanicamente in un tubo ad U pieno di calce sodata.

In queste esperienze si usò per scacciare, oltre al riscaldamento, anche una corrente di gas olio. Non si può pensare ad un'analisi delle soluzioni ottenute, data la loro estremamente piccola concentrazione.

Solvente benzolo.

Punto di congelamento del solvente				3,42°
„	„	„	in corrente di CO .	3,43°
„	„	„	„ di elio .	4,46°
„	„	„	„ di CO .	3,43°
„	„	„	dopo riscaldamento .	3,46°

Il CO abbassa dunque il punto di congelamento del benzolo di 0,03°: alle misure assorbimetriche del Just corrisponderebbe un abbassamento di 0,032°. È interessante osservare

Digitized by Google

che, se si segue il cammino inverso, cioè si tiene per nota la solubilità del CO in benzolo determinata dal Just, risulta che l'elio non si scioglie apprezzabilmente in benzolo, il che si è anche visto tentando di scacciare per riscaldamento l'elio eventualmente disciolto nel solvente ed osservando che il punto di congelamento rimaneva costante. Lo stesso avviene, come si vedrà, anche nel caso del nitrobenzolo.

Solvente nitrobenzolo.

Punto di congelamento del solvente			. . . . .	3,405°
„	„	„ .	in corrente di CO .	3,405°
„	„	„	„ di elio .	3,43°
„	„	„	„ di CO .	3,405°
„	„	„	dopo riscaldamento .	3,43°

Alla soluzione satura di CO in benzolo corrisponde dunque un punto di congelamento inferiore di 0,025° a quello del solvente puro. Dalle misure del Just si calcola un abbassamento di 0,022°.

Solvente bromoformio.

Punto di congelamento del solvente			. . . . .	4,81°
„	„	„	in corrente di CO .	4,83°
„	„	„	„ di elio .	4,85°
„	„	„	„ di CO .	4,83°
„	„	„	dopo riscaldamento .	4,85°

L'abbassamento del punto di congelamento prodotto dal gas CO nel bromoformio di 0,02° è troppo piccolo per calcolarne la solubilità; questa, ad ogni modo, data la elevata costante crioscopica del bromoformio, è certamente molto piccola.

Riassumiamo i dati ottenuti coi gas ossido di azoto e ossido di carbonio:

Digitized by Google

Solvente	C.	Abbassamento massimo	Temperat. di congel. della soluzione satura	Concentrazione della soluzione satura (gr. di gas in 100 gr. di solvente)
Gas ossido di azoto				
Acqua	18,6	0,0°	0,0°	—
Benzolo . . .	51	0,04°	5,5°	0,0235
Bromoformio	144	0,025°	8°	—
Nitrobenzolo	70	0,135°	5,2°	0,058
Cicloesano . .	200	0,225°	5,9°	0,337
Gas ossido di carbonio				
Benzolo . . .	51	0,03° (0,032)	5,5°	0,01646 (0,1744)
Nitrobenzolo	70	0,025° (0,022)	5,3°	0,0100 (0,0087)
Bromoformio	144	0,02°	8,0°	—

I valori fra parentesi sono calcolati dalle misure di Just.

Laboratorio di Chimica industriale ed organica
della R. Scuola d'Ingegneria – Torino, novembre 1925.

Digitized by Google

Una questione di priorità

Nota del Socio nazionale residente C. GUIDI

Il Sig. A. C. Janni, Cons. Engr. di New York, presentò al *meeting* del 3 settembre 1924 dell'*American Society of Civil Engineers* una Memoria avente per titolo: *The Design of a Multiple-Arch System and permissible Simplifications.*

La Memoria è corredata di un'*Appendice* e di alcune note bibliografiche.

Questo lavoro fu stampato nei *Proceedings of American Society of Civil Engineers*, anno 1924, pag. 755, e venne riprodotto integralmente nelle *Transactions* della detta Associazione, vol. 88, 1925, pag. 1142.

L'Autore applica prima ad un caso speciale di un arco in cemento armato senza cerniere, con imposte rigide, la teoria dell'arco elastico, seguendo il metodo geometrico dell'ellisse di elasticità. Poi, sempre collo stesso metodo, studia il regime statico del complesso elastico, in cemento armato, formato da un arco con una pila, e finalmente considera il sistema complesso composto di tre archi elastici solidali con le due pile intermedie anch'esse elastiche.

L'Autore, al principio della sua Memoria, rimanda il lettore all'opera di GEORGE A. HOOL, *Reinforced Concrete Construction,* vol. III, Chapter 8, New York, 1916, ed il sig. Hool, di rimando, fa precedere il suo capitolo dall'annotazione " *Method taken by permission from a paper presented before the Western Society of Engineers*, January 13, 1913, by Mr. A. C. Janni.

Ma il fatto è che il sig. Janni nello sviluppo della sua Memoria, senza alcuna citazione *specifica*, segue per filo e per segno e nei più minuti particolari — formole, simboli, tabelle — il metodo da me indicato nella esposizione dell'argomento, a partire

Digitized by Google

dal 1905, nelle diverse edizioni della Parte IV delle mie *Lezioni sulla Scienza delle Costruzioni*, Torino, Tip. Vincenzo Bona.

E quando tratta dei complessi elastici *archi-pile*, il sig. Janni, mentre segue fedelmente il *metodo approssimato originale* da me dato la prima volta nel mio opuscolo *L'Ellisse di elasticità nella Scienza delle Costruzioni*, Torino, 1904, Tip. Bertolero, e riprodotto nelle successive edizioni, 3ª del 1905, 4ª del 1910, 5ª del 1916, 6ª del 1921, 7ª del 1924, della Parte IV, *Teoria dei Ponti*, delle mie *Lezioni sulla Scienza delle Costruzioni*, Torino, Tip. Bona, espone tale metodo senza alcuna citazione, come se fosse una teoria sua.

La semplice citazione della semplificazione da me proposta, che il sig. Janni fa nelle *Conclusions*, pag. 771 dei *Proceedings*, non può certamente generare nel lettore il convincimento che la soluzione del problema, precedentemente svolta, sia mia.

Nell'*Appendice* che l'Autore fa seguire alla sua Memoria, a dilucidazione della medesima, è sviluppata la teoria geometrica dei momenti centrifughi e d'inerzia, dell'ellisse d'inerzia e dell'ellisse di elasticità, con applicazioni diverse. Anche questa *Appendice*, salvo insignificanti modificazioni, è una riproduzione di quanto sull'argomento è esposto nelle Parti I e II delle citate mie *Lezioni*.

Il sig. Janni non poteva attingere più copiosamente dai miei libri! Soltanto non è stato sufficientemente accorto da ricorrere alle ultime edizioni della mia opera. Così, l'*Application to a Solid Arch Rib*, pag. 792 dei *Proceedings*, che l'Autore ha preso dalla 3ª edizione della Parte IV delle mie *Lezioni*, 1905, cioè *vecchia di 20 anni*, non l'avrebbe più trovata nelle edizioni più recenti, perchè sostituita con altro metodo preferibile!

Torino, Ottobre 1925.

Digitized by Google

L'età degli Argilloschisti ofitiferi dell'Appennino

Nota del Socio naz. resid. FEDERICO SACCO

Non è il caso di fare qui la storia del come, quando e perchè verso la metà del secolo scorso sia sorta, siasi sviluppata e poi consolidata in Italia l'idea che gli Argilloschisti ofitiferi (*Argille scagliose, Argille galestrine, Galestri, Flysch* pr. p. ecc.), inglobanti svariate *Pietre verdi*, come Serpentine, Diabasi o Gabbri, Lherzoliti o Peridotiti, Eufotidi, Oficalci, oltre a grugni granitici, ecc. (il *Modeniano* [pr. p.] del Pareto, 1865), argilloschisti tanto estesi e potenti nell'Appennino, specialmente settentrionale, siano eocenici, anzi, per molti autori, dell'Eocene superiore, mettendo sotto di essi la potentissima serie marnoso-arenacea, il *Macigno* (*Etrurio* di Pilla, 1845), e secondo alcuni anche la formazione calcareo-marnosa a Fucoidi (il *Liguriano* di Mayer, 1857).

Certamente, all'adottamento di tale idea contribuirono diverse cause, fra cui specialmente:

1°) il fatto che, mentre realmente non di rado detti Argilloschisti si intercalano ed anche talora si sovrappongono ai Calcari a Fucoidi ed al Macigno, mezzo secolo fa non si aveva ancora l'idea della frequenza, della complessità e dell'estensione dei corrugamenti e dei connessi impigliamenti, rovesciamenti, ecc. che (oltre ai grandiosi fenomeni di dislocazioni, erosioni, sbrandellamenti, lacerazioni, ecc.) tormentano la tettonica dell'Appennino, mascherandone la regolare serie stratigrafica;

2°) l'altro fatto essenziale che, mentre i fossili sono rarissimi in tali Argilloschisti, sono invece frequentissimi (Nummuliti, Orbitoidi e consimili, tipici dell'Eocene) nei Calcari impigliati o sparsi fra gli Argilloschisti; per modo che nel

Digitized by Google

semplicismo naturale di quei primi studi riusciva naturale (quasi per impressione complessiva) di attribuire il tutto all'Eocene e disporre le diverse formazioni in quell'ordine di sovrapposizione in cui talora esse appariscono.

Inoltre devesi osservare che non sempre si è fatta (nè riesce sempre facile) la distinzione tra i veri Argilloschisti ofitiferi che credo cretacei, e certi Schisti, anche argillosi e brunastri, che alternansi talora coi Calcari eocenici inf., donde derivarono confusioni, che constatai su Carte geologiche pubblicate, anche ufficiali, per es. quella del foglio S. Marcello pistoiese; per cui si comprende che siano derivate alcune deduzioni che credo erronee.

Comunque sia, il risultato fu che nella seconda metà del secolo scorso diventò tradizione assoluta, quasi un assioma o dogma, fra i geologi italiani, di attribuire gli Argilloschisti ofitiferi dell'Appennino all'Eocene, considerandoli anzi (alcuni autori) più giovani dei Calcari a Fucoidi, ma specialmente del Macigno.

Quando, nel 1888, terminando gli studi geopaleontologici sul Terziario piemontese, mi spinsi con esplorazioni preventive nell'Appennino settentrionale e vi incontrai tali Argilloschisti con Pietre verdi, per quanto imbevuto scolasticamente di detta idea tradizionale, tosto mi accorsi che essa non era completamente accettabile; tanto che nel mio lavoro sopra *Il Bacino Terziario del Piemonte* (1889) indicavo (a pag. 932 e 933) che " l'incontro di fossili caratteristici, alcuni fenomeni stratigra- " fici, ecc., mi fanno abbracciare l'ipotesi che gran parte delle " Argille scagliose e di altre formazioni incluse nel Liguriano " e credute eoceniche, appartengono invece al Cretaceo „, venendo poi naturalmente anche " a collocare nel Cretaceo quasi tutte " le cosidette Serpentine eoceniche „.

In seguito andai gradatamente estendendo e pubblicando, per quanto in modo rapido e sommario, il rilevamento geologico sopra *L'Appennino settentrionale* (1891), *L'Appennino dell'Emilia* (1892), *L'Appennino della Toscana* (1895) e *L'Appennino della Romagna* (1899), pubblicando anche, più tardi, un lavoro riassuntivo sopra *L'Appennino settentrionale e centrale* (1904), mentre intanto con successive note sopra *L'âge des formations ophiolitiques récentes* (1891), *Contribution à la connaissance paléontologique des Argiles écailleuses et des Schistes ophiolitiques de l'Ap-*

Digitized by Google

pennin septentrional (1898) e *Les formations ophitiphères du Crétacée* (1905), cercavo in tutti i modi (cioè con descrizioni, carte e sezioni geologiche, illustrazione di fossili, ecc.) di dimostrare che le caratteristiche, potenti e tanto estese formazioni argilloschistose con Pietre verdi sono attribuibili al Cretaceo e soggiaciono normalmente alle formazioni dei Calcari a Fucoidi e del Macigno, costituenti due grandi facies dell'Eocene.

Speravo così, con quindici anni di rilevamento sul terreno e di relative pubblicazioni geologiche, tettoniche, paleontologiche, ecc., di essere riuscito a convincere sulla posizione ed età di tali Argilloschisti ofitiferi.

Ma quando recentemente, in occasione delle intensificate ricerche di Petrolio in Italia, si ritornò a trattare ampiamente della geologia dell'Appennino settentrionale, dovetti accorgermi, con doloroso stupore, che l'idea tradizionale sovraccennata era ancora rimasta radicata nella cultura generale dei geologi italiani, fra cui anzi alcuni cercarono di modernizzarla con speciali comparazioni e denominazioni cronologiche.

Mi limiterò qui a qualche cenno in proposito, come esempio, fra gli scritti più recenti.

L'illustre e compianto Prof. C. De Stefani sino al termine della sua lunga ed operosa carriera scientifica, non solo fu naturalmente concorde cogli altri geologi nel ritenere la formazione delle Argille scagliose e galestrine come superiore a quella del Macigno, ma credette anche sempre che esse fossero superiori alla grande formazione dei Calcari ad *Helminthoidea* (Vedi, per esempio, C. De Stefani, *La zona serpentinosa della Liguria occidentale*, " Rend. R. Acc. Lincei „, XXII, 1913).

Del resto ancora ultimamente durante il Congresso geologico di Piacenza (" Boll. S. G. I. „, XLII, fasc. 3, 31 maggio 1925, pag. CLI) il Prof. De Stefani espose brevemente alcune sue critiche nei seguenti termini: " ... ricordo che tutti i geologi recenti, " a partire da Cocchi, Capellini, Taramelli, Pantanelli, Issel, at- " tribuirono i terreni petroleiferi (1) all'Eocene superiore, per " ragioni rigorosamente stratigrafiche. Il Sacco li attribuisce alla

(1) Cioè le Argille scagliose ofiolitifere.

Digitized by Google

" Creta. Da questa differenza di visione deriva per esempio che " là dove gli altri segnano una sinclinale, il Sacco pone una " anticlinale „.

Quanto agli Ingegneri LOTTI e ZACCAGNA la loro attribuzione degli Argilloschisti ofiolitiferi all'Eocene superiore e la loro interpretazione stratigrafica di tali Argilloschisti (Galestri, ecc.) come superiori al Macigno, risultano chiare in tutti i loro scritti e Carte geologiche anche recenti; del resto detti geologi, come anche il De Stefani ed altri, ammettono formazioni eoceniche con Inocerami, quindi non è il caso di discuterne oltre; solo più avanti accennerò ancora ad un interessante studio dello Zaccagna sulla *Geologia della Val di Vara* uscito in questo stesso anno 1925.

L'eminente geologo delle Alpi Occidentali, l'Ing. S. FRANCHI, nelle sue *Osservazioni sulla seduta di chiusura del Congresso geologico di Piacenza* (" Boll. S. G. I. „, XLII, 1924, pag. XLIV), accordandosi collo Zaccagna ed appoggiandosi a propri studi geologici sulle Alpi Marittime, dopo aver indicato " la zona degli " alberesi con *Helm. labyrinthica* essere superiore al *Bartoniano*, " e probabilmente *Ludiana* „, conclude " ... che la formazione " delle Argille scagliose debba rappresentare il *Bartoniano* o, " secondo la nomenclatura di I. Boussac, il *Priaboniano* „; affermando poi " la concordanza della parte inferiore di queste " (Argille scagliose) col Macigno e, mediatamente, col Nummu- " litico fossilifero (*Parisiano*) „. Per cui, concludendo, pel Franchi (che giustamente segnala, a pag. XLV, l'importanza pratica delle varie interpretazioni stratigrafiche) la serie geologica regolare in esame sarebbe la seguente:

Ludiano — Zona dei Calcari Alberesi ad *Helminth. labyr.*,
Bartoniano — Argille scagliose,
Parisiano { Macigno,
Calcare Nummulitico fossilifero.

L'Ing. E. CAMERANA, seguendo l'idea tradizionale, nel suo profilo trasversale ideale attraverso l'Appennino emiliano (*La Miniera italiana*, VIII, 1924), segna pure nettamente la grande serie del Macigno come regolarmente e normalmente sottostante alla potente formazione delle Argille scagliose.

Digitized by Google

Il Prof. G. Rovereto nelle sue *Note al rilevam. geol. dei fogli Rapallo e Chiavari* (" Boll. S. G. I. „, XLI-XLIII, 1922-1924) tratta a lungo la questione in esame, specialmente nel vol. XLII, dove fra l'altro dà per la regione bobbiese (Val Trebbia) una *sezione fondamentale*, perchè, secondo lui, essa " presenta nel " modo più regolare la successione dei varii membri strati- " grafici „ (pag. 226), e crede con ciò di aver battuto le mie interpretazioni.

Ma questa bella serie cosidetta *fondamentale*, che quindi credo opportuno di qui riportare (fig. 1), non è affatto regolare, ma consta di una doppia piega, con due anticlinali e tre sinclinali (vedi mia interpretazione sulla stessa sezione del Rovereto); per cui in tale sezione la formazione calcareo-marnosa, veramente eocenica, e la formazione argilloschistosa ofitifera, che credo cretacea, vi appaiono due volte; ciò del resto è facile constatarlo anche materialmente seguendo, col rilevamento geologico, la zona argilloschistosa ofitifera (altimetricamente superiore) di Felegara, che, girando a Sud per Cellere, Rossarola, Pietranera, Carana, ecc., va a collegarsi colla stessa zona (altimetricamente inferiore) del Ponte di S. Martino di Bobbio; come avevo già segnato nella Carta geologica dell'Appennino settentrionale pubblicata 34 anni fa. Quanto al Macigno, che appare presso detto ponte, esso non è affatto in anticlinale (come segna il Rovereto), ma costituisce solo la trasgressiva terminazione settentrionale della potente formazione marnoso-arenacea, disposta in sinclinale coricata, che è tanto estesa in Val Trebbia fra Bobbio e Marsaglia, specialmente sul lato destro della valle.

Ad ogni modo, interpretando detta doppia piega come una serie fondamentale regolare (che andrebbe dal Ludiano o Priaboniano al Luteziano) e continuando il rilevamento geologico del foglio Rapallo con analoghi criteri, si comprende come il Rovereto (pur ammettendo una marcata trasgressione anversiana o bartoniana) giunga a calcolare come di oltre 8000 metri la potenza della serie eocenica (pag. 197), possa stabilire due livelli di Calcari a Fucoidi, tre livelli di Argille scagliose (pag. 223) e tre livelli di Arenarie (pag. 196), e che, attraverso alle più svariate trasformazioni, sostituzioni laterali, trasgressioni, intrusioni, pieghe diapire, pieghe disarmoniche, spostamenti orizzontali, incuneamenti, piani di sobbalzo o di carreggiamento,

Digitized by Google

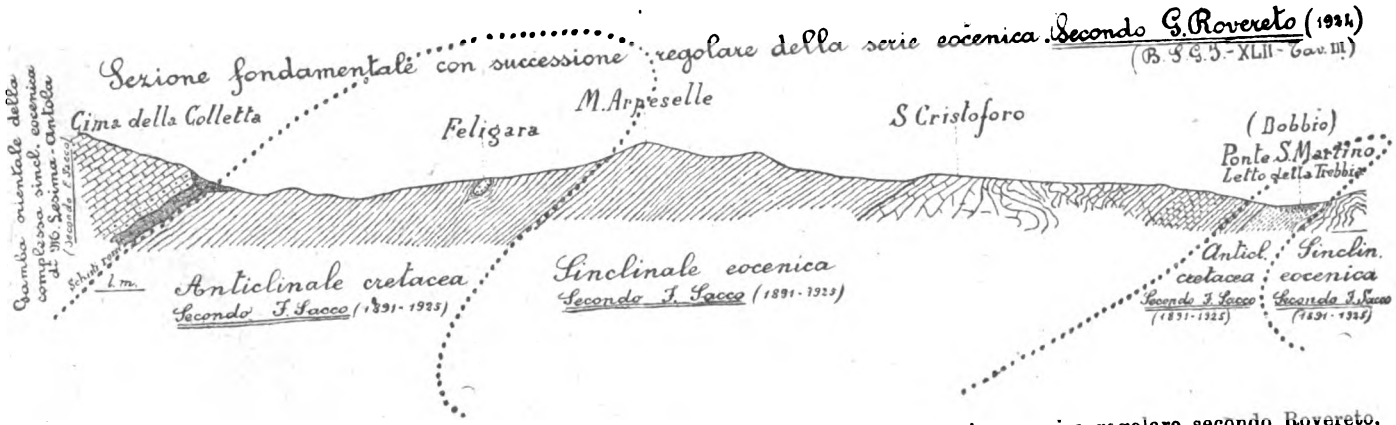


Fig. 1. — Sezione geologica (attraverso i monti a Sud di Bobbio) rappresentante la serie eocenica regolare secondo Rovereto, ed invece corrispondente ad una doppia anticlinale cretacea che separa tre sinclinali eoceniche secondo Sacco. (Scala di 1 a 65.000 circa).

Digitized by Google

ricoprimenti, impuntamenti, semifinestre, zone parautoctone, alloctone, ecc., il Rovereto giunga allo schema stratigrafico della fig. 8 (pag. 283), che, se fosse giusto, scoraggerebbe chiunque dallo studiare la geologia appenninica. Invece la Natura geologica di questa regione, se svariata nel dettaglio, è così semplice nel suo assieme!

Il Prof. P. PRINCIPI nel suo recente studio sopra *I terreni terziari dell'alta Valle del Tevere* (" Boll. S. G. I. „, XLIII, 1924) indica più volte (pag. 68, 69) che la formazione argilloso-calcarea colle zone ofiolitiche *è da riferirsi all'Eocene superiore* (*Bartoniano-Ludiano*). Nelle sue *Nuove osservaz. geologiche alta Valle del Tevere* (" R. Acc. Lincei „, XXXIII, dicembre 1924) ripete considerazioni analoghe; nel suo *Trattato di Geologia applicata* (1924) pone (pag. 194) le Argille scagliose nell'Eocene superiore; infine nelle *Nuove ricerche sul Bac. pl. del Casentino* (" L'Universo „, VI, 1925) precisa la serie stratigrafica nel modo seguente:

Ludiano — Calcari marnosi a *Helminthoidea labyrinthica*,
Bartoniano — Schisti argillosi colorati (*Galestri*),
Lutèziano — Formazione arenaceo-marnosa,

non avendo egli separato i veri Calcari eocenici nummulitiferi dagli Schisti galestrini ofitiferi che vi sono spesso contigui e apparentemente connessi, nè dando valore stratigrafico al fatto che a Memmenano il Lotti aveva trovato Inocerami, che del resto anche il Lotti indicò come *Inocerami nell'Eocene del Casentino* (" Boll. R. Com. geol. „, 1916).

Dai pochi cenni fatti sulle recenti pubblicazioni di Autori diversi che si occuparono della Geologia appenninica risulta quindi chiara l'unanimità della interpretazione stratigrafica nel senso di collocare gli Argilloschisti ofitiferi nell'Eocene superiore, sopra al *Macigno* posto nell'Eocene medio-inferiore.

Orbene, siccome anche le scoperte paleontologiche e gli studi geologici che ho fatto in questi ultimi anni mi convinsero sempre più della erroneità di detta interpretazione tradizionale e dell'età cretacea degli Argilloschisti ofitiferi, e siccome penso trattarsi di questione importantissima non solo scientifica ma anche pratica per le ricerche profonde di acque sotterranee e

Digitized by Google

di Petrolio, per la costruzione di gallerie ferroviarie ed opere consimili (come ad esempio già accennai gettando nel 1908 *Un allarme di Geologia applicata alle Direttissime Bologna-Firenze e Genova-Milano*), così credetti opportuno di ritornare ancora sulla questione, col pubblicare dapprima la notizia del *Rinvenimento di "Uintacrinus" nell'Appennino settentrionale* (1922), poi *Nuovi cenni di fossili cretacei negli Argilloschisti dell'Appennino settentrionale* (1922), e di aggiungere ora, con questa Nota, nuovi dati di carattere specialmente stratigrafico a sostegno della tesi, direi cretacea, che vado sostenendo da 35 anni con sempre più profonda convinzione, pel sempre maggior numero di fatti che servono a convalidarla e che vorrei fossero presi in seria considerazione.

***

Anzitutto dobbiamo sinceramente chiederci: quali sono i dati positivi che servono a stabilire sicuramente l'età di una formazione geologica? Credo che nessuno dubiti doversi onestamente rispondere che sono i dati paleontologici e quelli stratigrafici. Esaminiamoli perciò partitamente.

Riguardo ai FOSSILI non è più qui il caso di soffermarmi, dopo le ripetute pubblicazioni che ho fatto successivamente per oltre un trentennio, dal 1891 al 1923. Basterà ricordare che nelle formazioni argilloschistose ofitifere in questione furono raccolte, attraverso un secolo, da persone diverse, nelle regioni più svariate e distanti dell'Appennino, oltre ad una infinità di Icniti di incerta determinazione, numerosissime Cycadeoidee (varie specie di *Bennettites*), nonchè tronchi silicizzati di *Cupressinoxylon* e di *Araucarioxylon* analoghi a quelli del Wealdiano, di Potomae, ecc.; moltissime Radiolarie di tipo mesozoico, resti di *Uintacrinus*, cenni di *Hemipneustes* e di *Rhynconella vespertilio*, centinaia di Inocerami (rappresentati da diverse specie), svariatissime Ammoniti (dei generi *Turrilites, Acanthoceras, Desmoceras, Pachydiscus, Puzozia, Peroniceras, Schlömbachia, Mortoniceras, Heteroceras, Crioceras, Toxoceras, Ancyloceras, Bostrycoceras, Schaphites, Baculites, Hamites*, ecc.); varie specie cretacee di *Odontaspis*, di *Scaphanorhynchus*, di *Oxyrhina*, di *Corax*, di *Pseudocorax*, di *Carcharodon*, ecc., numerosi *Ptychodus* rap-

Digitized by Google

presentati da varie specie, ed infine tre resti di *Ichtyosaurus*! (1).

Non è il caso di insistere sull'assoluta, tipica cretaceità di tale copiosa serie di svariati fossili. È vero che si è cercato da alcuni di diminuirne l'importanza attribuendoli a sopravvivenze, donde i nuovi nomi proposti di *Inoceramus eocenicus, I. relictus, Ammonites eocenicus*! ecc., affermandosi, anche recentemente, che certe forme note in tutto il mondo come tipiche del solo Cretaceo (per esempio gli *Ptychodus*) siansi sviluppate in Italia sino al Miocene! oppure determinando come Gaviali resti tipici di Ittiosauri, od anche supponendo rimaneggiati fossili che in realtà non mostrano traccia di rimescolamento, o mettendo in dubbio le scoperte altrui quando non comodano, o semplicemente facendo affermazioni in forma dogmatica, e quindi anche segnando come eoceniche (persino in recenti Carte geologiche ufficiali) estese zone in cui da oltre un secolo si raccolgono numerosissimi resti di Inocerami e di Ammoniti svariate tipicamente cretacee e regolarmente ineluse fra gli schisti.

Ma tutto ciò non è serio, e perciò è meglio passar oltre per non essere tratti a fare considerazioni deplorevoli anche solo sul buon senso di certi studiosi.

Notisi poi che dette varie formazioni argilloschistose che si vogliono eoceniche, pur contenendo tipici fossili cretacei, sono generalmente interpretate come superiori alle formazioni del *Macigno*, le quali racchiudono talora (specialmente verso la base) fossili (come Nummuliti, Orbitoidi, ecc.) di tipo eocenico ed anzi persino alcuni (come Molluschi, Echinidi, ecc.) con ricordi oligo-

(1) Notisi che in questi ultimi anni si sono rinvenuti fossili tipici del Cretaceo in terreni che ho segnato cretacei in Carte geologiche pubblicate una trentina di anni fa, come è per es. il caso per lo Uintacrino di Val Dordone nel 1922, per numerosi Inocerami in diversi tempi ed in varie regioni, per le Ammoniti raccolte recentemente dal Principi (" Boll. S. G. I.„ 1925) nelle Argille scagliose a N. E. di Carpegna, per parecchi Pticodi indicati dal Canestrelli nel 1910, dal De Stefani nel 1912 e dal Pieragnoli nel 1916, nonchè per l'Ittiosauro segnato nel 1910 dal Simonelli fra gli Argilloschisti ofiolitiferi di Castelluccio nel Bolognese. Ciò sembra provare che le determinazioni cronologiche segnate in dette mie antiche Carte geologiche sono attendibili, poichè vengono sempre più confermate da posteriori successive scoperte paleontologiche.

Digitized by Google

miocenici; risultandone così una evidentissima contraddizione tra i dati paleontologici e l'interpretazione cronologica tradizionale. È vero che alcuni vollero distinguere questi Macigni con specie pseudomioceniche (1) da quelli tipici dell'Eocene; ma tale distinzione (in cui un po' analogamente caddi anch'io nel 1890, tosto correggendomene nell'anno seguente) non credo sia accettabile in generale, per quanto nella potente e complessa serie arenacea dell'Eocene debbansi naturalmente ammettere parti inferiori ed altre superiori, e che, come accennerò anche più avanti, si intercalino talora più volte strati o zone arenacee fra la serie marnoso-calcarea, marnosa o argillosa e viceversa.

Riguardo ai dati LITOLOGICI è opportuno fare alcune considerazioni.

Anzitutto è da osservarsi che, andando dalle regioni appenniniche circumpadane (per esempio dal basso e medio Appennino emiliano) alle regioni dell'alto Appennino, vediamo che le tipiche Argille scagliose ofitifere (2), qua e là variegate, più o meno

---

(1) Ancora recentemente il De Stefani (" Rend. R. Acc. Lincei „, 1924) nella sua commemorazione di G. Cappellini ricordò che egli (il Cappellini) " nel 1891 riconobbe ... l'età miocenica del tanto contestato *Macigno* di " Porretta, età preconizzata dal Bianconi, attestata l'anno innanzi con prove " dal De Bosniaski e da me, confermata pure nel 1881 dal Manzoni e final- " mente con ampia illustrazione dal Nelli nel 1903 „. Ma notisi che trattasi di semplici impronte di difficile e quindi incerta determinazione specifica.

(2) Riguardo alle cosidette *Pietre verdi* parmi opportuno ricordare qui incidentalmente come ottime regioni di osservazione, e quindi degne di studio particolare, circa i fenomeni di contatto, passaggi e simili: la nuova strada di Cabanne-Rezoaglio con ripetute intercalazioni diabasiche, epidiabasiche, serpentinose, oficalciche e simili, fra gli Argilloschisti calcariferi; così pure le intercalazioni di Schisti galestrini fra le Eufotidi lungo la strada di cresta a N. E. di Sesta Godano, ed ovunque si fanno tagli in queste formazioni.

Circa i contatti tra Serpentina ed Argilloschisti è sempre classica la sezione (ora rinfrescata da una strada nuova) del Ponte Barberino in Val Trebbia, coi soliti fenomeni di schisti farciti, o lardellati che dir si voglia, cioè con cogoli o brecciami calcarei, ecc., sparsi fra il materiale argilloso più o meno contorto, spostato, schiacciato, impastato e tormentato in cento modi e forme. Tali caratteristici Schisti brunastri lardellati di cogoli calcarei grigiastri preludiano quasi sempre alla presenza di vicini affioramenti

Digitized by Google

fluenti (tipo *Modeniano*), passano gradualmente ad Argilloschisti analogamente ofitiferi più duri (di tipo *Galestrino*), per quanto fissili e frangibili, come si presentano poi generalmente estesissimi in Toscana, spesso con intercalazioni di strati e straterelli arenaceo-psammitici (*Pietraforte*). Ciò vediamo per es. risalendo la Val Trebbia in modo da passare dal Bobbiese alla regione di Ottone, come pure risalendo la Val Taro sino a discendere nel Pontremolese in Val Magra, e analogamente dall'alta Val Secchia passando in Garfagnana, ecc.

Inoltre possiamo qui notare, per la serie eocenica, che la distinzione tra formazione del *Macigno* (1) e formazione del *Calcare a Fucoidi,* distinzione che in complesso è tanto netta e forte, in realtà all'analisi particolareggiata va spesso attenuandosi e talora risolvendosi in una formazione mista o di passaggio; cioè spesso vediamo che tra i banchi del Macigno appaiono, tratto tratto, banchi o strati di Calcare e viceversa.

Ciò osservasi anche spesso in Liguria (ricordo, per es., come luogo facile a visitare, la strada nazionale tra Bordighera ed Ospedaletti dove in alcuni punti veggonsi comparire di tratto strati e banchi del tipico Calcare argilloso a Fucoidi perfettamente interstratificati ai banchi pure tipici di arenaria (*Macigno*). Lo stesso fatto appare non di rado nell'Appennino settentrionale, per esempio nei Monti di Fivizzano (l. s.). Esso presentasi poi come vera alternanza per estesissime regioni dell'alta Emilia;

---

di Pietre verdi, con cui sono connessi e quindi, credo, potendo indicare la loro poca distanza sotterranea anche quando tali roccie non affiorano.

Altre volte esistono vere intercalazioni di lenti calcaree più o meno stirate, come tipici esempi se ne possono osservare in Val Trebbia presso il Ponte di Lencia. Il certo è, ed è naturale quanto logico che così sia, che contro le formazioni più compatte (sieno i Calcari mesozoici o quelli eocenici, le Pietre verdi od il Macigno) le formazioni argilloschistose sono più spiccatamente arricciate, pieghettate, contorte, anche rimpastate, insomma tettonicamente più disturbate, in rapporto alle gigantesche spinte e pressioni che tali Argilloschisti plastici hanno subìte, in diversi successivi momenti geologici, venendo schiacciate contro masse rigide, resistenti.

(1) Ricordo qui incidentalmente che talora il *Macigno* si altera all'esterno così fattamente da ricordare e da essere stato segnato in certe carte geologiche come un deposito quaternario, come per es. nei monti ad Est di Minucciano, a N. E. di Riccò del Golfo, ecc.

Digitized by Google

p. es., oltre che già in Valle Enza, dalla medio-superiore Val Dolo-Dragone ai gruppi del M. Acuto (Lama Mocogno-Barigazzo, ecc.), di Acquaria-Montecreto, di M. Emiliano, di M. Belvedere, di Casola, di Camugnano, di Castiglione dei Pepoli, ecc. Questa formazione un po' mista fu già notata da Lotti, Zaccagna, ecc. ed indicata come *Arenaria* o *Macigno giovane* o *superiore*; ma in realtà essa costituisce in questa estesa parte dell'Appennino una zona regionale intermedia e di passaggio tra la zona essenzialmente calcarea subappenninica e la zona essenzialmente arenacea dell'alto Appennino.

Del resto anche il fatto che tanto i Calcari a Fucoidi quanto il Macigno passano spesso inferiormente ad analoghi schisti rossigni che chiudono in basso la serie eocenica, sembra indicare che Calcari e Arenarie sono formazioni in parte contemporanee, eteropiche, cioè talvolta sostituentisi e talora invece intrecciantisi od alternantisi nella potente serie eocenica dell'Appennino; ciò in rapporto naturalmente con differenti condizioni di sedimentazione originaria verificatesi durante l'Eocene nella regione marina oggi appenninica.

Però generalmente si osserva che in detta complessa serie eocenica predomina la fisionomia arenacea in alto e quella calcarea in basso. Così, per es., sulla destra di Val Trebbia a monte di Bobbio vediamo che poco a poco dalle zone marnose dell'Eocene inferiore si passa, con alternanze, alle zone arenacee dell'Eocene medio-superiore (1); arenarie che inglobano talora perfino estesi conglomerati, a ciottoli di Quarzo, Micaschisto, Gneiss, Granito, Aplite, Diorite, Anfibolite, ecc., oltre a svariati Schisti cristallini o no, Calcari, ecc., di grossezza variabilissima, persino di oltre un metro, come in Val Aveto.

Notisi inoltre che sotto la potente, tipica serie del *Macigno* sovente vediamo comparire zonule calcaree; non solo i Calcari

(1) Sono pure riferibili all'Eocene certe formazioni conglomeratiche dell'Appennino settentrionale (come quelle di Monteacuto in Val Curone, di Pianadelle in alta Val Perino, di Monteregio in Val Nure), di cui le ultime già attribuii erroneamente all'Oligocene, mentre viceversa è riferibile all'Oligocene la potente ed estesa formazione arenacea di M. Barigazzo-Montarsone (Borgotaro) che già segnai nel 1891 come oligocenica, ma che poi indicai nel 1904 erroneamente come eocenica.

Digitized by Google

nummulitici, come è da tutti conosciuto, ma anche Calcari a Fucoidi, come per es. a Nord di Tresana (destra di Val Magra), dove possiamo appunto osservare, scendendo dal M. Zucoleto nella Val Canossilla, la seguente interessante serie:

Potente formazione arenacea (*Macigno*),
Zonula di Calcari a Fucoidi,
Potente formazione degli Argilloschisti con Pietre verdi.

Quanto alla famosa *Helminthoidea labyrinthica*, a cui il Franchi dà tanto valore stratigrafico-cronologico (vedi *Osservazioni ...*, " Boll. S. G. I. „, XLII, 1924), è anzitutto a notarsi che essa (per quanto specialmente eocenica) pur compare, almeno con forme simili, in terreni più antichi e più recenti; per cui il suo valore stratigrafico si può dire un po' relativo. Inoltre essa è una semplice *icnite*, direi *batimetrica*, corrispondendo cioè a depositi tranquilli, argillosi, un po' profondi, ma che incontrasi in vari piani, superiori ed inferiori, dell'Eocene appenninico; tant'è che due anni fa ne raccolsi (e conservo) tipici esemplari alle falde della potentissima serie dei Calcari a Fucoidi di M. S. Cristina presso Pellegrino parmense, precisamente negli straterelli calcarei più bassi passanti ai caratteristici Schisti rossigni, che passano poi alla loro volta inferiormente agli Schisti argilloso-arenacei con *Hamites* del Cretaceo superiore, i quali, notisi, inglobano a poca distanza l'affioramento ofiolitico di Pozzolo (fig. 2) (1).

Osservisi poi che, mentre il Franchi (l. c.) scrive: " Debbo " rammaricarmi che il prof. Sacco abbia ancora mantenuto ..... " la attribuzione al Parisiano della zona degli Alberesi con " *Helminthoidea labyrinthica* fatta dal Sacco fin dal 1891, senza " che vi sia mai stata trovata una delle Nummuliti caratteri- " stiche di quell'orizzonte „, viceversa nello stesso fascicolo del Bollettino della Soc. Geol. It. il Rovereto indica in tale formazione dei Calcari a Fucoidi ed Helminthoidee dell'Appennino vogherese, bobbiese e piacentino numerose specie di Nummuliti, Assiline, Ortofragmine ed Alveoline determinate dal Prever e

(1) Notisi che, mentre le formazioni calcaree eoceniche di M. S. Cristina e di Fiori costituiscono dolci sinclinali, quelle di M. Canzolino costituiscono la gamba orientale di una sinclinale rovesciata.

Digitized by Google

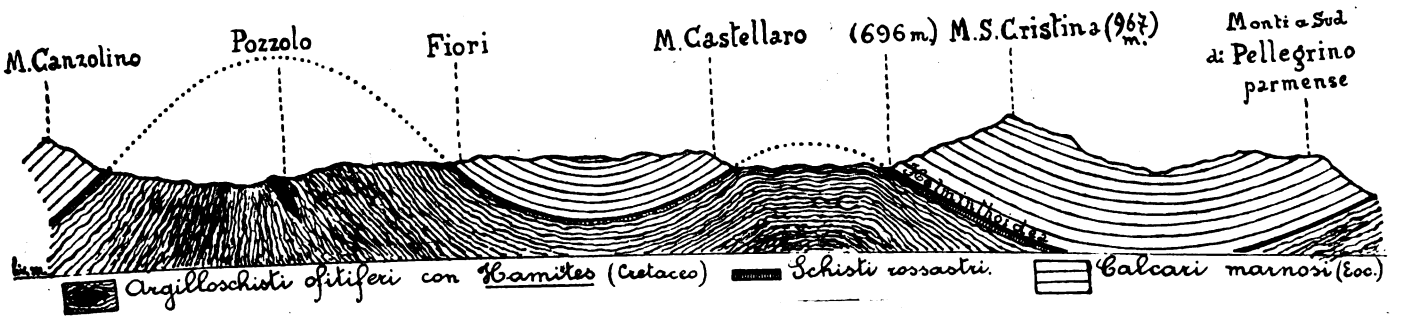


Fig. 2. — Sezione geologica attraverso i monti di Pellerino parmense.
(Scala di 1 a 50.000 circa).

Digitized by Google

che precisano il *Luteziano*, cioè appunto quello che io denomino (l. s.) *Parisiano*.

Del resto, ripeto, queste Fucoidi ed Helmintoidee, ancora di incerta interpretazione, corrispondono, più che ad un preciso piano geologico, ad uno speciale ambiente in cui si depositarono le melme diventate poi Calcari marnosi o argillosi (detti anche Alberesi), che costituiscono in parte l'Eocene medio (che indico come *Parisiano*), ma pur estendendosi nell'Eocene superiore (*Bartoniano*).

Quanto ai dati TETTONICI, che pur parrebbe dovessero servire a delucidare il problema in questione, purtroppo essi non riescono a tale scopo, giacchè, in causa dei forti corrugamenti e ribaltamenti dei terreni costituenti l'Appennino, la loro interpretazione può variare secondo il modo di intendere la serie stratigrafica; così, per es., le zone degli Argilloschisti ofitiferi da me interpretate come anticlinali, sono invece generalmente credute e segnate come sinclinali; il viceversa dicasi per le zone del Macigno.

La comparazione tra le mie sezioni geologiche (vedi per es. le fig. 3 e 5) e quelle di De Stefani, Zaccagna, Lotti, ecc. è parlante su tale riguardo. Però sta il fatto che molto più frequentemente, quasi si può dire normalmente, si verifica l'apparire degli Argilloschisti ofitiferi *sotto* le formazioni calcaree ed arenacee, tipiche dell'Eocene, piuttosto che non *sopra* di esse (come presso Berceto, sulla sinistra di Val Perino, presso Castiglione dei Pepoli, ecc.); casi questi ultimi che si spiegano facilmente per quei rovesciamenti di cui diedi nel 1923 un esempio persino per *Una placca isolata di Cretaceo sul Miocene dell'Appennino reggiano.*

Ma se la Tettonica (quasi come argomento od arma a doppio taglio secondo il modo di usarla), prestandosi a due contrarie interpretazioni, è impotente a sciogliere il problema in esame, sonvi però varî dati e fatti, direi di Geotopografia superficiale e sotterranea, che gettano una certa luce in proposito.

Si può intanto notare (quantunque come carattere di valore geologicamente molto secondario) che le formazioni argilloschistose prevalgono, *topograficamente*, nelle parti basse delle Vallate appenniniche, assottigliandosi spesso verso le parti alte, mentre i Calcari a Fucoidi ed il Macigno prevalgono invece nelle parti

Digitized by Google

alte; ciò che non sembra attribuibile solo al caso od a diversa resistenza all'erosione esterna od a fenomeni di frana (1), ma piuttosto in gran parte alla reale posizione originaria, piuttosto bassa degli Argilloschisti rispetto a quella, relativamente più alta, dei Calcari e delle Arenarie.

Notisi anche, su tale riguardo, che nell'attraversamento delle *Gallerie ferroviarie transappenniniche* si trovarono generalmente le formazioni argilloschistose più sviluppate di quanto si credesse dall'esame esterno; appunto perchè esse, costituendo verso l'alto asse di anticlinali (e non di sinclinali, come generalmente si crede), naturalmente si vanno estendendo in profondità più di quanto appaiano in superficie.

Già accennai a questo caso in un opuscolo del 1898 sopra *La Geologia e le Linee ferroviarie*, indicando l'incontro dei soliti pessimi Argilloschisti nella Galleria di Pratolino lungo la linea ferroviaria Firenze-Faenza, ciò che cagionò una spesa di oltre 8400 lire al m. lin. in più del previsto.

Considerazioni analoghe esposi nello stesso opuscolo, per la linea ferroviaria Parma-Spezia, circa la Galleria del Borgiallo, la cui spesa (appunto per i soliti Schisti argillosi sottostanti, e non sovrastanti, al *Macigno*) venne ad essere quasi quintupla della preventivata.

Così pure gettai nel 1908 *Un allarme di Geologia applicata alla Direttissima Bologna-Firenze*, allarme che, per quanto rimasto inascoltato, trova purtroppo la prova della sua giustezza nei gravi inconvenienti che incontra questa linea ora in costruzione.

Infatti, limitandomi all'opera più importante, la Galleria di valico (lunga più di 18.500 m.) tra la Valle del Bisenzio (a Sud) e quella del Setta (a Nord), vediamo che, secondo la solita interpretazione geologica tradizionale, la serie d'alto in basso dovrebbe essere la seguente:

---

(1) Dopo 36 anni di rilevamenti geologici credo di poter coscienziosamente respingere l'insinuazione pubblicata dallo Zaccagna (*Sulla Geologia della Valle di Vara*, 1925, pag. 21) che io possa confondere l'affioramento di Argilloschisti in fondo valle con *zone franose discese verso le depressioni*! Quanto ad *artifiziose, inammissibili interpretazioni tettoniche*, veggasi più avanti circa l'anticlinale di Cassana (Spezia).

Digitized by Google

Arenarie superiori con intercalazioni schistose,
Schisti argillosi passanti ad Argille scagliose, con masse ofiolitiche,
Arenarie inferiori, più compatte (Macigno) in basso che in alto,

come è indicato nella spiegazione dei segni del profilo riassuntivo favoritomi recentemente dall'Istituto sperimentale delle Ferrovie dello Stato; perciò la costituzione geologica di questa regione appenninica fu delineata così come appare nella sezione superiore di fig. 3.

Invece una breve perlustrazione fatta il 26 luglio di questo anno 1925, all'incirca sull'asse di tale linea ferroviaria, mi condusse ad una interpretazione geotettonica ben diversa, quale qui delineo schematicamente (sez. inf. di fig. 3), sulla base dello stesso profilo orografico sovraindicato (1).

Confrontando le due sezioni appare subito la loro grande differenza, direi, scientifica, e quindi, purtroppo, anche pratica. Infatti, scientificamente, ritenendo io gli Argilloschisti ofitiferi come inferiori alle diverse formazioni arenacee (che interpreto fra loro quasi eteropiche), l'andamento tettonico mi risulta assai diverso da quello indicato nella sezione, direi, ufficiale, cioè più movimentata di questa e parzialmente opposta nelle rispettive sinclinali ed anticlinali. Dal punto di vista pratico naturalmente, secondo la mia interpretazione, la tanto infausta formazione argilloschistosa costituendo anticlinali (e non già sinclinali) devesi presentare assai sviluppata anche in profondità, anzi più all'interno che all'esterno. Ciò disgraziatamente si è già verificato nella regione di Ca Landino presso Castiglione dei Pepoli, dove

---

(1) Ebbi in comunicazione la sezione (qui riprodotta) ma non la planimetria della linea ferroviaria e forse delineai la sezione geologica, specialmente presso Castiglione, un po' più ad Est della linea della Galleria, ciò che mi permise però di far apparire le due minori sinclinali del *Macigno* di Ca Landino.

Notisi anche che la cosidetta *Arenaria superiore* è da me considerata come complessivamente contemporanea all'*Arenaria inferiore* o *Macigno*, come già spiegai a pag. 11, 12. Naturalmente la zona inferiore (in anticlinale) di Macigno che è delineata nel profilo ufficiale in profondità, sotto la potente formazione argilloschistosa delle colline di Sparvo, non credo che esista.

Digitized by Google

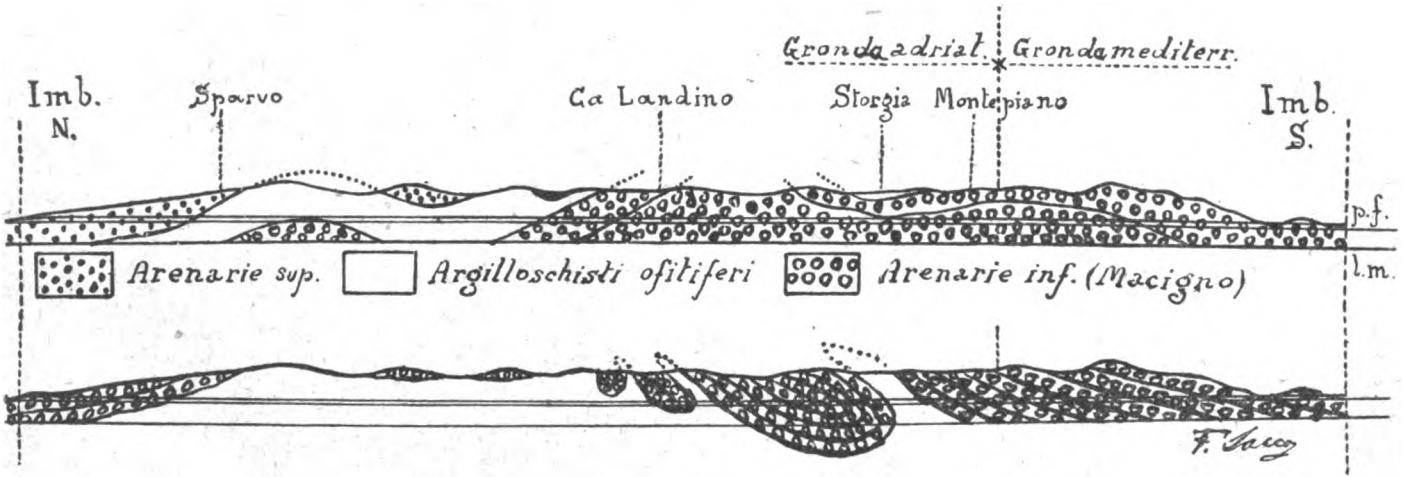


Fig. 3. — Sezione geologica schematica sull'asse, circa, della Galleria di valico transappenninica della Ferrovia direttissima (in costruzione) di Bologna-Firenze.

La sezione superiore è quella dell'Istituto sperimentale della Direzione generale delle Ferrovie dello Stato.

La sezione inferiore è quella delineata secondo l'interpretazione di F. Sacco.

(Scala di 1 a 100.000).

Digitized by Google

il ristretto affioramento di pessimi argilloschisti non è segnato nel profilo geologico ufficiale; ne derivò una impensata, enorme spesa (e perdita di tempo) nella grande discenderia quivi in esecuzione e già affondata per varie centinaia di metri attraverso quei pessimi terreni argilloschistosi.

Qualcosa di analogo dovrebbe verificarsi, a mio parere, quando la Galleria sottopasserà la regione di Storgia a Nord di Montepiano. Quivi infatti secondo il profilo ufficiale la galleria dovrebbe passare tranquillamente nel compatto Macigno soggiacente ad una leggera sinclinale di Argilloschisti visibili all'esterno; invece credo che purtroppo la galleria dovrà attraversare per un lungo tratto la cattiva formazione argilloschistosa che interpreto disposta in anticlinale quivi rovesciata verso Nord, e che esternamente si vede estendersi ad Ovest per Castellaro, Lizzo, ecc. sin ben oltre i Bagni della Porretta, Sestola, ecc., e ad Est per Tronale, Casaglia, Prunecchio, ecc. sino al Bacino del Mugello (vedi mia Carta geol. dell'App. sett. del 1891).

Ecco un caso in cui una perforazione artificiale fatta a scopo unicamente pratico, e che sarà effettuata fra non molto, potrà contribuire a sciogliere un problema scientifico; si potrebbe dire che sarà la *prova del fuoco* di due teorie antagoniste.

Il fatto è, ad ogni modo, che (oltre che pel generale aumento delle spese) anche per quanto fu finora eseguito, specialmente nelle gallerie e discenderie attraverso le pessime formazioni argilloschistose nell'interno della regione collinosa di Sparvo-Castiglione, la Direttissima Bologna-Prato, preventivata 150 milioni, costerà un buon miliardo, e probabilmente assai di più!

È pure opportuno ricordare, circa il problema in questione, che *trivellazioni* spinte tra le Argille scagliose per ricerca di Petrolio, anche ad oltre 1000 metri di profondità, pur attraversando talora zone eoceniche, per fenomeni di sinclinali rovesciate (come per esempio presso Montechino, ecc., com'è indicato nelle sezioni geologiche accompagnanti i miei recenti scritti al riguardo) non raggiunsero mai la serie del *Macigno* che ne dovrebbe costituire la base secondo l'idea tradizionale, ma che non dovrebbesi infatti incontrare secondo il mio parere (salvo che per forti ed estesi rovesciamenti), trattandosi di formazione che credo normalmente superiore e non inferiore a quella argillosa.

Digitized by Google

Dal punto di vista STRATIGRAFICO si possono fare osservazioni assai più importanti e, parmi, decisive circa la questione che ci interessa.

Non insisto sul fatto che in certe regioni (per es. a Firenzuola, dove pur trovaronsi parecchi denti di *Ptychodus*) appaiono complesse anticlinali di Argilloschisti ofitiferi circondate da una specie di gran cerchio di *Macigno*, e che in altre (p. es. a Sesta Godano) si vedono regolari conche o dolci sinclinali di *Macigno* sovrapposte agli Schisti ofitiferi; quantunque ciò sia già abbastanza parlante e difficilmente spiegabile con fenomeni di rovesciamento e simili. Ma mi soffermo specialmente su fenomeni di successioni stratigrafiche che paionmi più sicuramente probatori.

Già sin dal 1892, con scritti, carte e sezioni geologiche, ho richiamato l'attenzione sul fatto assai parlante che, attorno all'affioramento di Trias calcareo-gessoso dell'alta Valle Secchia, ed anche su ai passi dell'Ospedalaccio-Cerreto, ecc. si può osservare, tra il Trias e l'eocenico Calcare a Fucoidi, uno sviluppo di tipici Argilloschisti ofitiferi con Ammoniti, Inocerami, ecc. Ma siccome da molti il Calcare a Fucoidi viene attribuito all'Eocene superiore e non si vuol dare valore stratigrafico ai suddetti fossili tipici del Cretaceo, così non si volle dare alla sovraccennata successione stratigrafica l'importanza che essa ha, continuandosi imperturbabilmente a porre tali Argilloschisti nell'Eocene.

Ma un fenomeno stratigrafico analogo si verifica pure talora nelle regioni di sviluppo del *Macigno*, da tutti ritenuto come *inferiore* agli Argilloschisti ofitiferi; quindi esaminiamo meglio questo caso.

È noto che nelle regioni dove si sviluppa il *Macigno* spesso si può osservare che sotto esso compaiono caratteristici schisti rossigni (1) che i geologi delle Carte ufficiali attribuiscono generalmente al Cretaceo (2) per esservisi trovati qua e là denti di *Ptychodus*.

---

(1) Da non confondersi con certe zone di marne rosate che sviluppansi talora nella parte inferiore della serie eocenica dell'Appennino, per esempio piacentino e reggiano.

(2) Veramente tra tali Schisti rossigni incontransi pure talora lenti di Calcari nummulitici, quindi eocenici. Il fenomeno può spiegarsi conside-

Digitized by Google

Orbene in queste regioni, là dove appaiono Calcari mesozoici, generalmente osservasi un forte *hiatus* con trasgressione tra essi e gli Schisti rossi sostenenti il Macigno. Talvolta però si può osservare (per es., nei monti a Nord dei Bagni di Lucca, attorno al M. Pratofiorito, nei monti di Lucchio, ecc.) che sopra ai Calcari mesozoici (per lo più del Neocomiano-Giura) compaiono i noti Argilloschisti brunastri contorti che passano in alto (talora coll'intermezzo degli Schisti rossigni) al *Macigno*.

Interessantissimo pure è il fatto (un po' analogo) che in alcune regioni, per esempio in quella della Pania di Corfino, specialmente nei dintorni di Foce delle Radici, si può constatare assai bene che i soliti Schisti rossastri, tanto sviluppati appunto attorno alla Pania di Corfino ed indicati come Cretacei nelle Carte geologiche ufficiali, mentre soggiaciono normalmente alla potente ed estesa serie del Macigno dell'Alpe di S. Pellegrino-M. Giovarello, ecc., si sovrappongono pure normalmente alla potente ed estesissima formazione dei tipici argilloschisti contorti ofitiferi di Pian dei Lagotti, ecc.

Quivi quindi è evidentissima la normale regolare successione stratigrafica seguente, d'alto in basso:

Pontentissima ed estesa serie del *Macigno*,
Schisti rossigni, verdicci, giallognoli,
Argilloschisti (*Galestri*) ofitiferi, con lenti di Calcari fratturati, ecc.

Il fatto che gli Argilloschisti (come pure spesso gli Schisti rossi) quasi sempre non appaiono là dove il *Macigno* si addossa

---

rando trattarsi di formazione di passaggio, eocenica in alto e cretacea in basso; passaggio compientesi anche attraverso pochi metri; ciò mi richiama alla mente le *Osservazioni geologiche comparative sui Pirenei* (1900), in cui appunto " ricordo incidentalmente come il passaggio dal Cretaceo all'Eocene " si compia talora in modo rapidissimo, sì che gli strati ad Inocerami sono " talora a contatto con quelli a Nummuliti, come potei per es. osservare " salendo da Mongaillard ad Orignac; ricordo ciò perchè fatti consimili " sono assai frequenti nell'Appennino settentrionale e furono una delle " cause che fecero ritenere generalmente eoceniche anche le formazioni " cretacee, magari anche ammettendo un Eocene con Inocerami, come si " sostiene ora da qualcuno „; così per es. da De Stefani in *Carta geol. dint. Firenze* (1895), da Lotti in *Carta geol. del Foglio al 100.000 di Firenze*, 1908, ecc.

Digitized by Google

ai Calcari mesozoici, dipende dal fenomeno spiegabilissimo che, mentre la formazione argilloschistosa in questione (appunto per la natura sua) favorisce lo scorrimento e quindi la trasgressione dei terreni sovrastanti (Calcari a Fucoidi o Macigno secondo i casi) sui soggiacenti (Calcari mesozoici), d'altra parte detti Argilloschisti compresi e compressi tra due terreni duri e compatti (Macigno sopra e Calcari mes. sotto) sovrapponentisi in più o meno notevole trasgressione, sono soggetti naturalmente a laminarsi, assottigliarsi e terminare a unghia, per modo che raramente essi riescono ad affiorare un po' estesamente; inoltre anche nel caso di affioramento, spesso essi restano mascherati dai detriti di falda. Quindi gli Argilloschisti ofitiferi corrispondono appunto a quella grande lacuna tra Neocomiano e Schisti rossi che venne spesso rilevata e che anche recentemente fu giustamente precisata dallo Zaccagna nel suo recente lavoro sulla Val di Vara (pag. 15).

Ma fenomeni che paionmi assolutamente risolutivi rispetto alla interpretazione della posizione degli Argilloschisti ofitiferi rispetto alla formazione del Macigno, possonsi osservare nell'Appennino spezzino, per cui li esaminerò qui in modo speciale, per quanto brevemente: ciò tanto più perchè, trattandosi di Carta geologica (1) che preludia alla prossima pubblicazione del foglio di Spezia della Carta geologica ufficiale del Regno d'Italia al 100.000, credo doveroso farvi particolari osservazioni, come pure accennare alla mancanza di estese zone di Macigno (come, p. es., quella di Vernazza già delineata nella mia Carta geol. del 1891), sperando siano fatte le opportune correzioni ed aggiunte nel predetto futuro foglio ufficiale.

È noto che la regione appenninica della Spezia è tettonicamente delineata da una grandiosa e complessa anticlinale di terreni mesozoici (dal Trias in su), pur interessando i sovrastanti terreni eocenici rappresentati appunto dalla tipica serie arenacea del cosidetto Macigno; anticlinale diretta da S. E. (dove, con varie complicazioni, costituisce il famoso Golfo della Spezia) a N.O., cioè colla solita direzione generale dell'Appennino italiano.

Tale anticlinale mesozoica, ampia, accentuatissima e com-

(1) Vedi Zaccagna D., *Sulla Geologia della Valle di Vara e regioni finitime* (" Mem. Acc. Lunig. di Scienze „, anno VI, La Spezia, 1925), con carta e sezioni geol.

Digitized by Google

plicata nella regione della Spezia, va in complesso restringendosi ed attenuandosi, abbassandosi, verso N. O., sino a ridursi a limitati affioramenti di Calcari giuresi sotto Cassana, sempre affiancata dai banchi del Macigno. Oltre Cassana (dove i banchi arenacei eocenici dei due opposti fianchi poco inclinati, avvicinandosi, paiono riunirsi per circa 200 m.) l'anticlinale spezzina continua per oltre 12 chilometri, ancora sempre affiancata regolarmente per lungo tratto dai soliti banchi di *Macigno*; solo che l'asse dell'anticlinale, invece di essere costituito dalla potente tipica serie calcarea del Trias-Giura-Neocomiano, è rappresentato dalla caratteristica formazione argilloschistosa ofitifera (1) (Vedi la fig. 4).

Tale fatto geotettonico già l'avevo nettamente segnato nella Carta geologica dell'Appennino settentrionale (1891) senza darvi speciale importanza, parendomi affatto logico e naturale; giacchè la plastica formazione argilloschistosa ofitifera (per me cretacea e quindi giacente normalmente tra i Calcari giurassico-infracretacei ed il Macigno eocenico), mentre tra la Spezia e Cassana non può quasi apparire (salvo qua e là sul lato orientale) perchè, come di solito, schiacciata e mascherata in trasgressione tra detti due duri terreni; invece oltre Cassana, per l'abbassarsi dell'anticlinale mesozoica calcarea, detta formazione argilloschistosa può nettamente comparire ed esplicarsi, come vedesi appunto da Cassana a Carrodano, Carro, ecc. sin nel Chiavarese.

Per chiarire meglio il fatto, presento una cartina geologica (fig. 4) schematica dell'anticlinale spezzina-chiavarese nella regione che più qui ci interessa, nonchè una sezione trasversale dell'anticlinale stessa attraverso il M. Gronde, estendendo quest'ultima sezione per parecchi chilometri onde inquadrarla più chiaramente e metterla a confronto con una identica sezione (fig. 5, sez. inf. e sez. sup.) data dallo Zaccagna nel suo recente lavoro, naturalmente secondo il suo modo di interpretazione, che risulta tanto differente dal mio! (2).

---

(1) È quivi notevole lo sviluppo, per circa 9 chilometri, della gracile, stretta zonula serpentinosa fra gli argilloschisti, ciò che è interessante per la interpretazione del modo di origine della Serpentina, evidentemente interstratificata fra gli schisti argillosi dei sedimenti marini.

(2) Rispetto a questa sezione geologica debbo notare: 1°) che l'apparsa

Digitized by Google

Quanto allo sviluppo dei diversi terreni ed altri fatti geologici evidentissimi, essi dovettero naturalmente anche venire constatati e segnati dallo Zaccagna nella sua recentissima *Carta geologica della Valle di Vara* (1925); ma non ammettendo egli la sovraccennata posizione stratigrafica e l'età cretacea degli

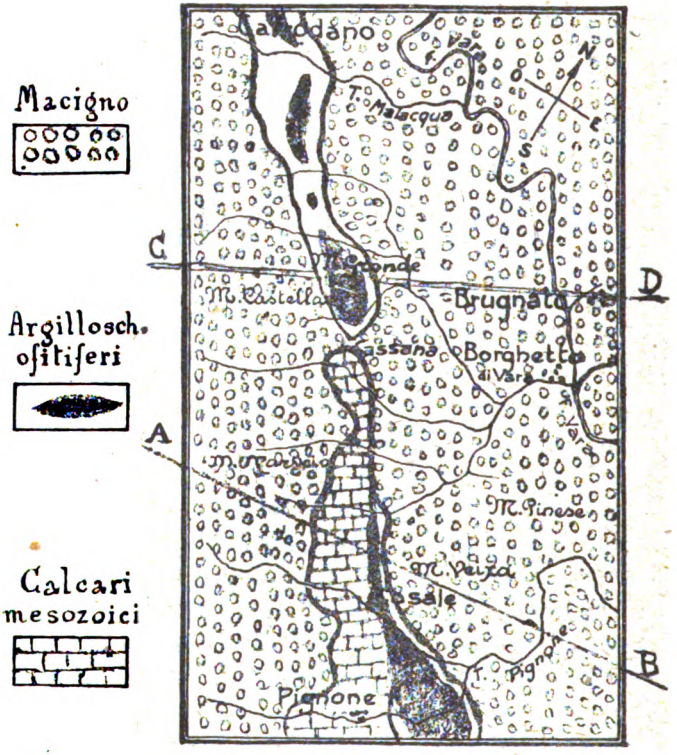


Fig. 4. — Cartina geologica schematica della estremità N. O. della anticlinale spezzina (Scala di 1 a 100.000).

della formazione calcarea di Suvero frammezzo a quelle arenacee è ben spiegabile nel modo sovraccennato a pag. 11, 12 ed è fenomeno frequentissimo nell'Appennino settentrionale; 2°) l'indicazione di una sinclinale sottomarina di Macigno presso Levanto corrisponde ai vicini affioramenti di M. Focone-Deiva; 3°) riguardo alle differenze, qua e là assai notevoli, esistenti riguardo all'andamento degli strati, fra la sezione dello Zaccagna e la mia, non posso che invitare chi s'interessa della questione di andare a verificare sul luogo quale sia l'indicazione più giusta; dopo tale verifica giudichi chi non è in causa.

Digitized by Google

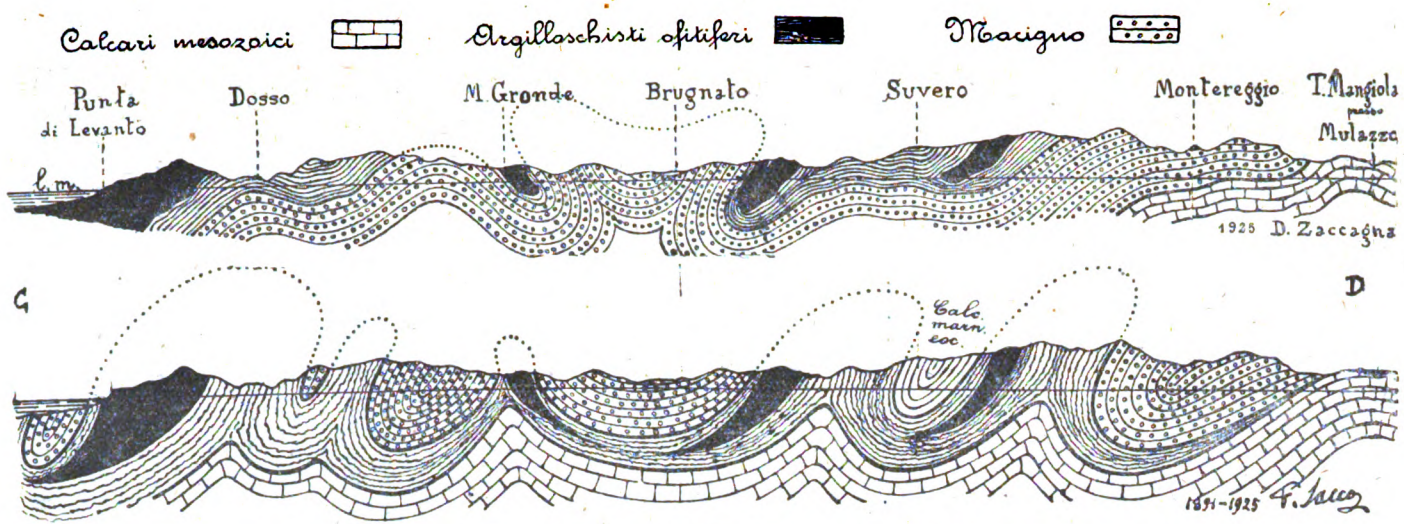


Fig. 5 (Vedi la Sezione parziale C-D di fig. 4). — Sezione geologica attraverso i monti liguri tra Mulazzo (Val Magra) e Levanto.

La sezione superiore è la riproduzione della sezione IV della Tavola annessa al lavoro dell'ing. Zaccagna, *Sulla Geologia della Valle di Vara*, 1925.

La sezione inferiore, identica topograficamente alla superiore, è delineata secondo le idee di F. Sacco.

(Scala di 1 a 164.000 circa).

Digitized by Google

Argilloschisti ofitiferi (che crede, come in generale, eocenici (1) e soprastanti al Macigno), fu obbligato ad una concezione geotettonica che parmi veramente straordinaria; cioè la netta e forte anticlinale spezzina (calcareo-mesozoica con regolare sovrapposizione del Macigno), dopo oltre 20 chilometri di sviluppo (in direzione S.E.-N.O.), di tratto a Cassana diventerebbe una forte sinclinale continuantesi (sempre con detta direzione) per una dozzina di chilometri; sinclinale in cui giacerebbero gli Argilloschisti colla Serpentina di Gronde e coll'affiancamento dei soliti banchi di Macigno; questi però da inferiori di una anticlinale diventerebbero di colpo (oltre Cassana) i superiori di una sinclinale; cosa per me inconcepibile.

Tale ginnastica geotettonica, che del resto il suo autore ha ben precisata con due sezioni (IV e V della Tavola e fig. 4 e 5 a pag. 46 del testo), nonchè con apposita descrizione (doppia curvatura di raccordo, carena o cucchiaio da una parte e cupola dall'altra), è così straordinaria che lo Zaccagna dovette creare per essa un nome nuovo, cioè di *piega alterna* o *piega reciproca*!

Fortunatamente nella stessa regione in esame possiamo trovare la prova che la spiegazione del fenomeno indicato non ha affatto bisogno di tale difficile geotettonica, ma è ben più semplice e naturale, come ho già sovraccennato e preciserò meglio. Infatti lungo quasi tutto il fianco N. E. della classica anticlinale di Spezia-Cassana vediamo apparire tra i Calcari retico-giuresei-infracretacei ed il Macigno eocenico (là dove la trasgressione e lo *hiatus* sono meno accentuati), cioè nella loro posizione (secondo me) naturale, una più o meno lunga zona argilloschistosa brunastra con Pietre verdi.

Per essere breve preciserò un solo caso ma ben chiaro e parlante, il più vicino alla regione di Cassana, cioè sopra la borgata Casale. Quivi tra M. Veixa ad Est e Cresta Marveia ad Ovest, monti costituiti di banchi di Macigno disposti oppostamente ad anticlinale decapitata per erosione, appaiono i noti

---

(1) È curioso come lo Zaccagna, che vuol ritenere eoceniche e non cretacee le Pietre verdi dell'Appennino, continui ancor oggi (vedi Nota di pag. 28 del citato lavoro del 1925 sul Vara) ad affermare come *appartenenti all'epoca arcaica* le Pietre verdi incluse nei Calceschisti delle Alpi occidentali, che da un trentennio fu provato essere mesozoiche!

Digitized by Google

Calcari rosso-violacei diasprigni manganesiferi, giurassici, disposti ad anticlinale ondulata.

Orbene, se dal lato occidentale, per forte trasgressione, si verifica (almeno all'esterno) la diretta sovrapposizione del *Macigno* eocenico sul Calcare giurese; invece sul lato orientale, essendo detta trasgressione meno accentuata, si può vedere nettamente che tra i banchi inferiori del Macigno di M. Veixa ed i calcari giuresi della dorsale di Villa di Casale si interpone (perfettamente nel suo posto naturale, secondo me) la tipica formazione degli Argilloschisti contorti grigio-plumbei colla caratteristica intercalazione di Serpentine affioranti sia in fondo di Val Redarena, sia presso la Cappelletta; disposizione che si continua per chilometri verso S. E. coll'aggiunta di ampia emersione di Eufotide sotto la Serpentina, cioè verso Battipagliano, M. Serramazzo, R. Fo-Madonna del Trezzo, ecc. (Vedi fig. 6).

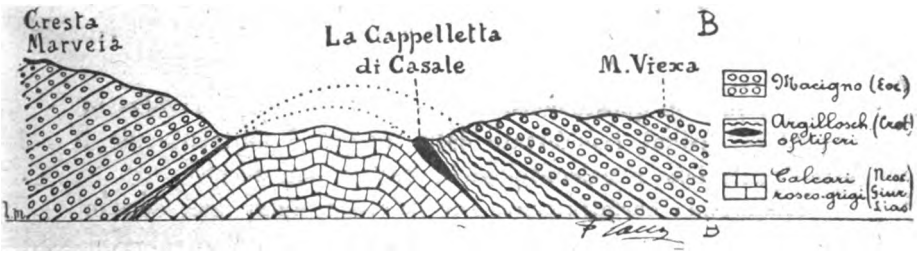


Fig. 6 (Sezione A-B di fig. 4).
Sezione geologica attraverso l'estremità N. O. dell'anticlinale spezzina.
(Scala di 1 a 25.000).

Detta disposizione stratigrafica parmi assolutamente chiara, parlante e persuadente circa la vera posizione degli Argilloschisti ofitiferi tra i Calcari giurassico-neocomiani ed il Macigno eocenico, per cui la loro età cretacea, indicata e provata altrove da tanti tipici fossili, risulta qui del tutto e naturalmente provata. Può darsi che altri, *ricorrendo ad artificiose, inammissibili interpretazioni tettoniche* (come sarebbero le sovraccennate *pieghe reciproche* o *alterne*, direi piuttosto *alterate*!), tenti anche di spiegare tale sezione in modo da far risultare gli Argilloschisti come superiori al Macigno eocenico; ma sembrami che allora si giunga all'assurdo, davanti a cui mi arresto, preferendo la soluzione altrettanto logica quanto semplice, confortata da tanti casi stra-

Digitized by Google

tigrafici e dalla sovraccennata copiosa lunga serie di fossili caratteristici del Cretaceo, concludendo così colla seguente serie schematica dei terreni appenninici in questione:

Eocene — Potenti formazioni (fra loro parzialmente eteropiche e sostituentisi) del *Macigno* (prevalente verso l'alto) e di *Calcari marnosi a Fucoidi* (prevalenti verso il basso).

Cretaceo — Schisti rossigni o giallastri: Con interstrati o lenti calcaree nummulitifere; Piuttosto argillosi con resti di Pticodi, ecc. (Zona di passaggio).

Potente formazione di Argilloschisti (*Argille scagliose, Galestri,* ecc.) con Diaspri, Ftaniti, Calcari argillosi e svariate *Pietre verdi.*

Infracretaceo — Calcari bianco-grigiastri o rosati, compatti, selciferi, passanti in basso al **Giurese (Titonico).**

A chiusa di queste considerazioni, io non oso più rivolgermi ai geologi anziani, sconfortato dalla inanità di un trentennio di prove geologiche e paleontologiche date e non accolte.

Comprendo perfettamente che coloro i quali per decenni pubblicarono opere, carte e sezioni geologiche fondate sopra un dato criterio, difficilmente possono o vogliono accettare idee ed interpretazioni che sconvolgerebbero, direi capovolgerebbero, parte dei loro lavori; senza pensare essi che, se *errare humanum est, perseverare autem diabolicum,* e che del resto *è da saggio mutar consiglio.....*

Ricordo però in proposito, con orgoglio di discepolo, che quando il Gastaldi, dopo tanti anni di faticosi rilevamenti geologici nelle Alpi occidentali, e dopo averne sempre considerate come arcaiche e paleozoiche estesissime formazioni geologiche (basandosi su determinazioni paleontologiche, purtroppo erronee, del Micheletti), nell'ultima sua campagna geologica ritornava a fare minute ricerche sulla regione fossilifera di Vernante, scrivendo poi nel suo ultimo lavoro *Sui rilevamenti geologici fatti sulle Alpi piemontesi durante la campagna del 1877* (" R. Acc. dei Lincei „ CCLXXV): " la disillusione da me provata nella cam-

Digitized by Google

" pagna geologica del 1877 fu certamente amara... Ebbimo la " costanza di continuare le ricerche per cinque ore e finalmente " arrivammo a questa inattesa scoperta, che cioè ci trovavamo " nel terreno nummulitico. Se qualcuno ci avesse visti inginoc- " chiati sul nudo calcare, colle mani poggiate sul suolo, colla " testa inclinata e gli occhi intenti a contemplare quei piccoli " fossili, che, a tenore della nostra aspettazione, avrebbero dovuto " essere Trilobiti, Orthis, Leptene ed erano Nummuliti, si sa- " rebbe accorto che noi non eravamo nel più felice momento " della nostra vita „.

Questo fu il testamento di alta onestà scientifica che lasciò il Gastaldi nell'ultimo suo lavoro geologico, morendo egli poco più di un anno dopo, ma sconfessando prima una sua importantissima interpretazione, appena che i fossili gli ebbero dimostrato che essa era errata!

Si parva licet componere magnis, permettomi ricordare pure che, avendo in una carta geologica di Voltaggio, pubblicata nel marzo 1887, attribuito provvisoriamente all'Eocene certi affioramenti di Calcari senza fossili che trovansi tra le formazioni (ritenute allora da tutti eoceniche) dei dintorni di Voltaggio, appena seppi che eransi trovate Giroporelle in Calcari analoghi poco lontani, verso Genova, tosto accettai l'età triasica anche per quelli di Voltaggio, facendone anzi (nella buona compagnia del Taramelli) pubblica dichiarazione il 13 settembre 1887 durante il Congresso geologico di Savona, come risulta a pag. 472 del " Boll. S. G. I. „, VI, 1887, dove appunto è pubblicato in proposito: " quei Calcari sarebbero pertinenti al Trias medio, " ed anzi fu implicitamente ammessa (tale interpretazione) anche " dal prof. Taramelli e dal prof. Sacco che prima l'oppugna- " vano „.

Ma, ad ogni modo, ritornando alla dibattuta questione della posizione ed età degli Argilloschisti ofitiferi dell'Appennino, se non oso più ormai di rivolgermi ai Geologi anziani dopo un trentennio di inutili sforzi, voglio almeno ancor tentare d'invitare i giovani che non si sono ancora impegnati nell'adozione di una teoria e pregarli di voler esaminare serenamente, senza preconcetti di scuola o di tradizioni, i dati paleontologici (che essi potranno anche accrescere con pazienti ricerche), e di andare direttamente ad osservare i fatti stratigrafici sovraccennati (per es., in un sol

Digitized by Google

giorno dalla Spezia, nell'anticlinale spezzina tra Pignone e Carrodano) e trarne la conclusione che parrà loro più logica.

Il problema è troppo importante, scientificamente e praticamente, per lasciarlo ancora insoluto, e merita quindi di applicarvisi con ogni scienza e con tutta coscienza.

Torino - Castello del Valentino - Autunno del 1925.

Digitized by Google

TOMMASO SALVADORI

commemorato dal Socio nazionale DANIELE ROSA

La nostra Accademia commemorando il suo Socio Tommaso Salvadori commemora in pari tempo quegli che fu doppiamente (per anzianità e per età) il suo decano, poichè il Salvadori apparteneva a questa Accademia, come Socio ordinario residente, fin dal 15 gennaio del 1871 e la morte ce lo tolse oltre un mezzo secolo dopo (il 2 ottobre 1923) quando già egli aveva varcato l'età di 88 anni.

A me poi è grato ricordare anche in lui il mio primo maestro di Storia naturale. È dire che i miei rapporti col Salvadori erano di ben antica data: fu infatti nel 1875 che io ebbi da lui, nel R. Liceo Cavour di questa città, le prime lezioni di Zoologia, Botanica, Mineralogia e Geologia, press'a poco a quel tempo in cui Lorenzo Camerano, nel R. Liceo Gioberti, riceveva gli stessi insegnamenti da un altro Socio di quest'Accademia, il paleontologo Luigi Bellardi. Certamente le belle lezioni del Salvadori furono quelle che resero definitiva la mia decisione di dedicarmi agli studi zoologici.

Pochi anni dopo mi ritrovai poi collega del mio antico maestro in quel Museo zoologico in cui si svolse quasi tutta la sua carriera scientifica e buona parte della mia, ciò che mi ha permesso di conoscere bene l'uomo e la sua opera.

L'uomo mi è sempre presente, colla sua alta statura, col suo sguardo penetrante, forse un po' severo, con quei suoi modi signorilmente riservati che tuttavia bene si accordavano con un'affabilità che era in lui la manifestazione di un animo profondamente buono. Egli univa alla grande modestia, alla nobiltà e delicatezza dei sentimenti una genialità di pensiero

Digitized by Google

che a molti, che pur lo conobbero, è rimasta ignota, perchè certo egli non era abitualmente largo di parole. Con tutto ciò, nella scienza e nella vita, una scrupolosa dirittura quale ben raramente ho visto da altri uguagliata.

Quanto alla sua opera scientifica, è noto che essa si svolse quasi esclusivamente nel campo dell'ornitologia sistematica, ma che in questo campo essa lasciò un solco inconsuetamente lungo e profondo; ond'è che a ragione Battista Grassi nel suo volume: *I progressi della biologia in Italia nell'ultimo cinquantennio*, trattando dei sistematici italiani, scriveva: " Primo fra i viventi menziono il vecchio Salvadori, grande nell'ornitologia „.

Il conte Tommaso Adelardo Salvadori Paleotti era nato il 30 settembre 1835 a Porto San Giorgio nelle Marche (allora Stati pontificii) dal conte Luigi e dalla nobildonna inglese Ethelin Welby ed aveva fatto i suoi primi studi in Umbria (a Spello). Già a quel tempo era sorto in lui l'amore all'ornitologia, il che è certo da porsi in relazione col fatto che suo padre era appassionato cacciatore. Egli stesso ci narra: " Ero giovinetto poco più che bilustre quando incominciai a raccogliere uccelli italiani ed a far tesoro di osservazioni mie ed altrui „. Dimorò poi a Roma e a Pisa e conseguì la laurea in medicina in quest'ultima città, dove ebbe, fra gli altri, a maestro l'illustre Paolo Savi, quegli che egli chiamò poi giustamente il " padre e creatore dell'ornitologia italiana „.

Poco dopo una voce più potente che quella della scienza parlò al suo animo forte e generoso ed egli indossò la leggendaria camicia rossa e seguì, come medico, la fortuna di Garibaldi in Sicilia e su per l'Italia meridionale sino a Santa Maria di Capua (ottobre 1860).

Ritornato poi ai suoi studi prediletti, si recò all'inizio del 1863 in Sardegna (dove fu anche raggiunto, un mese dopo, dal suo amico il marchese Orazio Antinori) e vi rimase quattro mesi allo scopo di studiare quella fauna ornitologica, sulla quale si avevano allora notizie troppo scarse e in troppa parte erronee. Egli vi fece una ricca messe di osservazioni, che completò poi coll'esame delle collezioni del Museo zoologico di Cagliari e anche, in parte, di quello di Torino. Da tali ricerche egli trasse un lavoro che presentò, nella seduta del 28 febbraio 1864, alla Società italiana di Scienze naturali in Milano, nei cui *Atti* esso

Digitized by Google

fu pubblicato (Venne poi tosto tradotto in tedesco dal Boll nel " Journal für Ornithologie „).

Questa fu la prima opera ornitologica del Salvadori (aveva pubblicato precedentemente solo un paio di lettere su uccelli italiani nell' " Ibis „ di Londra), ma essa fu tale da far subito riconoscere in lui, in Italia e fuori, tutte le qualità di un naturalista di primissimo ordine.

Il Salvadori si era frattanto stabilito a Torino (allora capitale del nuovo regno d'Italia) ed aveva incominciato (nel 1864) ad occuparsi delle collezioni di questo Museo zoologico diretto a quel tempo da Filippo De Filippi, cui successe poco dopo Michele Lessona. Nel 1866 egli vi ebbe la nomina ad Assistente e conservò questa qualità sino all'anno 1879, in cui, per Decreto Reale *ad personam*, gli fu conferito il titolo di Vicedirettore. Tale carica egli tenne fino ad un anno prima della sua morte, cioè al fine del 1922, nel quale tempo, avendo egli ormai raggiunto l'età di 87 anni, venne, per disposizione Ministeriale voluta dalle nuove leggi, collocato a riposo (Tenne anche dal 1868 al 1913 il già accennato insegnamento della Storia naturale nel R. Liceo Cavour). Fu dunque nel R. Museo zoologico di Torino che egli compì quasi tutta l'opera che qui viene ricordata.

Quale somma di lavoro rappresenti quest'opera si vede già dalla sua stessa mole. Pur contando solo le originali, sono già più di 300 pubblicazioni formanti un complesso di oltre 8000 pagine. E quale contributo essa abbia portato alle nostre conoscenze si può già arguire dal numero delle specie che per primo il Salvadori ci ha fatto conoscere.

Hans Gadow nel 1913 computava a circa 12000 le specie di uccelli che a quel tempo erano note; di queste specie ben 490 (con 27 generi nuovi) furono instituite dal Salvadori.

Ed è interessante osservare che il materiale dal cui esame egli trasse queste specie fu in massima parte raccolto da esploratori italiani (Ricordo soprattutto Doria, Antinori, d'Albertis, Beccari, Fea, Ragazzi, Loria, Modigliani, Borelli, Festa), e certo a parecchi di questi il sapere che le loro raccolte ornitologiche sarebbero state studiate da lui fu di valido incitamento nelle loro faticose ed anche pericolose ricerche.

Il Salvadori non si specializzò in qualche determinato gruppo o in qualche determinata fauna; il suo studio si estese agli uc-

Digitized by Google

celli di tutti gli ordini e di tutte le regioni del globo. Ciò non toglie che a certi gruppi e a certe faune egli non abbia dato i più importanti dei suoi contributi.

Fra i suoi lavori d'indole faunistica ricorderò dapprima quelli che riguardano la fauna ornitologica d'Italia.

Alla miglior conoscenza di questa fauna egli dedicò, oltre a molti lavori minori, una grande opera di circa 400 pagine in 4° (*Uccelli*, in *Fauna d'Italia*, edita da Vallardi, 1872), che integrò più tardi (1887) coll'*Elenco degli uccelli italiani*. Quest'opera condivide con quella già ricordata sugli uccelli della Sardegna il carattere speciale di essere in buona parte il frutto del " lavoro sul campo „, poichè contiene anche molti nuovi dati (sui costumi, la distribuzione, le migrazioni, i nomi popolari, ecc.) da lui personalmente raccolti durante le esplorazioni e le caccie che aveva fatte precedentemente attraverso a molta parte d'Italia. Essa rimane pur sempre l'opera fondamentale sull'ornitologia italiana.

Molto più estesi e numerosi furono i suoi lavori sulle faune esotiche. Fra essi sono da ricordare specialmente il *Catalogo sistematico degli uccelli di Borneo*, 1874 (volume di oltre 400 pagine, che ha straordinariamente accresciuto le precedenti conoscenze sulla sistematica e sulla distribuzione geografica degli uccelli di quella grande isola) e soprattutto la grande *Ornitologia della Papuasia e delle Molucche.*

Quest'opera occupa tre volumi, pubblicati nel 1880-82, che furono poi seguiti ancora da tre volumi minori di *Aggiunte*, complessivamente oltre 200 pagine in 4° delle *Memorie* della nostra Accademia. (I più importanti fra i nuovi risultati erano stati preventivamente da lui presentati nel *Prodromus Ornithologiae Papuasiae etc.*, pubblicato in XV fascicoli fra il 1876 ed il 1882).

Questa è senza dubbio l'opera capitale del Salvadori, al quale essa costò molti anni di indefesso lavoro. Egli dovette esaminare parecchie migliaia di esemplari e ancora fare (nel 1887) una lunga peregrinazione attraverso ai principali musei zoologici d'Europa (Parigi, Londra, Leida, Brema, Berlino, Dresda, Vienna) per gli opportuni confronti coi tipi che in essi erano conservati.

Ma certo il Salvadori fu ben compensato delle sue fatiche dal plauso che gli venne d'ogni parte. Le recensioni di quel

Digitized by Google

tempo sono tutte piene di grande ammirazione per quest'opera, che anche ora, quarant'anni dopo la sua pubblicazione, nelle necrologie scritte dallo Hartert e da W. L. Sclater è chiamata rispettivamente *ein Riesenwerk* ed *a monument of learning*.

Questi fra gli scritti faunistici del Salvadori sono i più importanti, anche perchè comprendono tutta la fauna ornitologica della regione considerata; ma, come già ho accennato, con numerosissimi altri scritti egli accrebbe in larga misura le nostre conoscenze sulla fauna ornitologica delle più varie regioni del globo; soprattutto estesi quelli che riguardano le Indie orientali, la Birmania, l'Africa orientale e l'America del Sud.

Quanto ai suoi lavori su singoli gruppi, sono da mettere in prima linea tre grandi monografie comprendenti la revisione completa di interi ordini, cioè la monografia degli *Psittaci*, quella delle *Columbae* e quella dei *Chenomorphae, Crypturi* e *Ratitae*, le quali costituiscono i volumi XX, XXI e XXVII (insieme oltre 2000 pagine) del *Catalogue of the Birds in the British Museum*, opera classica, pubblicata fra il 1874 ed il 1898, il cui contenuto soverchia di molto il modesto titolo, perchè comprende il riordinamento e la descrizione (fatta direttamente su ricchissimo materiale) di tutte le specie di uccelli di cui allora si conoscevano esemplari ed occupa 27 volumi, la cui esecuzione venne affidata solo a pochi fra i primissimi ornitologi del tempo.

Per compiere questo lavoro il Salvadori passò gran parte degli anni 1890-91 a Londra, dove lasciò di sè un ricordo che ci è stato recentemente rievocato da W. L. Sclater:

" *Salvadori* „, egli scrive, " *was a great favourite among the older Members of the Union* (l'Unione ornitologica britannica) ... *His geniality and charm are well remembered during his long sojourn in London* „.

Quando pubblicò l'ultimo volume di questo lavoro il Salvadori aveva 60 anni, ma la sua produzione scientifica continuò vigorosa e, pur lentissimamente decrescendo, non si arrestò, si può dire, che alla vigilia della sua morte: l'ultimo suo scritto (in collaborazione col Festa) è del 1921; egli aveva allora 86 anni.

Tutta l'opera del Salvadori è condotta in modo veramente magistrale e segnatamente la caratterizza una esattezza che da tutti i competenti fu ammirata. I suoi lavori sono fatti con una

Digitized by Google

diligenza straordinaria, con uno scrupolo della verità che bene rispecchiava la rettitudine della sua anima, ma che per essere soddisfatto richiedeva una somma di lavoro di cui chi non sia pratico di sistematica difficilmente può rendersi conto.

Oltre che colle sue pubblicazioni il Salvadori si è procurato un grande merito coll'opera da lui prestata in favore di questo R. Museo zoologico, le cui collezioni ornitologiche nei cinquant'anni durante i quali egli vi fu preposto subirono un enorme incremento. Appare dalle *Notizie storiche* da lui pubblicate nel 1914 circa queste raccolte, che esse in quel periodo si erano quadruplicate, il numero degli esemplari da poco più di 5000 essendo salito ad oltre 21000. Egli non dice il numero delle specie, ma calcolo che quando egli scriveva esse fossero da sei a settemila.

Dà speciale valore a queste raccolte il fatto che in gran parte esse hanno anche valore di documenti, rappresentando quei materiali stessi che avevano servito di base ai lavori del Salvadori e di altri valorosi ornitologi; chè anzi degli esemplari ben trecento sono i tipi (o i cotipi) di nuove specie.

Nè è da dimenticare che quasi tutti questi materiali si ebbero senza spesa d'acquisto, come cambi o come duplicati, che venivano al Salvadori dai musei italiani ed esteri dei quali egli aveva studiate le raccolte, o soprattutto come doni, che difficilmente sarebbero affluiti in simile copia se a capo di queste raccolte non vi fosse stato il Salvadori. E queste raccolte egli tenne sempre tutte in ordine ammirevole, sempre in giorno per ciò che riguarda la nomenclatura e la classificazione, senza minor cura per quelle parti di esse che non fossero speciale oggetto dei suoi studi.

Qualcuno forse si sarà domandato come mai il Salvadori, colla sua elevata intelligenza, abbia giudicato còmpito sufficiente a tutta la sua vita scientifica quello di occuparsi di sistematica ornitologica.

Ma la risposta è facile: il còmpito era degno, perchè ad assolverlo così bene come lo ha assolto lui si richiedevano appunto quelle qualità di mente. Ed il Salvadori lo giudicò anche degno perchè ben sapeva che codesto lavoro cui egli dedicava la sua vita era non solo utile ma necessario, indispensabile, già per quest'ovvia ragione che qualsiasi lavoro di argomento biologico presuppone che si sappia esattamente quali siano le

Digitized by Google

specie delle quali si parla. Chi potrebbe fare, p. es., dell'Anatomia comparata trascurando questa nozione fondamentale?

Del resto non è nemmeno esatto il dire che il Salvadori sia stato un puro sistematico, perchè, anche a tacere dei molti nuovi dati etologici che si trovano nei suoi lavori, specialmente nei primi, egli ha dato anche preziosi contributi alla biogeografia, scienza questa di cui ogni giorno si va sempre meglio riconoscendo la capitale importanza.

Che senza la sistematica la biogeografia non sia nemmeno pensabile è anche troppo evidente, ma al progresso di questa biogeografia il Salvadori ha contribuito anche direttamente e in larghissima misura cogli innumerevoli dati ch'egli ci ha fornito circa l'area di distribuzione delle singole specie e dei singoli gruppi, dati la cui esattezza non aveva potuto molte volte essere da lui stabilita che a costo di istruttorie meticolosissime condotte con senso critico profondo.

E non si tratta solo di semplici dati, perchè di argomenti biogeografici più ampii (caratteri di singole faune e relazioni di esse colle faune di regioni vicine) egli ha trattato di proposito e con grande acume in più lavori, segnatamente in quelli sulla fauna d'Italia e in quelli ancora sulla fauna di Borneo e su quella della Papuasia.

Da tutto quanto abbiamo detto sull'opera del Salvadori risulta dunque che sarebbe affatto ingiusto il dire che egli, per usare una frase di Spallanzani, non abbia fatto che radunare materiale " senza mai eriger fabbrica „, perchè molti dei suoi lavori costituiscono già unificazioni parziali di notevole valore.

Del resto, in un certo senso, tutti noi, almeno tutti noi biologi, non facciamo altro che mettere insieme dei materiali per una " fabbrica „ che non sarà compiuta mai.

Modena, R. Istituto zoologico.

Digitized by Google

NOTE

Nello scrivere le precedenti pagine mi sono valso anche delle seguenti necrologie:

Arrigoni degli Oddi, *Tommaso Salvadori* (" Rivista ital. di Ornitologia ", anno VI), con ritratto.

Cognetti de Martiis L., *Tommaso Salvadori* (" Rivista di Biologia ", vol. V), con ritratto.

Pierantoni U., *Tommaso Salvadori* (" Boll. Museo zool. Torino ", vol. 39), con ritratto.

Hartert E., *Prof. Tommaso Salvadori* (" Journal für Ornithologie ", LXXII).

W. L. S(clater), *Count Tommaso Salvadori* (" The Ibis ", January 1924), con ritratto.

Alle necrologie scritte dall'Arrigoni degli Oddi e dal Pierantoni è unito l'intero elenco degli scritti del Salvadori.

L'Accademico Segretario
Oreste Mattirolo

Digitized by Google

CLASSI UNITE

Adunanza del 15 Novembre 1925

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. C. F. PARONA
VICEPRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti:

della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali: i Soci PEANO, GUIDI, MATTIROLO, GRASSI, PANETTI, PONZIO, SACCO, POCHETTINO, GARELLI, PIERANTONI e REPOSSI;

della Classe di Scienze morali storiche e filologiche: i Soci BRONDI, EINAUDI, SCHIAPARELLI, PATETTA, PRATO, SOLARI e VIDARI che funge da Segretario.

Scusano l'assenza il Presidente RUFFINI ed i Soci D'OVIDIO, NACCARI e PACCHIONI.

Si legge e si approva l'atto verbale della precedente adunanza a Classi unite del 5 Luglio u. s.

Il Presidente, prima di procedere allo svolgimento dell'o. d. g., riferisce che il giorno 8 corr. la Presidenza costituita del Vice Presidente, del Direttore della Classe di scienze fisiche e dei due Segretari di Classe ebbe l'onore di essere ricevuta da S. A. R. il Principe di Piemonte a Palazzo Reale, e Gli presentò l'omaggio e l'augurio della R. Accademia.

Accenna poi al desiderio espresso da uno dei Soci presenti, il prof. GUIDI, che si colga l'occasione di questa seduta inaugurale dell'anno accademico per esprimere a S. E. il Presidente del Consiglio i rallegramenti per il recente scampato pericolo.

Digitized by Google

L'Accademia dà incarico al Presidente di formulare per telegramma l'unanime pensiero di deplorazione dell'attentato e d'augurio.

Si procede quindi alla nomina del Tesoriere, essendo nulla per mancanza del numero legale la votazione fatta nella seduta del 15 luglio u. s. Indetta dal Presidente la votazione e raccolte le schede in numero di 19, il risultato è: 18 voti per PANETTI, 1 scheda bianca.

Il Presidente proclama eletto a Tesoriere per il triennio 1925-1928, salva l'approvazione Sovrana, il Socio Modesto PANETTI, e gli porge le felicitazioni dell'Accademia.

Il Socio PANETTI ringrazia.

Il Presidente legge infine il testo del telegramma per S. E. il Presidente del Consiglio: " Reale Accademia Scienze Torino, iniziando nuovo anno accademico, invia unanime caldo deferente saluto alla persona di S. E. il Capo del Governo, compiacendosi vivamente con Lui scampato pericolo, onde fu evitata alla Patria grave sventura ed assicurata ad essa la preziosa direzione dell'alta mente di Lui „.

Il testo è approvato alla unanimità.

Gli Accademici Segretari:
ORESTE MATTIROLO
GIOVANNI VIDARI

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

CLASSE
DI
SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 29 Novembre 1925

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE FRANCESCO RUFFINI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci PEANO, GUIDI, PARONA, SACCO, MAJORANA, POCHETTINO, REPOSSI e il Segretario MATTIROLO.

Scusano l'assenza i Soci GRASSI, SOMIGLIANA, D'OVIDIO.

Il Segretario dà lettura del verbale della precedente adunanza, che risulta approvato senza osservazioni.

Il Presidente comunica una Circolare del *Comité d'Organisation de la XIV^e^ Réunion du Congrès Géologique international*, che avrà luogo nei mesi di maggio e giugno a *Madrid* e l'invito all'Accademia di prendervi parte. Egli interpella i Soci per sapere se qualcuno di essi potrà accettare l'invito, o se l'Accademia dovrà accordare la sua rappresentanza a qualche Socio corrispondente. Il Socio SACCO risponde che non è alieno forse di accettare l'invito e di rappresentare la nostra Accademia al Congresso di Madrid.

Il Presidente comunica quindi una Nota scritta, trattante un argomento di alta matematica, inviata dal prof. SCHOW di Trieste all'Accademia, nell'intento di avere un giudizio sul valore del suo lavoro.

Il Presidente prega il Socio PEANO di voler esaminare detta Nota e riferirne quindi all'Autore.

Digitized by Google

Leggesi quindi dal Segretario la Circolare Ministeriale N.112, inviata all'Accademia da S. E. il Ministro della Pubblica Istruzione, la quale si riferisce alla *Raccolta e versamento delle oblazioni per il pagamento del debito di guerra.*

Il Presidente segnala alla classe l'omaggio fatto all'Accademia, dalla contessa Giulia Carrassi del Villar, di un busto in marmo effigiante il compianto ed illustre nostro Socio barone Giovanni PLANA. La Classe compiacendosi del dono cospicuo delibera che siano inviati alla donatrice vivi ringraziamenti.

Il Socio SACCO fa quindi omaggio all'Accademia di una sua Nota relativa ai rapporti fra *le Dighe e la Geologia.*

Nel nome del Socio SOMIGLIANA assente il Segretario presenta una Nota del prof. G. SILVA, *Sulle osservazioni di latitudine col metodo di Horrebow-Talcott applicato ad una sola stella zenitale.*

La Nota del prof. SILVA è accolta per gli *Atti.*

Digitized by Google

LETTURE

Sulle osservazioni di latitudine col metodo di Horrebow-Talcott applicato ad una sola stella zenitale

Nota del Prof. GIOVANNI SILVA
presentata dal Socio nazionale residente Carlo Somigliana

1. — Il vivo interesse che continua a presentare il problema delle variazioni di latitudine, e le discussioni relative al modo di determinarle, rendono importanti tutte quelle osservazioni che si propongono di seguire le dette variazioni in condizioni diverse da quelle delle stazioni internazionali fondate espressamente per tale scopo. Per quanto riguarda il metodo di osservazione sono particolarmente da ricordare le determinazioni di latitudine fatte con l'osservazione di una stella zenitale culminante in grande prossimità dello zenit, sia che venga seguìto il metodo di Horrebow-Talcott, sia che si ricorra a quello di Struve.

L'osservazione in meridiano del primo metodo ha però sull'osservazione in primo verticale del secondo il vantaggio di poter essere applicata anche a stelle culminanti un po' al nord dello zenit, e permette probabilmente di conseguire una maggior precisione, nonostante la fretta con cui devono essere eseguite le varie parti dell'osservazione.

È da ricordare a questo proposito che le puntate micrometriche possono essere due o al più tre in ciascuna delle due giaciture dello strumento, e nella prima di queste devono essere fatte avanti che l'immagine stellare arrivi al centro del campo dell'oculare, nella seconda dopo che detta immagine ha già attraversato il centro stesso; l'inversione dello strumento deve essere eseguita rapidamente, le livelle non possono essere lette che una sola volta in ogni giacitura.

Digitized by Google

Ho ricercato se, per attenuare almeno in parte questo inconveniente, fosse il caso di alterare espressamente:

1) l'errore strumentale di inclinazione o quello di collimazione, per modo da anticipare l'osservazione nella prima giacitura e da posticiparla nella seconda, ed eseguire così le puntate micrometriche intorno al centro del campo dell'oculare;

2) l'errore d'azimut per modo che nell'attraversare questo centro l'immagine stellare abbia a muoversi parallelamente al filo.

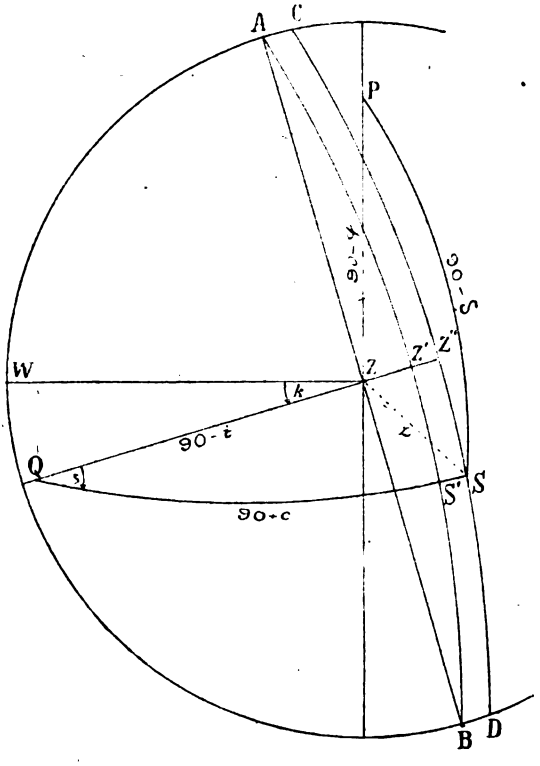
Ciò è possibile, naturalmente, facendo uso del telescopio zenitale o d'uno strumento universale, non di uno strumento dei passaggi.

Espongo qui la soluzione del problema che sembrami abbastanza interessante, anche perchè per tale soluzione è necessario stabilire in modo completo l'effetto degli errori strumentali nelle osservazioni di latitudine in meridiano, ciò che non ho trovato esposto nei trattati e manuali più usati.

2. — Nella consueta rappresentazione sferica siano Z lo zenit, P il polo celeste, e quindi PZ il meridiano del luogo, W il punto ovest e quindi WZ il primo verticale, AW l'orizzonte. Sia Q il punto che rappresenta la direzione dell'asse orizzontale prolungato verso ovest e poniamo $QZ = 90 - i$, convenendo che l'inclinazione i dell'asse sia positiva se Q è sopra l'orizzonte. Più precisamente, per tener conto anche della flessione dello stesso asse quando il cannocchiale è eccentrico, sia Q il punto della sfera che rappresenta la tangente alla curva secondo la quale si dispone l'asse per effetto della flessione, là dove essa incontra la linea di collimazione, e sia quindi i l'inclinazione aumentata o diminuita della flessione a seconda che il cannocchiale si trova ad est o ad ovest. Sia $k = WZQ$ l'errore d'azimut, contato positivamente da ovest verso sud. Rappresentino poi AZB il meridiano strumentale che la linea di collimazione percorrerebbe se esistesse il solo errore d'azimut, $AZ'B$ il piano normale all'asse (o alla suddetta tangente) che la stessa linea di collimazione percorrerebbe se esistessero i soli errori d'azimut e di inclinazione (ed eventualmente di flessione dell'asse), infine $CZ''D$ il parallelo percorso effettivamente dalla stessa linea, esistendo anche l'errore di collimazione. Sia S il punto in cui viene osservata la stella. Avremo $PS = 90 - \delta$,

Digitized by Google

essendo δ la declinazione apparente, e $QS = 90 + c$, supponendo l'error di collimazione c contato positivamente quando l'angolo fra l'asse diretto verso ovest e la linea di collimazione diretta verso l'obbiettivo è maggiore di 90°. Le precedenti convenzioni valgano in generale per le osservazioni di latitudine con misure di distanze zenitali in meridiano e valgano per la sola prima giacitura strumentale nel caso del metodo di Horrebow-Talcott.



Indichiamo infine con ζ la comune misura dell'arco di parallelo $Z''S$, dell'arco di cerchio massimo $Z'S'$ e dell'angolo sferico ZQS, e sia essa positiva se la stella culmina al sud dello zenit, negativa in caso contrario. Mentre è $z = ZS$ la distanza zenitale effettiva della stella, è ζ quella che deve essere presa in considerazione nelle osservazioni di latitudine in meridiano, poichè è questo l'angolo dato dal cerchio graduato ver-

Digitized by Google

ticale quando si misurano con esso distanze zenitali, ed è la differenza tra due angoli ζ quella determinata col micrometro nel metodo di Horrebow-Talcott.

Dal triangolo sferico PZS, in cui è $PZ = 90 - \varphi$, $PZS = 270 - (k + QZS)$, risulta

$$\operatorname{sen}\delta = \operatorname{sen}\varphi \cos z - \cos\varphi \operatorname{sen} z \operatorname{sen}(k + QZS).$$

Sviluppando e sostituendo per $\cos z$, $\operatorname{sen} z \operatorname{sen} QZS$ e $\operatorname{sen} z \cos QZS$ le espressioni che si ricavano dal triangolo sferico ZSQ, si ha facilmente:

$$\begin{aligned}(1)\qquad 0 = \operatorname{sen}\delta &+ \operatorname{sen}\varphi(\operatorname{sen} i \operatorname{sen} c - \cos i \cos c \cos\zeta) + \\ &+ \cos\varphi(\cos k \cos c \operatorname{sen}\zeta - \operatorname{sen} k \cos i \operatorname{sen} c - \\ &- \operatorname{sen} k \operatorname{sen} i \cos c \cos\zeta).\end{aligned}$$

Questa equazione definisce φ in funzione di δ, ζ e degli errori strumentali k, i, c. Osserviamo ora che, pur considerando valori abbastanza forti di questi errori, come ad es. $^1/_{100}$ di radiante, cioè $34',38 = 2063''$, valori da escludere anche per lo scopo particolare accennato sopra, le quarte potenze degli errori stessi valgono appena $0''.002$ e possono quindi ritenersi trascurabili. Sviluppando φ in serie di potenze degli errori, possiamo dunque limitarci ai termini del terzo ordine. Ma è facile riconoscere, sia calcolando le successive derivate di φ, sia ricorrendo agli ordinari sviluppi in serie dei seni e coseni di piccoli archi, che i termini del terzo ordine sono tutti nulli.

Si ottiene infatti, col secondo procedimento,

$$\begin{aligned}0 = \operatorname{sen}\delta - \operatorname{sen}(\varphi - \zeta) &+ \operatorname{sen}\varphi\left(ic + \frac{i^2}{2}\cos\zeta + \frac{c^2}{2}\cos\zeta\right) + \\ &+ \cos\varphi\left(-\frac{k^2}{2}\operatorname{sen}\zeta - \frac{c^2}{2}\operatorname{sen}\zeta - kc - ki\cos\zeta\right) + [4]\end{aligned}$$

designando generalmente con $[n]$ termini dell'n^{esimo} ordine.

Dunque $\operatorname{sen}\delta$ e $\operatorname{sen}(\varphi - \zeta)$ differiscono solo per termini del secondo ordine; lo stesso può dirsi per δ e $\varphi - \zeta$ e potremo quindi scrivere

$$\operatorname{sen}(\varphi - \zeta) = \operatorname{sen}\delta + [(\varphi - \zeta) - \delta]\cos\delta + [4]$$

Digitized by Google

da cui, sostituendo per $\operatorname{sen}(\varphi - \zeta) - \operatorname{sen}\delta$ l'espressione data sopra e in questa ponendo, com'è lecito, $\operatorname{sen}(\varphi - \delta)$ e $\cos(\varphi - \delta)$ al posto di $\operatorname{sen}\zeta$ e $\cos\zeta$, risulta

$$\varphi = \delta + \zeta + \Delta \tag{2}$$

essendo

$$2\Delta\cos\delta = -k^2\cos\varphi\operatorname{sen}(\varphi-\delta) - 2ki\cos\varphi\cos(\varphi-\delta) - \\ - 2kc\cos\varphi + \\ + i^2\operatorname{sen}\varphi\cos(\varphi-\delta) + 2ic\operatorname{sen}\varphi + c^2\operatorname{sen}\delta + [4]. \tag{3}$$

Nelle ordinarie determinazioni di latitudine con osservazioni di distanze zenitali in meridiano o di differenze di distanze zenitali si ritiene trascurabile l'effetto Δ degli errori strumentali, e per riconoscere i limiti entro i quali ciò avviene si suole calcolare tale effetto separatamente per i tre errori, tenendo cioè conto dei soli termini in k^2, i^2, c^2. Una giustificazione più rigorosa deve essere fondata su tutti i termini del secondo ordine contenuti nell'espressione (3) di Δ.

3. — Il passaggio dal caso di una sola osservazione in una giacitura strumentale a quello delle due osservazioni del metodo di Horrebow-Talcott è da farsi nel solito modo. Per semplicità consideriamo nella seconda giacitura l'inclinazione (diminuita o aumentata della flessione dell'asse orizzontale, se il cannocchiale è eccentrico) positiva quando il perno orientale è più alto dell'occidentale e l'errore d'azimut k positivo quando la direzione orientale dell'asse devia dalla linea ovest-est verso sud. Per valori eguali degli errori la figura diviene perfettamente simmetrica della precedente, sicchè le formole (1), (2), (3) non cambiano.

Avremo dunque due espressioni Δ_1 Δ_2 della correzione dovuta agli errori strumentali, che possiamo anche supporre diversi nelle due giaciture; la correzione finale per il valore φ ottenuto sarà $\Delta = {}^1/_2(\Delta_1 + \Delta_2)$ e coinciderà con il valore dato dalla (3) se nelle due giaciture gli errori sono uguali (in valore numerico e nei segni convenuti).

In pratica potranno essere preferibili convenzioni diverse sui segni degli errori, ma sarà ugualmente facile avere le espressioni Δ_1, Δ_2, ${}^1/_2(\Delta_1 + \Delta_2)$ delle suddette correzioni. Ci limite-

Digitized by Google

remo dunque a considerare nella discussione che segue una sola giacitura strumentale; le conclusioni varranno, salvo le eventuali piccole varianti necessarie, per il risultato conseguito dopo l'osservazione nelle due giaciture.

La correzione Δ, trascurabile quando si fanno le osservazioni con strumento sufficientemente rettificato, sarà invece da calcolare quando si vogliano espressamente alterare gli errori strumentali per la soluzione del problema accennato da principio, cioè per disporre di maggior tempo nell'osservazione di una stella zenitale nelle due giaciture.

Osserviamo anzitutto che in tal caso $\zeta = \varphi - \delta + [2]$ deve essere quantità piccola del primo ordine, poichè la metà del campo dell'oculare micrometrico, entro la quale ζ si misura, non può certo sorpassare, in strumenti destinati ad osservazioni precise, i $34' = 1/100$ di radiante, fissati come quantità di primo ordine.

È facile allora trasformare la (3) così da darle la forma più semplice:

$$(4) \qquad 2\Delta \cos\delta = (i + c)^2 \operatorname{sen}\varphi - 2k\,(i + c)\cos\varphi - \\ - (k^2 + c^2)\,\zeta \cos\varphi + [4].$$

Per riconoscere con quale precisione i valori k, i, c degli errori strumentali devono essere determinati, rappresentiamo con dk, di, dc gli errori dei valori suddetti e ammettiamo subito che dk, di, dc non eccedano $1/100^2$ di radiante $= 21''$, così da potersi considerare come termini del secondo ordine. L'espressione corrispondente per l'errore $d\Delta$ si ha dalla (4) e può mettersi sotto la forma

$$(5) \qquad d\Delta = \}(i + c)\operatorname{tang}\varphi - k\,\{(di + dc) - (i + c)\,dk + [4].$$

Osserviamo ora che, onde rendere sicura la puntata micrometrica e, nel caso di più puntate, al fine di poter fare il calcolo della correzione per la curvatura del parallelo nel modo semplice consueto, conviene che in S il filo mobile sia parallelo al moto della stella e quindi che l'angolo sferico PSQ sia retto.

Dai triangoli sferici PQZ e PQS si ha allora

$$\cos PQ = \operatorname{sen}\varphi \operatorname{sen} i - \cos\varphi \cos i \operatorname{sen} k = -\operatorname{sen}\delta \operatorname{sen} c$$

Digitized by Google

e quindi

$$(6) \qquad \operatorname{sen} k = \frac{\operatorname{sen}\varphi \operatorname{sen} i + \operatorname{sen}\delta \operatorname{sen} c}{\cos\varphi \cos i} .$$

La (6) può anche scriversi

$$(7) \qquad k = i \operatorname{tang}\varphi + c \frac{\operatorname{sen}\delta}{\cos\varphi} + [3] = (i + c) \operatorname{tang}\varphi - \\ - c \operatorname{sen}(\varphi - \delta) + [3].$$

Sostituendo tale valore di k nella (5) si ottiene

$$(8) \qquad d\Delta = -(i + c)\, dk + [4].$$

Dunque al fine di calcolare la correzione Δ con sufficiente esattezza, per quanto riguarda i e c basta l'ipotesi già fatta che i loro valori siano determinati con la precisione di 1/3 di minuto primo, mentre l'errore dk dell'azimut strumentale k deve essere inoltre abbastanza piccolo perchè risulti trascurabile l'espressione (8).

4. — Possiamo ottenere l'anticipo dell'osservazione nella prima giacitura e il ritardo nella seconda nei seguenti modi:

α) Facciamo nullo l'error di collimazione e in ciascuna giacitura strumentale diamo all'errore di inclinazione, riunito eventualmente a quello di flessione dell'asse, un determinato importo i positivo non trascurabile, il che si potrà ottenere, ad es., rendendo mobile con vite micrometrica un cuscinetto dell'asse orizzontale ed innalzandolo di una determinata quantità se esso sta ad ovest nella prima giacitura e ad est nella seconda o abbassandolo in caso contrario. Allora, secondo la (7), si dovrà fare

$$k = i \operatorname{tang}\varphi.$$

La correzione Δ ed il suo errore $d\Delta$ a meno di termini del quarto ordine acquistano le semplicissime forme

$$\Delta = -\frac{1}{2} i^2 \operatorname{tang}\varphi \qquad d\Delta = -i\, dk$$

come facilmente risulta dalle formole (3) o (4) e dalle (5) od (8), facendovi $c = 0$ e $k = i \operatorname{tang}\varphi$.

Digitized by Google

β) Facciamo nullo l'errore i e diamo un importo determinato e sensibile c all'error di collimazione, ad es. spostando opportunamente, di quantità misurabile, tutto l'oculare micrometrico in direzione perpendicolare a quella del movimento del filo di puntata. All'error d'azimut k si dovrà dare il valore

$$k = c \frac{\operatorname{sen} \delta}{\cos \varphi},$$

e si avrà allora in modo analogo al caso precedente

$$\Delta = -\frac{1}{2} c^2 \frac{\operatorname{sen} \delta}{\cos \varphi} \qquad d\Delta = -c\, dk.$$

γ) Sia che si alteri il solo errore di inclinazione, o quello solo di collimazione, o entrambi, si tenga conto in ciascuna giacitura, ad es. con un appulso cronografico, dell'istante in cui l'immagine stellare attraversa il centro del campo, o per dir meglio il filo fisso *verticale*, rispetto al quale è definito l'error di collimazione. Detto τ il valore assoluto dell'angolo orario SPZ della stella che così si può determinare, con procedimento analogo a quello seguìto per ricavare la (1) si ha

$$\operatorname{sen} \tau \cos \delta = \cos k \cos i \operatorname{sen} c + \cos k \operatorname{sen} i \cos c \cos \zeta + \\ + \operatorname{sen} k \cos c \operatorname{sen} \zeta$$

e quindi

$$\tau \cos \delta = i + c + k \operatorname{sen} (\varphi - \delta) + [3].$$

Sostituendo per k il valore (7), risulta

$$i + c = \tau \cos \varphi + [3]$$

e quindi la (7) diviene

$$k = \tau \operatorname{sen} \varphi - c \operatorname{sen} (\varphi - \delta) + [3].$$

È allora facile verificare che la correzione Δ e il suo errore $d\Delta$, sempre a meno di termini del quarto ordine, si possono esprimere con le formole

Digitized by Google

$$\Delta = -\frac{1}{2}\{\tau^2 \operatorname{sen}\varphi\cos\varphi - (2\tau\cos\varphi - c)\, c \operatorname{sen}(\varphi - \delta)\} =$$

$$= -\frac{1}{2}\{\tau^2 \operatorname{sen}\varphi\cos\varphi - (\tau^2\cos^2\varphi - i^2)\operatorname{sen}(\varphi - \delta)\}$$

$$d\Delta = -\tau\cos\varphi\, dk.$$

Concludendo, per l'applicazione pratica dei procedimenti α), β), γ) è dunque necessario:

1) che gli errori strumentali k, i, c siano abbastanza piccoli da poterne trascurare le quarte potenze;

2) che i e c oppure τ, siano conosciuti con tale esattezza che dei loro errori di, dc (nei casi α e β) oppure $d(i + c) = d\tau\cos\varphi$ (nel caso γ) si possano trascurare i quadrati;

3) che maggiore sia la precisione con cui viene determinato l'azimut strumentale, così che rispettivamente nei tre casi possan ritenersi trascurabili i prodotti del terzo ordine $i\,dk$, $c\,dk$, $\tau\cos\varphi\, dk$.

Per la condizione 1) basta che k, i, c non superino mezzo grado. Per la 2) basta che le incertezze dei valori i e c arrivino al più a qualche decina di secondi d'arco, cioè non superino quei limiti che vengono tollerati per i valori i e c nel caso ordinario delle osservazioni di latitudine in meridiano. La condizione 3) è la più restrittiva e la meno facilmente raggiungibile in pratica. Osserviamo però che, ad es. nel caso γ), se alla latitudine di 45° si volesse aumentare di 3 minuti la durata di osservazione, risultando allora $\tau = 90^s$, $\cos\varphi = 0.707$ e in radianti $\tau\cos\varphi = 1/200$ circa, ad un errore nella valutazione dell'azimut strumentale corrisponderà un errore circa 200 volte più piccolo nel calcolo della latitudine. L'impiego di buone mire o collimatori dovrebbe dunque permettere di assicurare il valore dell'azimut con precisione sufficiente anche nel caso di determinazioni di latitudine di grande esattezza.

Digitized by Google

CLASSE
DI
SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 13 Dicembre 1925

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. C. F. PARONA
VICE-PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci PEANO, SOMIGLIANA, PANETTI, SACCO, BOGGIO, PIERANTONI, REPOSSI e il Segretario MATTIROLO.

Scusano l'assenza i Soci D'OVIDIO, NACCARI, GUIDI e GRASSI.

Il Segretario legge il processo verbale della precedente adunanza, che risulta approvato senza osservazioni.

Il Presidente comunica all'Accademia la perdita fatta dal Reale Istituto Veneto nella persona del suo Membro effettivo Prof. Antonio Maria ANTONIAZZI, Professore di Astronomia nella R. Università di Padova, e ricorda che furono a suo tempo inviate condoglianze all'Istituto stesso.

Comunica egli in seguito una lettera del nostro Socio Senatore D'OVIDIO che ringrazia l'Accademia per la cordiale manifestazione con la quale essa si è associata al suo dolore per la perdita del suo fratello Prof. Francesco.

Il Prof. SOMIGLIANA ringrazia egli pure per la parte presa dai Soci alla sua recente disgrazia.

Il Socio PEANO riferisce in relazione all'incarico avuto

Digitized by Google

di esaminare la Memoria presentata dal Prof. Schow di Trieste. Egli comunica che ha direttamente espresso il suo parere all'Autore, conformemente all'incarico avuto nella precedente adunanza, e questi ha ringraziato.

Il Socio Panetti fa omaggio all'Accademia di una Monografia del Sig. Ingegnere Agostino Bezzi, *Sul Problema della robustezza dei cilindri cavi rinforzati trasversalmente sottoposti da ogni parte a pressione uniforme esterna.* Di questa pubblicazione promossa dalla " Società Ansaldo San Giorgio, di Muggiano, Spezia „ il Socio Panetti discorre brevemente facendo rilevare l'importanza di questo lavoro che raccoglie e coordina i migliori studi teorici sul problema che interessa la costruzione dei sottomarini e lo mette in relazione cogli esperimenti dall'A. appositamente eseguiti.

Il Socio Repossi presenta una Nota del Prof. Massimo Fenoglio che ha per titolo: *Nuovo Contributo allo Studio della Zona mineralizzata di Cogne* (Val d'Aosta).

Egli illustra brevemente l'interessante contributo che il Prof. Fenoglio porta alla conoscenza mineralogica e geologica dell'importantissimo giacimento di Magnetite di Cogne. Il Professore Fenoglio vi ha ritrovato (per la 3ª volta) un raro minerale al quale lo scopritore Prof. Artini aveva dato il nome di *Brugnatellite*, e ne ha determinato le caratteristiche ottiche e chimiche, dimostrandone l'origine da una alterazione della *Brucite.* Egli inoltre, avendo nella massa di Magnetite di Cogne scoperta una seconda lente di calcare cristallino, trae argomento da questa constatazione per assurgere a considerazioni molto interessanti sulla origine del giacimento di Magnetite di Cogne, che si era sempre ritenuto essere dovuto ad una segregazione magmatica.

Il Socio Sacco presenta quindi una sua breve Nota che ha per titolo: *Il Glacionevato della Maddalena* (Colli torinesi).

Egli riferisce le osservazioni che lo indussero a ricono-

Digitized by Google

scere la presenza di questo *glacionevato* confermata da lembi morenici che si osservano a circa m. 500 sulla Collina torinese. La esposizione del Socio Sacco dà luogo ad osservazioni dei Soci Parona e Mattirolo che confermano sia dal punto geologico, sia da quello botanico le osservazioni del Socio Sacco.

Il Socio Panetti presenta quindi per l'inserzione negli *Atti* una Nota dell'Ing. Filippo Burzio, *Sull'Equazione differenziale della derivazione dei Projetti*, e ne discorre accennando ai risultati ottenuti dall'Autore nello studio del movimento del projetti fuori del piano di tiro.

Il Socio Somigliana presenta una Nota, *Intorno ad alcune questioni di elastostatica*, nella quale si occupa: 1°) delle limitazioni che derivano per le costanti elastiche di un mezzo anisotropo dalla condizione di stabilità dello stato naturale, e dimostra che il modulo di compressione risulta sempre positivo; 2°) dalla definizione delle costanti analoghe al coefficiente di Poisson per un materiale anisotropo; 3° delle costanti aventi significato meccanico e delle possibili determinazioni sperimentali, che possono essere adottate per caratterizzare il comportamento elastico di un materiale fibroso.

Infine il Socio Parona presenta per l'inserzione negli *Atti* una Nota del D^r Umberto Monterin, *Sul Lembo pliocenico-marino ora scoperto a Casanova Lanza*.

Il Socio Parona fa rilevare l'importanza di questa scoperta per fissare lo sviluppo dei Lembi pliocenici nelle Alpi lombarde e riferisce intorno alla Fauna ed alla Flora fossile venuta alla luce e potutasi studiare per merito precipuo del nostro Socio Somigliana. Fra gli animali ricorda impronte di Echinodermi di Molluschi e di foraminiferi e fra i vegetali scheletri di foglie di specie non ancora determinate e lo strobilo di un Pino.

Il Presidente prendendo occasione della presenza all'adunanza del Socio Pierantoni il quale, essendo chiamato alla Cattedra di Anatomia comparata della Università di Napoli,

Digitized by Google

deve lasciar Torino, esprime a lui il profondo rincrescimento per il suo allontanamento dalla sede accademica.

Al Presidente risponde commosso il Socio PIERANTONI, esprimendo il dispiacere suo di lasciare l'Accademia, alla quale si onorerà di ricordarsi colla presentazione dei risultati dei suoi lavori, e della quale conserverà sempre il più grato ricordo.

L'adunanza è quindi chiusa, dopo di che il Presidente augura ai Soci liete le vacanze natalizie.

Digitized by Google

LETTURE

Nuovo contributo allo studio della zona mineralizzata di Cogne (Val d'Aosta) (*)

Nota del Dott. MASSIMO FENOGLIO
presentata dal Socio nazionale residente Andrea Naccari

In due mie memorie precedenti sulla zona mineralizzata di Cogne (1) avevo segnalato la presenza e descritto alcuni minerali di contatto non comuni per quell'importante giacimento di magnetite (brucite, epidoti, granati, pirosseni e titanidroclinohumite), e dai reperti dello studio di questi nonchè dalle osservazioni fatte sul terreno emergeva chiara l'importanza del fenomeno di sostituzione mineralizzante cui era in parte legato quel giacimento di ferro magnetico.

Nell'estate testè decorso ritornai sul luogo e per gentile concessione del Dott. F. Elter, Direttore di quelle miniere, che vivamente ringrazio, ebbi agio di fermarmi qualche giorno, e in grazia dei lavori minerarii eseguiti nel corrente anno potei fare alcune osservazioni, che mi portarono al ritrovamento di una specie mineralogica nuova per quel giacimento, nonchè a constatare fatti nuovi, che ritengo non privi di interesse e che ser-

(*) Lavoro eseguito nell'Istituto di Mineralogia della R. Università di Torino, diretto dal Ch.mo Prof. E. Repossi, che vivamente ringrazio per l'ospitalità concessami e per gli schiarimenti e consigli datimi durante le mie ricerche.

(1) M. Fenoglio, *Contributo allo studio della zona mineralizzata di Cogne (Val d'Aosta)*. "Atti R. Accad. Scienze di Torino „, vol. LIX, pag. 558, 1924; *Nuove osservazioni sulla diffusione e giacitura della titanidroclinohumite alle miniere di Cogne (Val d'Aosta)*. "Bollettino Società geologica Italiana „, vol. XLIII, pag. 94, 1924.

Digitized by Google

vono in certo modo a confermare, se pur ve ne fosse bisogno, la parte grandissima che vi ha avuto il fenomeno di sostituzione mineralizzante in quella interessante e singolare concentrazione metallifera.

La nuova specie mineralogica da me ritrovata è la brugnatellite, che, per quanto io sappia, non era sinora stata segnalata alle miniere di Cogne, e i fatti nuovi osservati si riferiscono alla presenza di un'altra lente di calcare saccaroide ritrovata nell'ammasso principale di Liconi in piena massa mineralizzata di magnetite.

Allo scopo di accertarmi della vera natura del minerale, che ad un preliminare esame presentava i caratteri della brugnatellite, specie mineralogica relativamente rara, poichè sinora non fu ritrovata che in due giacimenti italiani, ho ritenuto opportuno procedere ad uno studio un po' dettagliato del minerale in parola.

Lo studio petrografico e le condizioni eccezionali e affatto peculiari di giacitura della lente di calcare cristallino, offriranno occasione di fare alcune osservazioni sulla genesi di quel giacimento di ferro magnetico.

1. — Brugnatellite.

È noto che la brugnatellite fu scoperta dall'Artini a Ciappanico in Val Malenco (1), segnalata e identificata dallo stesso Autore parecchi anni dopo a Monte Ramazzo in Liguria (2).

Per quel che riguarda la giacitura, la brugnatellite in Val Malenco si trova in piccoli litoclasi entro la peridotite più o meno serpentinizzata; a Monte Ramazzo in strati più o meno potenti ricopre perifericamente noduli di dimensioni anche notevoli di brucite, da cui deriva per alterazione.

Alle miniere di Cogne la brugnatellite si trova in ambedue questi tipi di giacitura e cioè in piccoli litoclasi nella serpen-

---

(1) E. Artini, *Brugnatellite; nuova specie mineralogica trovata in Val Malenco.* " Rendiconti R. Accademia Lincei „, vol. XVIII, pag. 3, 1909.

(2) E. Artini, *Sulla brugnatellite di Monte Ramazzo (Liguria).* " Rendiconti R. Accademia Lincei „, vol. XXXI, pag. 491, 1922.

Digitized by Google

tina, nonchè in strati sottilissimi perifericamente ai noduli di brucite, di dimensioni talvolta cospicue, che si incontrano con certa frequenza in piena massa di magnetite.

I campioni contenenti la brugnatellite furono da me raccolti nell'ammasso principale mineralizzato di magnetite di Liconi, parte in sotterraneo, parte nelle cave a giorno, in tutti e due i casi in posto.

La brugnatellite di Cogne si presenta in lamelle o aggregati lamellari, di aspetto micaceo, con sfaldatura facile e lucentezza madreperlacea poco viva, di colore roseo-carnicino.

All'esame microscopico le lamelle presentano sovente linee di accrescimento, qualche lamella più limpida mostra talvolta un debole rilievo, a contorni generalmente esagonali o triangolari. All'esame a luce convergente di parecchie lamine opportunamente scelte e isolate si constata che il minerale è otticamente uniassico, con birifrazione abbastanza viva e carattere negativo.

In qualche caso, per anomalia, si osservano indizi di biassicità.

Servendomi di essenze a indice di rifrazione noto ho determinato il valore di ω; la media di parecchie misure eseguite su laminette isolate da diversi campioni ha dato:

$$\omega = 1{,}535 \text{ (Na) } (\pm 0{,}001).$$

Il colore è giallo-rossiccio, pel pleocroismo:

ω = giallognolo-rossiccio
ϵ = incoloro.

L'assorbimento è:

$$\omega > \epsilon.$$

I valori trovati dall'Artini e dal Larsen (1) per la brugnatellite sono:

Val Malenco	$\omega = 1{,}533$	Artini	(loc. cit.)
„ „	$\omega = 1{,}535$	Larsen	„
Monte Ramazzo	$\omega = 1{,}536$	Artini	„
„ „	$\omega = 1{,}540$	Larsen	„

(1) E. S. Larsen, *The microscopic determination of the nonopaque minerals.* Un. St. geogical Survey Bull. 679 „, pag. 51, 1921.

Digitized by Google

L'assorbimento è:

$$\omega > \epsilon.$$

Dall'esame della tabella emerge chiaro che il valore da me trovato è in ottimo accordo con quello trovato da questi due Autori.

Il minerale è sciolto facilmente e completamente dagli ordinari acidi minerali diluiti a freddo con sensibile effervescenza.

La soluzione in HCl è fortemente colorata in giallo per la presenza del ferro. L'analisi qualitativa ha permesso di constatare la presenza di H_2O, CO_2, Mg, Fe e Mn. Il ferro si trova tutto allo stato di Fe_2O_3, poichè opportuni saggi per la ricerca di FeO diedero risultato negativo.

La presenza del manganese fu messa in evidenza con la caratteristica e sensibilissima reazione di Crums (1).

Da alcuni campioni riuscii a isolare circa un grammo di sostanza pura, la cui polvere fu esaminata al microscopio allo scopo di accertarne il grado di purezza. La difficoltà di avere il materiale puro per l'analisi quantitativa, era dovuta al fatto che la brugnatellite è talvolta ricoperta all'esterno da una esile crosta ricca di carbonato di calcio, tal'altra è intimamente commista a brucite alterata. L'esame microscopico della polvere rivelò nella sostanza da sottoporre all'analisi la mancanza di carbonato di calcio, la presenza di traccie insignificanti di brucite e qualche fibrilla di serpentino, minerale formante la roccia incassante.

La soluzione per l'analisi venne fatta in HCl diluito a freddo e non si ottenne che un residuo insolubile, costituito molto probabilmente dalle fibrille di serpentino rimasto inattaccato, che arriva appena a formare l'un per cento della quantità di sostanza analizzata.

Riporto coi risultati ottenuti dall'analisi del materiale così scelto (I) i risultati delle analisi eseguite dall'Artini sulla brugnatellite di Val Malenco (II) e di Monte Ramazzo (III):

---

(1) Treadwel, *Chimica analitica qualitativa*, Trad. Miolati, 3ª ediz., pag. 175, 1922.

Digitized by Google

	I	II	III
Residuo insol. in HCl. dil. .	1,05	1,03	0,99
H_2O	33,25	33,77	32,42
CO_2	7,45	7,78	8,00
Fe_2O_3.	12,98	13,20	16,12
MnO	1,92	1,80	1,77
CaO	—	—	1,19
MgO	43,08	42,79	39,13
Somma . . .	99,73	100,37	99,62

Con questa mia analisi concorda molto bene la (II) dell'Artini.

Deducendo dal computo dell'analisi (III) 1,19 di CaO e la quantità di CO_2 a questa corrispondente, oltre ai residui insolubili e calcolando la somma a 100 previa sostituzione di MnO con MgO si hanno i valori seguenti (I), (II), (III), qui esposti accanto ai valori teorici (IV) calcolati dalla formula:

$$MgCO_3 . 5Mg(OH)_2 . Fe(OH)_3 . 4H_2O$$

proposta dall'Artini per la brugnatellite:

	I	II	III	IV
H_2O	33,98	34,27	33,86	34,04
CO_2	7,61	7,89	7,38	7,93
Fe_2O_3	13,27	13,39	16,84	14,41
MgO.	45,14	44,45	41,92	43,62

Dal confronto tra questi valori emerge chiaro che la composizione chimica del minerale delle miniere di Cogne è assai prossima per non dire eguale a quella del minerale tipo di Val Malenco e quindi anche in buon accordo con la composizione chimica teorica richiesta dalla formula proposta dall'Artini per la brugnatellite e oggi universalmente accettata:

$$MgCO_3 . 5Mg(OH)_2 . Fe(OH)_3 . 4H_2O.$$

Per quel che riguarda la genesi della brugnatellite è noto che l'Artini (1) ritiene che la brugnatellite sia da considerarsi

(1) Loc. cit.
I minerali, pag. 414, Milano, 1925.

Digitized by Google

come un minerale epigenetico della brucite. Tale ipotesi parmi trovi piena conferma anche per la brugnatellite di Cogne.

Infatti ho potuto qui osservare che non solo la brugnatellite si trova in rapporti paragenetici molto stretti colla brucite, ma che tra brucite fresca e brugnatellite esiste tutta una serie graduale di termini di passaggio, che corrispondono ad altrettanti stadii di alterazione più o meno avanzata della brucite stessa. Questi termini di passaggio sono rappresentati da laminette di colore giallo-chiaro se l'alterazione della brucite è incipiente, e fan poi gradatamente passaggio a laminette di colore giallo sin che si arriva alla brugnatellite rosea-carnicina. Tali passaggi si possono sovente osservare in uno stesso campione.

Le laminette gialle in questione ricoprono, come la brugnatellite, in sottili straterelli perifericamente i noduli di brucite fresca.

Allo scopo di accertarmi se queste laminette di colore giallo erano di brugnatellite determinai l'indice di rifrazione di alcune di esse tolte da diversi campioni; risultò in ogni caso che avevano un potere rifrangente molto più forte della brugnatellite e della stessa brucite di questa località.

Un prodotto analogo di colore bruno-giallo osservò l'Artini nelle venette sottili di brucite che si trovano nella roccia serpentinosa di Monte Ramazzo, non che in alcuni campioni dall'Autore raccolti in Val Malenco.

Circa le condizioni e le modalità con cui si è compiuta la trasformazione della brucite in brugnatellite non intendo occuparmene, avendo già l'Artini in corso un'esperienza al riguardo.

2. — Calcari cristallini a brucite con humite in pieno giacimento di magnetite.

Nell'ammasso principale di Liconi, ove è iniziata la coltivazione, fu avvertita la presenza di una nuova lente di calcare saccaroide in piena massa di magnetite, distante dal riposo di circa un terzo della distanza tra il tetto e il riposo. La lente in parola ad andamento quasi parallelo all'andamento generale dei calcari del riposo fu attraversata al livello 2500 da due gallerie in traverso-banco; presenta una notevole estensione e

Digitized by Google

precisamente ha una lunghezza di 15 metri con una potenza varia da un massimo di circa 2 metri a un mezzo metro, per poi ridursi in qualche punto esplorato sino a zero, su una larghezza già accertata di una dozzina di metri.

All'esame macroscopico la roccia calcarea costituente la lente ha l'aspetto di un calcare saccaroide grigio-chiaro, discretamente scistoso, a grana fine.

A occhio nudo e meglio alla lente si osserva sovente una discreta quantità di piccolissimi granuli di un minerale humitico, di colore giallo-aranciato, con caratteristica lucentezza vitrea, privi di sfaldatura, talvolta associati a laminette di brucite.

Si osserva pure una certa diffusione di microscopici granuli di magnetite che impregnano la roccia; qualche volta la magnetite è concentrata in mosche e in fiamme.

All'esame microscopico la roccia si risolve in un aggregato di grani di calcite a contorni irregolari, disposti a mosaico, associati intimamente a notevole quantità di laminette di brucite con evidenti traccie di sfaldatura secondo $\{0001\}$. Talvolta si osservano pure disseminati qua e là nella massa generale calcitica granulare individui di calcite di dimensioni cospicue.

Che l'elemento carbonato predominante sia calcite è provato dal saggio chimico: la roccia dà forte effervescenza con HCl diluito a freddo, in cui è quasi completamente solubile.

Si osserva pure una discreta quantità di grani di un minerale humitico associato a calcite e a laminette di brucite, di colore giallo-aranciato, avente indice di rifrazione e proprietà ottiche in sezione sottile, che coincidono perfettamente con quelle della humite già da me segnalata e identificata in questo giacimento nei miei lavori sopracitati, e che è perciò da ritenersi con ogni probabilità titanidroclinohumite.

Allo scopo di meglio poter studiare ed identificare la brucite e la humite intimamente associate alla calcite, trattai la roccia in sezione sottile con HCl diluito a freddo, e potei così isolare i due minerali ed eseguire con maggior agevolezza alcune determinazioni indispensabili per la loro identificazione.

Si osserva poi sempre qualche granulo di magnetite.

Abbiamo qui una ripetizione del fatto già avvertito anni fa, e già reso noto nella mia prima nota sopracitata, allorquando nella costruzione di un pozzo di estrazione fu incontrata in pieno

Digitized by Google

giacimento di magnetite circa alla metà della distanza fra il tetto ed il riposo una lente di calcare saccaroide a brucite della potenza media di circa 4 metri.

Sin d'allora richiamai l'attenzione sul fatto singolarissimo, e sia per la presenza di essa lente, sia per la frequente presenza di vene, fiamme e lenti di magnetite nei calcari del riposo, sia per l'insieme dei reperti del mio studio, venivo nella conclusione che quei fatti erano indizio dell'importanza del fenomeno di sostituzione mineralizzante, evidente al contatto mineralizzato dei calcari e probabile anche in piena massa del minerale, dove la lente di calcare poteva essere interpretata come residuo di calcare incluso non completamente sostituito.

Questo mio modo di vedere non poteva avere migliore conferma ed estensione dai fatti messi in evidenza dai lavori eseguiti dopo il mio studio.

Invero mal si spiegherebbe la presenza in pieno giacimento di queste lenti di calcare saccaroide, senza pensare che esse rappresentino appunto residui inclusi di banchi calcarei, che molto probabilmente per condizioni peculiari che a noi sfuggono non furono completamente sostituiti.

Per l'insieme di questi fatti, il giacimento di magnetite di Cogne nella sistematica dei giacimenti metalliferi viene ad occupare un posto differente da quello generalmente attribuitogli sino a qualche anno fa.

È noto che sino allo studio dello Stella (1) i trattatisti ascrivevano il giacimento di magnetite di Cogne al tipo delle cosidette " segregazioni magmatiche „.

Lo Stella invece attribuì la eccezionale concentrazione di magnetite di Cogne non solo alla differenziazione magmatica della roccia peridotica ricca in ferro, ma ritenne altresì che tale concentrazione fosse con ogni probabilità legata alla sua profonda trasformazione, cioè alla sua serpentinizzazione e laminazione e in certi casi speciali anche alla sua posizione di contiguità delle rocce calcari incassanti, nelle quali sono avvenuti i noti fenomeni di contatto.

Il Prof. Stella in conclusione avvertì sin d'allora anche

---

(1) A. Stella, *Le Miniere di Ferro dell'Italia*, pag. 56, Torino, 1921.

Digitized by Google

l'importanza del fenomeno di sostituzione al contatto delle rocce calcari incassanti, e il suo concetto ebbe piena conferma nella scoperta avvenuta in seguito di vene, fiamme e lenti di magnetite di certa entità nei calcari del riposo.

La scoperta delle lenti di calcare saccaroide a brucite e a titanidroclinohumite in piena massa mineralizzata di magnetite ne estende l'importanza del fenomeno di sostituzione, e ci induce a ritenere molto verosimile che la eccezionale concentrazione di magnetite di Cogne sia con ogni probabilità dovuta in gran parte al fenomeno di sostituzione mineralizzante, evidente sia al contatto mineralizzato dei calcari, sia anche in piena massa del minerale, dove le lenti di calcare possono essere interpretate come residui di calcari inclusi non completamente sostituiti.

Istituto Mineralogico della R. Università di Torino.
Novembre 1925.

Digitized by Google

Il Glacionevato della Maddalena
(Colli Torinesi)

Nota del Socio nazionale residente FEDERICO SACCO

Nello studio che in questi ultimi anni vado rifacendo (1) sui terreni quaternari dei Colli torinesi, oltre al grande sviluppo di piani terrazzati del *loess* (in rapporto a successivi periodi della sua deposizione), ebbi pure ad osservare nella parte alta di alcune vallate, particolarmente della Val Salice, speciali piani ondulati succedentisi a grandiose gradinate ortogonali, o quasi, all'asse vallivo; conformazione che mi richiamò alla mente analoghe disposizioni topografiche connesse ad attuali o scomparsi ghiacciai-vedrette o glacionevati delle regioni alpine (Fig. 1).

L'esame più minuto dei fatti mi convinse che realmente anche sui Colli torinesi potè formarsi durante l'epoca glaciale (*Plistocene*) qualche glacio-nevato, fra cui più importante quello che (dal rilievo sovrastante) si può denominare della Maddalena, oppure di Valsalice, per trovarsi appunto nella parte alta della Val Salice ad Est di Torino.

Infatti risalendo detta vallata vediamo che verso i 450 m. circa essa si svasa, si allarga a circo ventagliforme che termina in alto alle due massime cime dei Colli torinesi, cioè al Bric della Maddalena (715 m.) ed al Bric della Croce (712 m.), tra loro collegate da un'alta cresta corrente a circa 700 m., s. l. m.

Orbene, nella parte bassa di questo grande semicirco o semi-imbuto dell'alta Val Salice vediamo svilupparsi un vastissimo piano inclinato, denominato localmente (in complesso) del

(1) Vedi F. Sacco, *I terreni quaternari della Collina di Torino*, 1888.

Digitized by Google

Fig. 1. — L'alta Val Salice presso Torino.

Digitized by Google

Mainero, dove la Carta al 25.000 dell'I. G. M. (Tavoletta *Chieri*, ed. 1881) segna solo la C. Allason (521 m.) ed in edizioni più recenti il nome antico di C. Mainero: piano che va degradando a grandiose gradinate verso valle, ed è complessivamente limitato lateralmente dalle due diramazioni superiori del torrente di Val Salice, cioè il Rio occidentale o della Maddalena ed il Rio orientale o dell'Eremo.

Analizzando meglio questo vasto piano, inclinato da monte a valle, vediamo che vi si possono distinguere tre zone o piani inclinati principali, cioè, dall'alto al basso: *uno superiore* (o di C. Allason) verso 530-500 m.; *uno medio*, verso 495-480 m., che si può denominare di Regione Mainero; ed *uno inferiore*, verso i 470-460 m., indicabile come Nada, dal nome di una cascina sita nel suo lato occidentale (Fig. 2).

Questi piani sono un po' ondulati; l'inferiore presenta anche una vera collinetta allineata quasi da Est ad Ovest, ortogonalmente all'asse di Val Salice, cioè come una vera collina morenica, la quale origina (chiudendola verso monte) una depressione abbastanza accen-

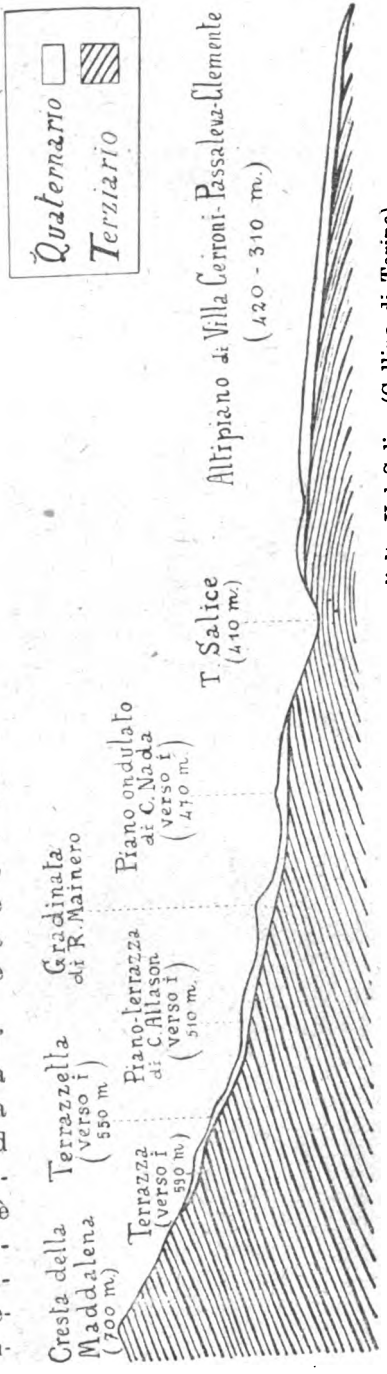


Fig. 2. — Schema di sezione geologica attraverso l'alta Val Salice (Collina di Torino).
Scala approssimativa di 1 a 10.000 per le altezze e di 1 a 20.000 per le lunghezze.

Digitized by Google

tuata, tanto da essere paludosa col solito corteo di salici, ecc. e ricordando i tipici *boden* lasciati dalle fronti glaciali nel loro ritiro. Tra un piano e l'altro vi è una specie di gradinata. È specialmente accentuatissima (cioè di 15-20 m. di dislivello) quella esistente tra il piano medio (Mainero) e quello inferiore (Nada); essa è ricca di massi ciottolosi sparsi, fra cui uno angoloso di Eufotide (di oltre 1 m. di diametro) giace sopra un lieve rialzo, disposto a collinetta morenica (ortogonale all'andamento vallivo), sul lato orientale verso i 490 m.

La costituzione geologica di questo complesso piano gradinato di Mainero, per quanto si può vedere dai pochi tagli e sapere per notizie raccolte circa lo scavo dei pozzi, e per quanto sia varia da luogo a luogo, è rappresentata da un mantello di *loess* argilloso impuro giallastro, dello spessore di 2-4 metri circa, ricoprente un deposito sabbioso-ghiaioso-ciottoloso giallastro, dello spessore di 2 a 5 metri, un po' acquifero alla base, che posa sui terreni marnoso-arenacei, miocenici, fondamentali della collina.

Se poi esaminiamo le regioni di gradinata, specialmente quella più importante esistente tra il 1° ed il 2° piano di Mainero, vi vediamo disseminati o sepolti, specialmente nella parte bassa, numerosi blocchi ciottolosi, anche di oltre un metro di diametro (di natura specialmente serpentinosa, prasinitica o eufotidica), i quali dànno al deposito un aspetto schiettamente morenico; a tale riguardo si deve considerare che la forma un po' rotondeggiante prevalente in tali blocchi deriva dal fatto che essi provengono dalla distruzione dei depositi ciottolosi inglobati, in banchi-lenti, fra i terreni miocenici marini dei Colli torinesi.

Se a ciò si aggiunge il fatto che dette gradinate si presentano un po' ondulate, trasversali all'asse di Val Salice, talora con rilevati più alti che non la regione che estendesi a monte di essi, come si è sovraccennato, si può dedurre che si tratta di un deposito complessivamente eluvio-morenico (1) o pseudo-

(1) Intendo per deposito eluviale (*Eluvium*) quello originato da alterazione superficiale di terreni varii e poi trasportato variamente e depositato per ruscellamento, distinguendolo da quello diluviale (*Diluvium*) ed alluviale (*Alluvium*), che sono prevalentemente di trasporto fluviale, plistocenico il primo, olocenico il secondo.

Digitized by Google

morenico, stato formato in tre momenti principali da un glacio-nevato che occupava l'alto circo di Val Salice scendendo dalle alture di Bric Maddalena-Bric Croce; esso poteva così trasportare in basso (anche con speciale meccanismo, parte per scivolamento e parte per azione eluvio-glaciale o eluvio-nivale) ed accumulare frontalmente a cordone-gradinata, dapprima specialmente materiale grossolano sabbioso-ghiaioso-ciottoloso, derivante dallo sfacelo degli alti fianchi collinosi. ed in seguito specialmente materiale loessiforme (pure essenzialmente di lavacro della collina), ancora talvolta misto qua e là con ciottoloni stati trascinati dal glacio-nevato o che vi dovettero scorrere sopra, rotolando dalle alture vicine, come sovente si vede verificarsi sui glacio-nevati attuali.

La presenza di un Glacio-nevato nella regione esaminata sui Colli torinesi durante l'epoca plistocenica (diluvio-glaciale) non deve recar meraviglia, trattandosi di regione relativamente elevata, circondata a Sud da una cresta collinosa toccante i 700 m. circa, rivolta completamente a Nord, esposta ai venti freddi delle vicine Alpi, allora quasi completamente glacio-nevose e presentanti, fra altro, il Ghiacciaio di Val Susa che spingeva la sua fronte a solo una dozzina di chilometri dalla collina di Torino.

D'altronde anche oggi questa regione della collina torinese, relativamente elevata ed influenzata dai venti freddi spiranti dalla Val Susa, ha un clima particolarmente freddo ed umido e sovente si ricopre, in alto, di neve, anche in Primavera ed Autunno, quando piove in pianura ma nevica nella vicina regione alpina, e la neve, caduta in abbondanza, vi si conserva abbastanza a lungo.

È quindi naturale che nell'epoca glaciale le precipitazioni nevose vi fossero particolarmente abbondanti e tali da potervisi raccogliere nell'alto bacino di Val Salice tanto da costituire un glacio-nevato più o meno permanente secondo i momenti geologici di tale epoca.

Quanto ai tre cordoni-gradini eluvio-glaciali sovraccennati, essi potrebbero forse interpretarsi come corrispondenti (dal più basso al più alto) ai tre periodi glaciologici: *Mindeliano, Rissiano* e *Wurmiano*; ma per ora tale analogia cronologica è forse ancora troppo dubbia.

Digitized by Google

Se poi dal piano superiore di C. Allason (Mainero) saliamo l'erta boschiva del Bric della Maddalena, possiamo constatare irregolari gradinate o terrazzette, di cui qualcuna può essere in relazione sia con una speciale differenza di durezza (e quindi di resistenza all'erosione) di qualche banco della serie miocenica, sia con locali franamenti; ma qualcuna (specialmente quella, spiccatissima, sita verso i 585-605 m., s. l. m., estesa e ricca di ciottoloni sparsi, erratici) può essere dovuta al deposito frontale di una vedretta glacio-nevosa che dovette conservarsi (perennemente o per gran parte dell'anno) sul fianco settentrionale dell'alta cresta di Bric della Maddalena-Bric della Croce, ancora nella prima metà del periodo post-glaciale, quando cioè nelle Alpi sulla fronte dei Ghiacciai, già ben ridotti ma molto più sviluppati che non oggi, si formarono i depositi morenici, detti stadiarii, nel *Postwurmiano* o *Postglaciale* (Fig. 1 e 2).

Ecco quindi, come nell'alta Val Salice, cioè, come è naturale, nella regione di massima elevazione della collina di Torino, in conca opportuna rivolta a Nord verso le Alpi, esista una serie di depositi che sembrano connettersi colla tipica serie del glacialismo alpino.

Notisi poi che questa caratteristica regione dell'alta Val Salice a tipo speciale, morenico o submorenico, si estende verso valle con formazioni di tipo diluviale analogamente a quanto verificasi nelle regioni subalpine; così a Nord della sovraccennata collinetta pseudomorenica di C. Nada (che è interpretabile come appartenente alla prima glaciazione) si vede che la formazione loessiforme di C. Cochis (Cerruti), presentante qualche ondulazione pseudomorenica a Nord di Villa Fanny (poco sotto il crocevia di quota 450), si estende a valle nel magnifico altipiano inclinato su cui siedono le Ville Cerrone, Passaleva, Canonica (Favorita), C. Clemente, ecc. (F. 1). Altipiano lateralmente isolato dalle incisioni torrentizie e che ha tutto l'aspetto e la costituzione del tipico *Diluvium*; cioè con una formazione inferiore ghiaioso-sabbioso-ciottolosa giallastra, ricoperta da un impuro limo loessiforme, giallo-rossastro, che alimenta anche locali fornaci da mattoni; altipiano diluviale a cui corrispondono, al di là delle incisioni laterali torrentizie, i piani terrazzati di Villa Soldati a Nord e di C. Campora (Borgetto)-Villa Levi-Villa Brunetti, ecc., ad Ovest.

Digitized by Google

Del resto il fenomeno non è isolato, ma, se pur meno evidente, mostrasi con qualche analogia anche in regioni vicine: così, per es., nella prossima depressione a vasto circo vallivo che stendesi nel piano inclinato ondulato di C. Leone (Teppati) e C. Piola; regione costituita da un notevole manto di *loess*, più o meno terroso, le cui ondulazioni o terrazzature possono corrispondere a quelle pseudomoreniche o eluviomoreniche sovraccennate della regione Mainero, e che verso valle vanno a collegarsi col sopraindicato piano inclinato diluviale di Villa Cerrone, ecc. (Fig. 1).

Fenomeni analoghi osservansi nei piani inclinati che stendonsi irregolarmente ad Ovest del Bric della Maddalena, a Nord del M. Capra, attorno al Bric Rosero o delle Fontanine, ecc.

Questo fenomeno dei glacio-nevati che già si svilupparono qua e là in opportune regioni della Collina di Torino, credo che non abbia solo importanza in sè e per sè, ma anche perchè collegasi evidentemente coi depositi di *loess* e getta nuova luce sulla loro origine; problema su cui non esiste ancora accordo fra gli studiosi, facendone pendere, parmi, la risoluzione piuttosto verso la teoria eluviale che non verso quella eolica.

Digitized by Google

Sull'equazione differenziale della derivazione dei proietti

Nota dell'Ing. FILIPPO BURZIO
presentata dal Socio nazionale residente Modesto Panetti

Ci proponiamo di giustificare con criterio rigoroso l'equazione differenziale della derivazione, da altri Autori e da noi usata nel nostro metodo di risoluzione del secondo problema balistico (1). Faremo ciò ponendoci in condizioni alquanto più generali di quelle supposte dal Mayevski nell'impostare lo stesso problema (2), e discutendo poi tali nuove condizioni.

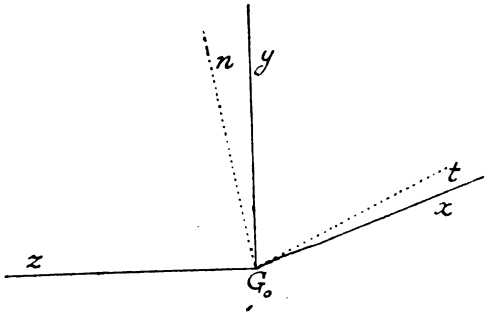


Fig. 1

Sia $G_0\,x\,y\,z$ una terna di assi cartesiani ortogonali (V. fig. 1) avente l'origine nella posizione iniziale G_0 del baricentro G del

(1) Cfr. CHARBONNIER, *Balistique extér. rationn*, vol. II, Édit. Doin, pag. 281, 330 e seg., e la mia Nota: *Applicazioni del 2° problema balistico*, " Riv. di Art. e Genio ", vol. II, 1919.

(2) Cfr. MAYEVSKI, *Traité de Balistique*, 1872, pag. 206 e seg. In sostanza il M. non considera ψ_1 e ψ, nè θ, θ_1, θ_2, ma solo ψ_1 e θ_1: però, utilizzando poi la soluzione del 1° e 2° problema balistico, viene implicitamente a supporre $\psi_1 = \psi$, $\theta_1 = \theta$. (Si vedano infatti le equazioni a pagg. 212-213).

Digitized by Google

proietto; xy coincida col piano iniziale di tiro (piano verticale contenente la tangente iniziale alla traiettoria, cioè l'asse della bocca da fuoco); sia x orizzontale e positivo nel senso del tiro, y verticale e positivo verso l'alto, z positivo a sinistra dell'osservatore che dritto lungo y guardi nel verso di x. È noto come, trascurando, rispetto alle pressioni e agli attriti dovuti alla traslazione, le reazioni aerodinamiche laterali dovute alla rotazione del proietto, la spinta ρ dell'aria contro il proietto stesso giaccia, per evidenti ragioni di simmetria, nel piano individuato dall'asse di figura Ga del proietto e dalla tangente Gt alla traiettoria di G (vedi fig. 2), detto, per l'appunto, *piano di resistenza*.

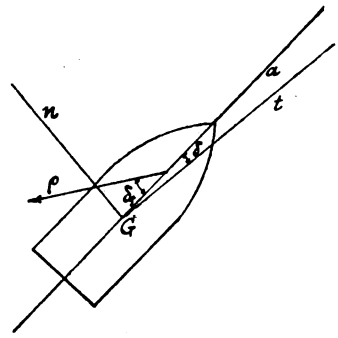


Fig. 2

Siano: $\delta = \widehat{at}$; $\delta_1 = \widehat{a\rho}$; ψ l'angolo del piano xy col piano di resistenza at; ψ_1 l'angolo del piano verticale yt (piano di tiro "istantaneo") col piano di resistenza; η l'angolo dei piani xy e yt; θ_1 l'angolo di t col piano orizzontale zx; la retta Gt intendendosi positiva nel senso del moto.

Indichiamo con ρ_t e ρ_n le componenti di ρ (nel piano di resistenza) nelle direzioni t e n (n normale a t); entrambe hanno proiezione non nulla sull'asse z, e tali proiezioni valgono rispettivamente (ρ_t avendo verso contrario a quello positivo sulla tangente):

$$-\rho_t \cos tz\,; \qquad \rho_n \cos nz.$$

Il triangolo sferico ntz, rettilatero in nt, dà:

$$\cos nz = \operatorname{sen} tz \cos ntz\,;$$

ora

$$ntz = ytz - ytn = ytz - \psi_1,$$

cosicchè

$$\cos nx = \operatorname{sen} tz\,[\cos ytz \cos \psi_1 + \operatorname{sen} ytz \operatorname{sen} \psi_1]. \tag{1}$$

Digitized by Google

Il triangolo sferico ytz, rettilatero in yz, dà:

$$\cos tz \cos ty + \operatorname{sen} tz \operatorname{sen} ty \cos ytz = 0 ; \tag{2}$$

d'altra parte, essendo $ty = \frac{\pi}{2} - \theta_1$,

$$\cos tz = \cos \theta_1 \operatorname{sen} \eta. \tag{2'}$$

Sostituendo in (2)

$$\operatorname{sen} tz \cos ytz = - \operatorname{sen} \theta_1 \operatorname{sen} \eta. \tag{3}$$

Sempre il triangolo ytz dà:

$$\frac{\operatorname{sen} tz}{\operatorname{sen} zyt} = \frac{\operatorname{sen} yz}{\operatorname{sen} ytz},$$

cioè

$$\operatorname{sen} tz \operatorname{sen} ytz = \cos \eta. \tag{4}$$

Sostituendo (3) e (4) in (1):

$$\cos nz = - \operatorname{sen} \theta_1 \operatorname{sen} \eta \cos \psi_1 + \cos \eta \operatorname{sen} \psi_1 .$$

La proiezione di ρ_n su z varrà dunque:

$$\rho_n \operatorname{sen} \psi_1 \cos \eta - \rho_n \cos \psi_1 \operatorname{sen} \theta_1 \operatorname{sen} \eta.$$

Quanto alla proiezione di ρ_t su z, essa vale, per la (2)',

$$- \rho_t \cos tz = - \rho_t \cos \theta_1 \operatorname{sen} \eta.$$

Risulta pertanto l'equazione differenziale della derivazione

$$m \frac{d^2 z}{dt^2} = \rho_n \operatorname{sen} \psi_1 \cos \eta - \rho_n \cos \psi_1 \operatorname{sen} \theta_1 \operatorname{sen} \eta - \rho_t \cos \theta_1 \operatorname{sen} \eta \tag{5}$$

se m sia la massa del proietto.

Digitized by Google

***

Si ha sperimentalmente che:

1) l'angolo η dei piani di tiro iniziale e istantaneo è sempre piccolissimo (piccola essendo la derivazione rispetto alla gittata);

2) l'angolo δ dell'asse di figura con la tangente si mantiene piccolo per proietti stabili (come devono essere quelli impiegati nel tiro);

3) l'angolo ψ del piano iniziale di tiro col piano di resistenza si mantiene prossimo a $\frac{\pi}{2}$ lungo la maggior parte della traiettoria [1].

Da queste condizioni si deducono, per l'equazione differenziale della derivazione, le seguenti semplificazioni:

a) *Angolo* η. Si può assumere: $\operatorname{sen}\eta = \eta$; $\operatorname{tan}\eta = \eta$; $\cos\eta = 1$.

b) *Angolo* δ. Essendo noto dal problema balistico principale: $\rho_t = mcF(v)$, si può assumere: $\rho_n = \rho_t \operatorname{tan}(\delta_1 - \delta) \sim mcF\delta\,(k-1)$, se c sia il coefficiente balistico francese, F la funzione resistente di Siacci, $\delta_1 = f(\delta)$, $k = f'(0) \sim \frac{\delta_1}{\delta}$.

c) *Angoli* ψ *e* ψ_1. Si può assumere $\operatorname{sen}\psi = \operatorname{sen}\psi_1$. Infatti. Indichiamo rispettivamente (V. fig. 3) con t_1, t_1', t_1'' l'intersezione del piano di resistenza col piano iniziale di tiro xy; la proiezione ortogonale di t su xy; la retta del piano xy tale che $t_1''x = \theta_1$; poniamo inoltre: $t_1x = \theta_2$; $t_1'x = \theta$ [2].

Il triedro tt_1y dà allora:

$$\frac{\operatorname{sen} tt_1}{\operatorname{sen} ty} = \frac{\operatorname{sen}\eta}{\operatorname{sen}\psi}; \qquad \frac{\operatorname{sen} tt_1}{\operatorname{sen} t_1y} = \frac{\operatorname{sen}\eta}{\operatorname{sen}\psi_1};$$

ossia, dividendo m. a m.

$$\frac{\operatorname{sen}\psi_1}{\operatorname{sen}\psi} = \frac{\cos\theta_2}{\cos\theta_1} = \frac{\cos(\theta_1 \pm t_1t_1'')}{\cos\theta_1} = 1 \mp t_1t_1'' \operatorname{tan}\theta_1$$

a meno di infinitesimi di ordine superiore a $\widehat{t_1t_1''}$.

---

[1] Cfr. i lavori del Mayevski, De Sparre, Charbonnier, e mie Note, in cui sono svolti calcoli numerici.

[2] θ è l'*inclinazione* considerata nel problema balistico principale.

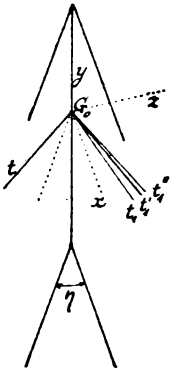
Digitized by Google

Ora, *se* $\psi_1 = \frac{\pi}{2}$, cioè se t_1 coincida con t_1', l'angolo $t_1 t_1'' = t_1' t_1''$ è infinitesimo del 2° ordine rispetto a η, poichè si ha:

$$\tan YT_1' = \tan YT \cos \eta,$$

ossia:

$$\tan YT_1' - \tan YT_1'' = \tan YT_1'' (\cos \eta - 1) = \tan YT_1'' \frac{\eta^2}{2}.$$



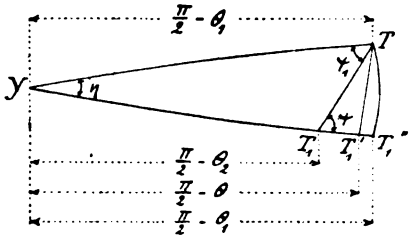


Fig 3

D'altronde

$$\tan YT_1' = \tan (YT_1'' \pm T_1' T_1'') = \tan YT_1'' \pm \frac{T_1' T_1''}{\cos^2 YT_1''};$$

donde finalmente:

$$T_1' T_1'' = \pm (\tan YT_1' - \tan YT_1'') \cos^2 YT_1'' = \pm \frac{\operatorname{sen} 2YT_1''}{4} \eta^2.$$

Digitized by Google

Il fatto che, nell'ipotesi $\psi = \frac{\pi}{2}$, $t_1' t_1''$ sia dell'ordine di η^2 porta per conseguenza che: *se anche* ψ *sia alquanto diverso da* $\frac{\pi}{2}$, per modo che $T_1 T_1''$, anzichè essere uguale a $T_1' T_1''$ (cioè dell'ordine di η^2) sia alquanto maggiore (cioè dell'ordine di η), *la sostituzione di* $\operatorname{sen}\psi_1$ *con* $\operatorname{sen}\psi$ *è ancora legittima*, poichè il termine della (5) in cui comparirebbe $T_1 T_1''$, contenendo anche δ, diventa infinitesimo del 2° ordine. Ora la condizione sperimentale è per l'appunto che ψ si mantenga prossimo a $\frac{\pi}{2}$.

d) *Angoli* θ_1 *e* θ. Si può assumere: $\cos\theta_1 = \cos\theta$; $\operatorname{sen}\theta_1 = \operatorname{sen}\theta$. Infatti si ha (V. fig. 3) che gli angoli θ_1 e θ differiscono di $T_1 T_1''$, cioè d'infinitesimi dell'ordine di η^2.

Tenendo conto delle semplificazioni *a*) *b*) *c*) *d*) la (5) diventa:

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = -cF\eta\cos\theta + cF'\delta(k-1)\operatorname{sen}\psi - cF\delta(k-1)\eta\operatorname{sen}\theta\cos\psi;$$

e poichè il 3° termine del 2° membro è almeno infinitesimo del 2° ordine, si ha finalmente:

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = -cF\eta\cos\theta + cF\delta(k-1)\operatorname{sen}\psi. \tag{6}$$

***

Notiamo che (1): $\eta = \frac{dz}{dx}$; donde $\frac{d^2 z}{dt^2} = \eta\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{d\eta}{dt}\frac{dx}{dt}$. Poichè il problema balistico principale dà, per il moto lungo x,

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = -cF\cos\theta; \qquad \frac{dx}{dt} = v\cos\theta,$$

essendo v la velocità di G, si avrà, sostituendo nella (6)

$$-cF\eta\cos\theta + \frac{d\eta}{dt}v\cos\theta = -cF\eta\cos\theta + cF\delta(k-1)\operatorname{sen}\psi;$$

(1) Cfr. Charbonnier, op. cit., pag. 334.

Digitized by Google

donde finalmente:

$$\frac{d\eta}{dt} = \frac{cF\delta(k-1)\operatorname{sen}\psi}{v\cos\theta}. \tag{7}$$

La (7) è l'equazione già indicata dallo Charbonnier, e da noi usata nelle applicazioni numeriche; essa riduce il problema della derivazione alle quadrature, poichè la risoluzione del 2° problema balistico determina in funzione del tempo le quantità che figurano nel 2° membro.

Si osservi che, anche non facendo l'ipotesi $\psi \sim \frac{\pi}{2}$, la (7) può dedursi dalla (5) in via approssimativa. Essa dimostra allora la seguente proprietà: $\frac{d\eta}{dt}$ *è nulla, cioè la curva della derivazione* z(x) *ha un flesso, per* $\psi = \pi$. Naturalmente, per $\psi > \pi$, η può diventare < 0, e z diminuire. Riteniamo che, a spiegare i casi anomali di derivazione *a destra*, ottenuti talora con piccole velocità e forti angoli di proiezione, convenga fissare l'attenzione su ψ, oltrechè su δ o su k, come fanno taluni A., perchè la cosidetta *forza deviatrice* $\rho_n \operatorname{sen}\psi$ (preponderante nel fenomeno della derivazione) cambia di segno per $\psi > \pi$, e non solo per $k < 1$; circostanza questa ultima che ci sembra meno facile a verificarsi, alle piccole velocità. Vero è che gli studi del Mayevski escluderebbero che ψ possa raggiungere il valore π: ma abbiamo noi stessi eccezionalmente verificato un caso numerico di π crescente oltre π e 2π, cioè di un proietto compiente più di un giro intorno alla tangente, per la velocità iniziale di 260 $^{m.}/_{sec}$ e angolo di proiezione 60° (1).

Torino, novembre 1925.

---

(1) Cfr. la mia Nota: *Sul moto e sulla stabilità dei proietti,* " Rivista di Artiglieria e Genio „, vol. II, 1918.

Digitized by Google

Intorno ad alcune questioni di elastostatica

Nota 2ª del Socio nazionale residente CARLO SOMIGLIANA

È noto dalla teoria dell'elasticità che dei due limiti teorici, entro i quali deve essere contenuto il coefficiente di Poisson per una sostanza isotropa, in conseguenza della stabilità dell'equilibrio quando il corpo è allo stato naturale, soltanto il limite superiore $\frac{1}{2}$ concorda coll'esperienza. Il limite inferiore -1 non è raggiunto da alcuna sostanza conosciuta, poichè non si conoscono corpi che per effetto di una tensione longitudinale subiscano una dilatazione trasversale, come dovrebbe avvenire se il coefficiente di Poisson fosse negativo. Il limite inferiore sperimentale di questo coefficiente è lo zero.

Può quindi avere un certo interesse la proprietà che dimostrerò in questa Nota, che è in perfetto accordo coll'esperienza, e che consiste in questo: che anche per corpi di struttura qualsiasi anisotropa, ammessa la stabilità allo stato naturale, il modulo di compressione cubica è necessariamente *positivo*. Non possono cioè esistere, ammessa la stabilità dell'equilibrio allo stato naturale, corpi che sottoposti all'azione di una pressione normale uniforme superficiale aumentino di volume, o che per effetto di una tensione analoga si contraggano. Tale proprietà si dimostra immediatamente pei corpi isotropi; ma non è di così facile evidenza nel caso dei corpi anisotropi.

Mi occupo in seguito dei coefficienti analoghi al coefficiente di Poisson, che si possono definire per i corpi anisotropi e più particolarmente di quelli che si possono considerare nel caso dei materiali fibrosi; essi sono, in questo caso, tre e possono avere importanza anche pratica, dato l'uso generale di questi materiali nelle costruzioni.

Digitized by Google

I.

I limiti teorici per le costanti dell'energia elastica elementare derivano dalle condizioni di positività per la forma quadratica che rappresenta questa funzione, e tale positività è alla sua volta conseguenza della stabilità dell'equilibrio elastico elementare, generalmente presupposta, per lo stato naturale. Nel caso della isotropia l'energia elastica elementare è funzione lineare dei due invarianti quadratici, che, con le solite notazioni, si possono scrivere:

$$\Theta^2 = (x_x + y_y + z_z)^2$$
$$J = x_x^2 + y_y^2 + z_z^2) + \frac{1}{2} y_z^2 + \frac{1}{2} z_x^2 + \frac{1}{2} x_y^2$$

e si ha

$$2W = \lambda\Theta + 2\mu J$$

ove λ, μ sono le costanti di Lamé. La forma quadratica W può in questo caso considerarsi come la somma delle due forme

$$2W_1 = (\lambda + 2\mu)(x_x^2 + y_y^2 + z_z^2) + 2\lambda(y_y z_z + z_z x_x + x_x y_y)$$
$$2W_2 = \mu(y_z^2 + z_x^2 + x_y^2)$$

di cui la prima dipende unicamente dalle prime tre componenti di deformazione x_x, y_y, z_z e la seconda dalle rimanenti tre y_z, z_x, x_y. La positività di W richiede quindi la positività di W_1 e di W_2; per quest'ultima le condizioni di positività si riducono ad una sola

$$\mu > 0$$

(μ si suol chiamare *coefficiente di rigidità*).

Per la positività di W_1 si hanno, dalla teoria delle forme quadratiche, le tre condizioni

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} \lambda+2\mu & \lambda & \lambda \\ \lambda & \lambda+2\mu & \lambda \\ \lambda & \lambda & \lambda+2\mu \end{vmatrix} > 0 \qquad \Delta_2 = \begin{vmatrix} \lambda+2\mu & \lambda \\ \lambda & \lambda+2\mu \end{vmatrix} > 0$$

$$\Delta_3 = \lambda + 2\mu > 0.$$

Digitized by Google

Ora si ha

$$\Delta_1 = 4\mu^3(3\lambda + 2\mu) \qquad \Delta_2 = 4\mu(\lambda + \mu) \qquad \Delta_3 = \lambda + 2\mu$$

e poichè μ è positiva, le tre condizioni precedenti si riducono alle due sole

$$\lambda + \mu > 0 \qquad 3\lambda + 2\mu > 0.$$

Ma anche la prima di queste è una conseguenza della seconda, se $\mu > 0$. Possiamo quindi concludere che *perchè* W *sia positiva sono necessarie e sufficienti* le due condizioni:

$$(1) \qquad \mu > 0 \qquad 3\lambda + 2\mu > 0.$$

Ora se un corpo isotropo è soggetto ad una pressione normale superficiale costante p, in esso si determina una deformazione omogenea, e tra il coefficiente di dilatazione cubica corrispondente θ e la pressione p si ha la relazione

$$-\frac{p}{\theta} = \lambda + \frac{2}{3}\mu.$$

La costante del secondo membro si dice *modulo di compressione.* A cagione delle condizioni (1) questo coefficiente è sempre positivo. Possiamo quindi concludere:

Per la stabilità dell'equilibrio elastico, nel caso della isotropia, è necessario che un corpo uniformemente compresso si contragga in ogni suo elemento.

Vale a dire non sarebbe compatibile colla stabilità dell'equilibrio l'esistenza di corpi isotropi, che soggetti ad una pressione superficiale uniforme si dilatassero, o che reciprocamente soggetti ad una tensione superficiale uniforme si contraessero.

Questa proprietà continua a sussistere anche per corpi anisotropi di qualsiasi struttura.

II.

Per dimostrarla consideriamo il problema generale, già posto dal Betti nella sua *Teoria della elasticità*, di determinare la deformazione omogenea corrispondente a sei valori costanti arbitrariamente fissati per le tensioni elastiche.

Digitized by Google

Sia (u, v, w) il vettore che rappresenta lo spostamento elastico e poniamo

$$(2)\qquad \begin{aligned} u &= \alpha x + \tfrac{1}{2}(\nu y + \mu z) \\ v &= \beta y + \tfrac{1}{2}(\lambda z + \nu x) \\ w &= \gamma z + \tfrac{1}{2}(\mu x + \lambda y) \end{aligned}$$

ove $\alpha, \beta, \gamma, \lambda, \mu, \nu$ sono costanti, che rappresentano i corrispondenti valori delle sei componenti di deformazione

$$x_x = \alpha \qquad y_y = \beta \qquad z_z = \gamma \qquad y_z = \lambda \qquad z_x = \mu \qquad x_y = \nu.$$

Indicheremo con A, B, C, L, M, N i valori delle corrispondenti sei componenti di tensione, che dovranno pure essere costanti.

Siano $u_{11}, u_{22}, \ldots$ le costanti dell'energia elastica, cioè poniamo

$$(3)\qquad U(x_x, y_y, \ldots x_y) = u_{11} x_x^2 + u_{22} y_y^2 + \ldots + 2u_{56} x_z x_y$$

e consideriamo la forma quadratica reciproca delle U, che indicheremo con V. A cagione delle note relazioni

$$(4)\qquad \begin{aligned} X_x &= \frac{\partial U}{\partial x_x} \qquad Y_y = \frac{\partial U}{\partial y_y} \qquad Z_z = \frac{\partial U}{\partial z_z} \\ Y_z &= \frac{\partial U}{\partial y_z} \qquad Z_x = \frac{\partial U}{\partial z_x} \qquad X_y = \frac{\partial U}{\partial x_y} \end{aligned}$$

abbiamo

$$V(X_x, Y_y, \ldots X_y) = A_{11} X_x^2 + A_{22} Y_y^2 + \ldots + 2A_{56} X_z X_y$$

dove le $A_{11}, A_{22}, \ldots$ sono i rapporti dei determinanti minori di quinto ordine nel discriminante della forma U al discriminante stesso.

Abbiamo così le relazioni

$$\left.\begin{aligned} 2U &= x_x \frac{\partial U}{\partial x_x} + y_y \frac{\partial U}{\partial y_y} + \ldots + x_y \frac{\partial U}{\partial x_y} \\ 2V &= X_x \frac{\partial V}{\partial X_x} + Y_y \frac{\partial V}{\partial Y_y} + \ldots + X_y \frac{\partial V}{\partial X_y} \end{aligned}\right\} = x_x X_x + \ldots + x_y X_y$$

Digitized by Google

ed insieme alle (4)

$$(4') \qquad \begin{aligned} x_x &= \frac{\partial V}{\partial X_x} & y_y &= \frac{\partial V}{\partial Y_y} & z_z &= \frac{\partial V}{\partial Z_z} \\ y_z &= \frac{\partial V}{\partial Y_z} & z_x &= \frac{\partial V}{\partial Z_x} & x_y &= \frac{\partial V}{\partial X_y}. \end{aligned}$$

Queste formole (4) (4') danno subito le relazioni fra le costanti $\alpha, \beta, \ldots \nu$ e le $A, B, \ldots N$, quando si ponga

$$(5) \qquad \begin{aligned} X_x &= A & Y_y &= B & Z_z &= C \\ Y_z &= L & Z_x &= M & X_y &= N. \end{aligned}$$

Per avere i coefficienti della deformazione (2) che corrisponde ai valori precedenti delle tensioni basterà formare la espressione $V(A, B, \ldots N)$ ed avremo subito

$$\alpha = \frac{\partial V}{\partial A} \quad \beta = \frac{\partial V}{\partial B} \quad \gamma = \frac{\partial V}{\partial C} \quad \lambda = \frac{\partial V}{\partial L} \quad \mu = \frac{\partial V}{\partial M} \quad \nu = \frac{\partial V}{\partial N}$$

ossia

$$(5') \qquad \begin{aligned} \alpha &= A_{11} A + A_{12} B + A_{13} C + A_{14} L + A_{15} M + A_{16} N \\ \beta &= A_{12} A + A_{22} B + \ldots \qquad\qquad \ldots + A_{26} N \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \nu &= A_{16} A + A_{26} B + \ldots \qquad\qquad \ldots + A_{66} N. \end{aligned}$$

Ciò posto, supponiamo che il corpo elastico sia soggetto ad una pressione costante normale superficiale p. Come nel caso dei corpi isotropi possiamo soddisfare alle equazioni alla superficie, ponendo

$$X_x = Y_y = Z_z = -p \qquad Y_z = Z_x = X_y = 0.$$

Troviamo quindi subito, per le formole precedenti, i coefficienti della deformazione corrispondente. Saranno

$$(5'') \qquad \begin{aligned} \alpha &= -p(A_{11} + A_{12} + A_{13}) & \lambda &= -p(A_{14} + A_{24} + A_{34}) \\ \beta &= -p(A_{12} + A_{22} + A_{23}) & \mu &= -p(A_{15} + A_{25} + A_{35}) \\ \gamma &= -p(A_{13} + A_{23} + A_{33}) & \nu &= -p(A_{16} + A_{26} + A_{36}) \end{aligned}$$

Digitized by Google

Per la dilatazione cubica si ha

$$\theta = \alpha + \beta + \gamma$$

quindi troviamo

$$-\frac{\theta}{p} = A_{11} + A_{22} + A_{33} + 2A_{23} + 2A_{31} + 2A_{12}.$$

È questa la formola che risolve la quistione che ci siamo proposti. Il secondo membro è l'inversa del modulo di compressione cubica. Ora se noi nella espressione di $V(X_x, Y_y, \ldots X_y)$ poniamo

$$X_x = Y_y = Z_z = 1 \qquad Y_z = Z_x = X_y = 0$$

otteniamo precisamente la espressione del secondo membro della formola precedente. Abbiamo cioè

$$-\frac{\theta}{p} = V(1, 1, 1, 0, 0, 0) = \frac{1}{\kappa}$$

e poichè V è essenzialmente positiva, al pari di U, questo valore sarà certamente positivo.

Possiamo così concludere che il *modulo di compressione* κ per un corpo anisotropo qualsiasi deve essere sempre positivo, come nel caso dei corpi isotropi. E non possono quindi esistere nemmeno corpi anisotropi, i quali per effetto di una pressione normale uniforme aumentino di volume, quando si ammetta la stabilità dell'equilibrio elementare nello stato naturale del corpo.

Il valore corrispondente dell'energia elastica per la deformazione considerata risulta dalla formola

$$2U = -p(\alpha + \beta + \gamma) =$$
$$= p^2 (A_{11} + A_{22} + A_{33} + 2A_{23} + 2A_{31} + 2A_{12}).$$

III.

La espressione del coefficiente di Poisson σ per corpi isotropi è notoriamente

$$\sigma = \frac{1}{2} \frac{\lambda}{\lambda + \mu}$$

Digitized by Google

e poichè per le relazioni (1) deve essere

$$-\frac{2}{3}<\frac{\lambda}{\mu}<\infty$$

si deduce subito

$$-1<\sigma<\frac{1}{2}.$$

Le tabelle dei valori sperimentali di σ ci dicono che il cautchou ha un coefficiente σ che si avvicina grandemente al limite superiore $\frac{1}{2}$; pel sughero si ha invece un valore assai prossimo allo zero. Gli altri corpi elastici hanno per σ dei valori intermedi a questi, e per nessuno σ risulta negativo. Si può quindi domandare se, ed in qual modo, la nostra teoria dell'elasticità debba essere eventualmente modificata per far scomparire questa sconcordanza fra i limiti teorici ed i limiti sperimentali del coefficiente di Poisson, poichè la possibilità di valori negativi per questo coefficiente implica la possibilità qualitativa di un fenomeno non ancora verificato in natura.

Senza addentrarci in una discussione di questo genere, ci sembra invece opportuno di studiare quale sia l'elemento che corrisponde al coefficiente di Poisson nel caso dei corpi anisotropi, preparando così il terreno per una eventuale più larga discussione della quistione enunciata.

Consideriamo un cilindro di materiale anisotropo qualsiasi, sottoposto ad una tensione longitudinale uniforme, mentre nessuna azione è esercitata sulla sua superficie laterale.

È facile vedere che, come nei corpi isotropi noi possiamo soddisfare alle condizioni che debbono verificarsi sulla superficie laterale, qualora si supponga che l'asse del cilindro sia diretto secondo l'asse z, supponendo per tutto il corpo

$$X_x=0 \qquad Y_y=0 \qquad X_y=0 \qquad Z_x=0 \qquad Z_y=0.$$

Possiamo così applicare ancora le formole (2) per la deformazione, nelle quali a cagione delle formole (5) (5′) ponendo per la tensione longitudinale

$$Z_z=C$$

Digitized by Google

avremo

$$\alpha = A_{13}C \qquad \beta = A_{23}C \qquad \gamma = A_{33}C$$
$$\lambda = A_{34}C \qquad \mu = A_{35}C \qquad \nu = A_{36}C.$$

La corrispondente dilatazione cubica sarà

$$\theta = (A_{13} + A_{23} + A_{33})\,C.$$

Ora, come è noto, nel caso dell'isotropia il coefficiente di Poisson è definito come il rapporto fra il coefficiente di contrazione degli elementi lineari del cilindro normalmente all'asse e il coefficiente di allungamento longitudinale. Nel caso nostro possiamo considerare i rapporti analoghi

$$\frac{x_x}{z_z} = \frac{\alpha}{\gamma} = \frac{A_{13}}{A_{33}} = -\sigma_x \qquad \frac{y_y}{z_z} = \frac{\beta}{\gamma} = \frac{A_{23}}{A_{33}} = -\sigma_y$$
(6)
$$\frac{x_y}{z_z} = \frac{\nu}{\gamma} = \frac{A_{36}}{A_{33}} = -\sigma_{xy}.$$

primi due coefficienti σ_x, σ_y sono analoghi al coefficiente di Poisson, e danno il rapporto fra la contrazione laterale e l'allungamento longitudinale, quando si considerano le due direzioni normali corrispondenti alle direzioni degli assi x ed y. Il terzo coefficiente σ_{xy} non ha corrispondente nel caso della isotropia; esso rappresenta infatti il rapporto fra l'incremento dell'angolo retto degli assi x y e l'allungamento longitudinale unitario.

Si vedrà poi che mediante questi tre coefficienti si può esprimere il coefficiente di Poisson corrispondente ad una direzione qualunque normale all'asse. In altri termini, quando nel caso dei corpi anisotropi si considera un cilindro assai lungo soggetto ad uno sforzo di tensione longitudinale, il rapporto fra la contrazione (algebricamente considerata) di un elemento normale all'asse e l'allungamento longitudinale non è più costante, come nei corpi isotropi, ma varia colla direzione dell'elemento normale, e può esprimersi mediante tre costanti, dipendenti naturalmente dai coefficienti d'elasticità del corpo.

La deformazione, come risulta dalle formole (2), è la seguente:

Digitized by Google

$$\frac{1}{C}u = A_{13}x + \frac{1}{2}(A_{36}y + A_{35}z)$$
$$\frac{1}{C}v = A_{23}y + \frac{1}{2}(A_{34}z + A_{36}x)$$
$$\frac{1}{C}w = A_{32}z + \frac{1}{2}(A_{25}x + A_{34}y).$$

Se consideriamo un cerchio giacente in un piano normale all'asse del cilindro, le cui equazioni siano

$$x^2 + y^2 = R^2 \qquad z = c$$

esso si deformerà in una linea luogo dei punti x', y', z', le cui equazioni si otterranno eliminando le x, y, z fra le equazioni precedenti e le relazioni

$$x' = (1 + A_{11}C)x + \frac{1}{2}(A_{26}y + A_{25}z)C$$
$$y' = (1 + A_{22}C)y + \frac{1}{2}(A_{34}z + A_{36}x)C$$
$$z' = (1 + A_{33}C)z + \frac{1}{2}(A_{35}x + A_{34}y)C.$$

Ponendo in queste equazioni $z = c$, ed eliminando fra esse x, y, otterremo un'equazione lineare

$$ax' + by' + cz' = 0$$

che sarà il piano della curva deformata, in generale quindi non più perpendicolare all'asse del cilindro. La curva deformata sarà un'ellisse.

Quando siano $A_{34} = 0$ $A_{35} = 0$ il piano del cerchio si conserva normale all'asse, e si ha

$$z' = (1 + A_{33}C)c$$

mentre l'equazione dell'ellisse si ha sostituendo in quella del cerchio i valori di x, y dati dalle relazioni

$$x' = (1 + A_{11}C)x + \frac{1}{2}A_{36}y$$
$$y' = (1 + A_{22}C)y + \frac{1}{2}A_{36}x.$$

Digitized by Google

Quando si faccia subire agli assi x, y una rotazione positiva di un angolo θ, e si indichino con x', y' le coordinate riferite coi nuovi assi, per cui sia

$$x' + iy' = (x + iy)\, e^{i\theta} \qquad z' = z$$

fra le componenti di deformazione riferite ai due sistemi di assi, si hanno, come è noto (1), le relazioni

$$\begin{aligned} x_{x'} &= x_x \cos^2\theta + y_y \operatorname{sen}^2\theta - x_y \operatorname{sen}\theta\cos\theta \\ y_{y'} &= x_x \operatorname{sen}^2\theta + y_y \cos^2\theta + x_y \operatorname{sen}\theta\cos\theta \\ x_{y'} &= 2x_x \operatorname{sen}\theta\cos\theta + 2y_y \operatorname{sen}\theta\cos\theta + x_y(\cos^2\theta - \operatorname{sen}^2\theta). \end{aligned} \tag{7}$$

Inoltre

$$z_{z'} = z_x\,. \tag{8}$$

Da queste formole risultano subito delle relazioni simili fra i coefficienti σ_x, σ_y, σ_{xy} precedentemente considerati ed i loro analoghi

$$\sigma_{x'} = -\frac{x_{x'}}{z_{z'}} \qquad \sigma_{y'} = -\frac{y_{y'}}{z_{z'}} \qquad \sigma_{x'y'} = -\frac{x_{y'}}{z_{z'}}$$

riferiti ai nuovi assi x', y', come si vede subito dividendo le tre relazioni (7) per la (8).

In particolare se noi consideriamo una direzione l che faccia coll'asse x un angolo $(lx) = \theta$, possiamo dire che il coefficiente σ_l di contrazione relativo a questa direzione sarà dato in funzione dei tre coefficienti σ_x, σ_y, σ_{xy} mediante la espressione

$$\sigma_l = \sigma_x \cos^2\theta + \sigma_y \operatorname{sen}^2\theta - \sigma_{xy} \operatorname{sen}\theta\cos\theta. \tag{9}$$

Questa formola dà la legge di variazione del coefficiente di Poisson corrispondente ad una direzione l normale all'asse di allungamento, quando questa direzione prende tutte le orientazioni possibili, in funzione dell'angolo che questa direzione fa coll'asse delle x.

---

(1) Love, *Treatise of Elasticity*, Third Edition, pag. 150.

Digitized by Google

Quando la direzione di tensione del cilindro non fosse l'asse delle z, ma uno dei due rimanenti, si avrebbero naturalmente altre due terne di coefficienti analoghi a quella considerata. Per cui si hanno in ultima analisi i seguenti 9 coefficienti:

tensione secondo l'asse x:

$$\sigma_y' = -\frac{A_{21}}{A_{11}} \qquad \sigma_z' = -\frac{A_{31}}{A_{11}} \qquad \sigma_{yz}' = -\frac{A_{14}}{A_{11}}$$

(9) „ „ l'asse y:

$$\sigma_z'' = -\frac{A_{32}}{A_{22}} \qquad \sigma_x'' = -\frac{A_{12}}{A_{22}} \qquad \sigma_{zx}'' = -\frac{A_{25}}{A_{22}}$$

„ „ l'asse z:

$$\sigma_x = -\frac{A_{13}}{A_{33}} \qquad \sigma_y = -\frac{A_{23}}{A_{33}} \qquad \sigma_{xy} = -\frac{A_{36}}{A_{11}}$$

Fra queste costanti si hanno le relazioni

$$A_{22}\,\sigma_x'' = A_{11}\,\sigma_y' \qquad A_{33}\,\sigma_y = A_{22}\,\sigma_z'' \qquad A_{11}\,\sigma_z = A_{33}\,\sigma_x .$$

Si può ora domandare se mediante queste 9 costanti sia possibile esprimere i tre coefficienti corrispondenti al caso in cui la direzione di tensione del cilindro sia orientata in modo qualunque rispetto agli assi.

Siano l, m, n i coseni degli angoli che la direzione di tensione fa cogli assi coordinati. Se indichiamo con H una costante e poniamo

(9)
$$X_x = Hl^2 \qquad Y_y = Hm^2 \qquad Z_z = Hn^2$$
$$Y_z = Hmn \qquad Z_x = Hnl \qquad X_y = Hlm$$

si trova subito

$$X_x\,l + X_y\,m + X_z\,n = Hl$$
$$Y_x\,l + Y_y\,m + Y_z\,n = Hm$$
$$Z_x\,l + Z_y\,m + Z_z\,n = Hn$$

mentre se α, β, γ sono i coseni di una direzione normale ad (l, m, n), cioè tale che sia

$$\alpha l + \beta m + \gamma n = 0$$

Digitized by Google

si ha

$$X_x \alpha + X_y \beta + X_z \gamma = 0$$
$$Y_x \alpha + Y_y \beta + Y_z \gamma = 0$$
$$Z_x \alpha + Z_y \beta + Z_z \gamma = 0.$$

Perciò le formole (9) danno la distribuzione delle tensioni che conviene considerare nel caso di un cilindro teso secondo la direzione (l, m, n); ed applicando le formole (5) (5') si avrebbero anche le componenti di deformazione corrispondenti. Si ottengono in questo modo per queste componenti le espressioni seguenti:

$$x_x = (A_{11} l^2 + A_{12} m^2 + \ldots + A_{16} lm) H$$
$$y_y = (A_{12} l^2 + A_{22} m^2 + \ldots + A_{26} lm) H.$$
$$\ldots \quad \ldots \quad \ldots$$

Mediante queste si possono avere i coefficienti ϵ_{lmn} ed $\epsilon_{\alpha\beta\gamma}$ di allungamento unitario nella direzione (lmn) ed in una direzione normale $(\alpha\beta\gamma)$ mediante le formole solite di trasformazione. I rapporti

$$\sigma = -\frac{\epsilon_{\alpha\beta\gamma}}{\epsilon_{lmn}}$$

darebbero allora i valori del coefficiente di Poisson corrispondente alla direzione (α, β, γ) normale alla direzione di tensione (l, m, n). Ma questi rapporti non sono esprimibili mediante i coefficienti (9), i quali non possono quindi da soli caratterizzare il modo di comportarsi del materiale in rapporto alla contrazione trasversale corrispondente ad una tensione longitudinale in una direzione arbitrariamente fissata.

IV.

È più interessante esaminare invece ciò che avviene nel caso in cui il materiale considerato ammette un asse di isotropia, ossia si tratta di un materiale di struttura analoga a quella dei corpi fibrosi.

L'espressione dell'energia elastica contiene in questo caso cinque costanti, quante sono le espressioni quadratiche invarianti per rotazioni intorno all'asse di isotropia. Supposto che

Digitized by Google

quest'asse coincida coll'asse z, l'espressione dell'energia è la seguente:

$$(10) \qquad 2W = \lambda (x_x + y_y)^2 + 2\mu (x_x^2 + y_y^2 + \frac{1}{2} x_y^2) + \\ + \nu z_z^2 + 2\alpha (x_x + y_y) z_z + \beta (y_z^2 + z_x^2).$$

Si ritorna al caso dell'isotropia completa ponendo

$$(11) \qquad \alpha = \lambda \qquad \nu = \lambda + 2\mu \qquad \beta = \mu.$$

La espressione precedente di W può considerarsi come la somma di due forme quadratiche indipendenti, l'una formata colle x_x, y_y, z_z; l'altra colle y_z, z_x, x_y. Ciascuna per sè deve quindi essere essenzialmente positiva; esse sono

$$2W_1 = \lambda (x_x + y_y)^2 + 2\mu (x_x^2 + y_y^2) + \nu z_z^2 + 2\alpha (x_x + y_y) z_z$$
$$2W_2 = \beta (y_z^2 + z_x^2) + \mu x_y^2$$

ed abbiamo quindi

$$X_x = \frac{\partial W_1}{\partial x_x} \qquad Y_y = \frac{\partial W_1}{\partial y_y} \qquad Z_z = \frac{\partial W_1}{\partial z_z}$$
$$Y_z = \frac{\partial W_2}{\partial y_z} \qquad Z_x = \frac{\partial W_2}{\partial z_x} \qquad X_y = \frac{\partial W_2}{\partial x_y}$$

Le condizioni di positività di W_2 sono

$$(12) \qquad \beta > 0 \qquad \mu > 0.$$

La W_1 ha per discriminante

$$\Delta = \begin{vmatrix} \lambda + 2\mu & \lambda & \alpha \\ \lambda & \lambda + 2\mu & \alpha \\ \alpha & \alpha & \nu \end{vmatrix} = 4\mu \{ (\lambda + \mu) \nu - \alpha^2 \}$$

e le sue condizioni di positività sono quindi

$$(12') \qquad \lambda + \mu > 0 \qquad (\lambda + \mu) \nu - \alpha^2 > 0.$$

Digitized by Google

La positività di W è quindi assicurata dalle quattro condizioni (12) (12'). Inoltre si ha

$$X_x = (\lambda + 2\mu)\, x_x + \lambda y_y + \alpha z_z$$
$$Y_{y_1} = \lambda x_x + (\lambda + 2\mu)\, y_y + \alpha z_z$$
$$Z_z = \alpha (x_x + y_y) + \nu z_z$$
$$Y_o = \beta y_y \qquad X_x = \beta z_x \qquad X_y = \mu x_y .$$

Compressione uniforme. — Si trova facilmente che nella compressione uniforme si ha

$$u = lx \qquad v = ly \qquad w = mz \qquad \theta = 2l + m$$

dove

$$l = -\frac{1}{2} p \frac{\nu - \alpha}{(\lambda + \mu)\nu - \alpha^2} \qquad m = -p \frac{\lambda + \mu - \alpha}{(\lambda + \mu)\nu - \alpha^2} .$$

Quindi pel modulo di compressione si ha

$$\kappa = -\frac{p}{\theta} = \frac{(\lambda + \mu)\nu - \alpha^2}{\lambda + \mu + \nu - 2\alpha} . \tag{13}$$

La positività di κ risulta subito dalla seconda delle relazioni (12'), e dall'osservazione che l'espressione $\lambda + \mu + \nu - 2\alpha$ non è altro che il valore che assume la forma $2W_1$, quando si ponga

$$x_x = y_y = \frac{1}{2} \qquad z_z = -1 .$$

Tensione uniforme. — Quando la direzione della tensione è quella dell'asse z di isotropia, si trova subito che la deformazione ha la stessa forma del caso precedente, ma si ha

$$l = -\frac{1}{2} \frac{\alpha}{(\lambda + \mu)\nu - \alpha^2} \qquad n = \frac{\lambda + \mu}{(\lambda + \mu)\nu - \alpha^2} .$$

Si trova quindi per il coefficiente di contrazione trasversale

$$\sigma = -\frac{x_x}{z_z} = -\frac{y_y}{z_z} = \frac{1}{2} \frac{\alpha}{\lambda + \mu} .$$

Il corpo si comporta in questo caso nello stesso modo dei corpi isotropi, esiste un coefficiente analogo al coefficiente di

Digitized by Google

Poisson, come del resto era prevedibile, per ragioni di simmetria.

Se invece la tensione avviene nella direzione dell'asse x, cioè si ha

$$X_x = 1 \qquad Y_y = Z_z = 0 \qquad Y_z = Z_x = X_y = 0$$

e la deformazione prende la forma

$$u = lx \qquad v = my \qquad w = nz$$

dove

$$l = \frac{1}{4\mu} \frac{(\lambda + 2\mu)\nu - \alpha^2}{(\lambda + \mu)\nu - \alpha^2} \qquad m = -\frac{1}{4\mu} \frac{\lambda\nu - \alpha^2}{(\lambda + \mu)\nu - \alpha^2}$$

$$n = -\frac{1}{4\mu} \frac{2\mu\alpha}{(\lambda + \mu)\nu - \alpha^2}$$

da cui

$$\sigma_n = -\frac{y_y}{x_x} = \frac{\lambda\nu - \alpha^2}{(\lambda + 2\mu)\nu - \alpha^2} \qquad \sigma_a = -\frac{z_z}{x_x} = \frac{2\mu\alpha}{(\lambda + 2\mu)\nu - \alpha^2}.$$

Ricordando la precedente formola (0) troviamo quindi pel coefficiente di contrazione corrispondente ad una direzione giacente in un piano passante per l'asse d'isotropia e che faccia un angolo θ colla direzione positiva dell'asse y,

$$\sigma_t = \frac{(\lambda\nu - \alpha^2)\cos^2\theta + 2\mu\alpha \operatorname{sen}^2\theta}{(\lambda + 2\mu)\nu - \alpha^2}.$$

Per la costante analoga al modulo di Young nel caso di una tensione secondo l'asse d'isotropia troviamo

$$E = \frac{Z_z}{z_z} = \frac{(\lambda + \mu)\nu - \alpha^2}{\lambda + \mu}.$$

Quando invece la tensione avvenga normalmente all'asse di isotropia (secondo l'asse delle x nel caso considerato innanzi) troviamo pel modulo analogo

$$E' = \frac{X_x}{x_x} = 4\mu \frac{(\lambda + \mu)\nu - \alpha^2}{(\lambda + 2\mu)\nu - \alpha^2}.$$

Nell'isotropia completa le costanti di Lamé λ, μ, che sono i coefficienti dell'energia elastica, possono essere sostituite dalle

Digitized by Google

costanti E, σ (modulo di Young e coefficiente di Poisson), avente un significato meccanico preciso e che sono suscettibili di determinazione sperimentale diretta. Pel caso dei materiali fibrosi si presenta una quistione analoga; quella cioè di trovare quali siano i coefficienti aventi significato meccanico, e suscettibili di facile determinazione sperimentale, che possono essere sostituiti alle cinque costanti, a definizione puramente analitica, che compaiono nell'espressione dell'energia elastica, cioè alle costanti λ, μ, ν, α, β.

Dalle considerazioni precedenti risulta che le quattro costanti E, σ, σ_n, σ_a sono determinate univocamente dalle λ, μ, ν, α. Si potrebbero quindi fissare, per determinare le caratteristiche elastiche del materiale che si considera, anzitutto queste quattro costanti, la cui determinazione potrà farsi con sole due esperienze di tensione (o compressione) in due direzioni, l'una secondo l'asse d'isotropia, l'altra in senso normale.

Per trovare la quinta costante β è necessario invece sperimentare in modo diverso. Ma di tale quistione mi occuperò in altra prossima occasione.

V.

La deformazione speciale determinata in un corpo, di forma qualunque, da una pressione superficiale normale p, si presta, come ha osservato il Betti, alla determinazione della variazione totale di volume che un corpo di forma qualunque subisce per effetto di un sistema qualsiasi di forze. Basta per questo applicare il teorema di reciprocità di Betti al sistema delle due deformazioni, di cui l'una è quella effettivamente prodotta dalle forze date, l'altra quella provocata dalla pressione superficiale uniforme. Le espressioni delle componenti di spostamento corrispondenti a quest'ultima sono già state date da noi nel n. II, colle formole (2) (5''), nelle quali possiamo supporre che la pressione superficiale sia unitaria, cioè $p = 1$. I due sistemi di spostamenti e di forze a cui deve essere applicato il teorema di Betti sono allora

u	v	w	;	u'	v'	w'
X	Y	Z	;	0	0	0
L	M	N	;	$-\cos(nx)$	$-\cos(ny)$	$-\cos(nz)$

Digitized by Google

ove (u, v, w) è il vettore-spostamento della deformazione provocata dalle forze di massa (X, Y, Z) e dalle forze superficiali (L, M, N); e con (u', v', w') s'intende il vettore-spostamento della deformazione (2) (5''). Se allora si indica con Θ la variazione totale del volume, cioè si pone

$$\Theta = \int_S \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) dS$$

ove S indica lo spazio occupato dal corpo, di cui indicheremo con ρ la densità, l'applicazione del teorema di Betti dà subito, con una semplice trasformazione d'integrali,

$$\Theta = \int_S (u'X + v'Y + w'Z)\, \rho\, dS + \int_s (Lu' + Mv' + Nw')\, ds.$$

Sostituendo ad u', v', w' le loro espressioni (2), il secondo membro prende la forma di una espressione lineare nei coefficienti $\alpha, \beta, \gamma, \lambda, \mu, \nu$, cioè

$$\Theta = \alpha A_1 + \beta A_2 + \gamma A_3 + B_1 \lambda + B_2 \mu + C_1 \nu$$

dove

$$A_1 = \int_S X x \rho\, dS + \int_s L x\, ds$$

$$A_2 = \int_S Y y \rho\, dS + \int_s M y\, ds$$

$$A_3 = \int_S Z z \rho\, dS + \int_s N z\, ds$$

$$2B_1 = \int_S (Yz + Zy)\, \rho\, dS + \int_s (My + Nz)\, ds$$

$$2B_2 = \int_S (Zx + Xz)\, \rho\, dS + \int_s (Nz + Lx)\, ds$$

$$2B_3 = \int_S (Xy + Yx)\, \rho\, dS + \int_s (Lx + My)\, ds$$

mentre pei coefficienti $\alpha, \beta, \ldots$ si hanno (5'') le espressioni

Digitized by Google

$$\alpha = -(A_{11} + A_{12} + A_{13}) \qquad \lambda = -(A_{14} + A_{24} + A_{34})$$
$$\beta = -(A_{12} + A_{22} + A_{23}) \qquad \mu = -(A_{15} + A_{25} + A_{35})$$
$$\gamma = -(A_{13} + A_{23} + A_{33}) \qquad \nu = -(A_{16} + A_{26} + A_{36})$$

in funzione delle costanti elastiche del corpo.

I coefficienti dell'espressione precedente della Θ, A_1, A_2, A_3, B_1, B_2, B_3 si presentano quindi sotto la forma di una sestupla invariantiva per sostituzione degli assi, e potrebbero essere considerati come le componenti di un tensore speciale, secondo gli attuali metodi vettoriali, determinato dal sistema delle forze deformanti.

Digitized by Google

Sul lembo pliocenico marino ora scoperto a Casanova Lanza (Como)

Nota del Dott. UMBERTO MÒNTERIN
presentata dal Socio nazionale residente C. F. Parona

Per la grande intensità dell'erosione sia fluviale che glaciale gran parte del mantello pliocenico prealpino è stato abraso, tanto più facilmente in grazia del sollevamento operatosi ai margini della catena alpina. Ne conseguè che i depositi marini del pliocene, lungo le falde della regione prealpina, sono ridotti a sporadici lembi e per lo più mascherati dai varî depositi del quaternario, per cui solo qua e là saltuariamente vengono allo scoperto.

È notevole ed evidente l'importanza di questi depositi: sia per la conoscenza dell'entità del sollevamento postpliocenico, sia per venire possibilmente alla delimitazione dello sviluppo dell'insenatura adriatica fra le Alpi e l'Appennino, ma sopratutto per i rapporti coi terreni quaternarî e, in modo particolare, per la regione prealpina lombarda, con la *gonfolite* della Camerlata. Ciò posto, risulta chiaro come ogni nuovo rinvenimento presenti un grande interesse geologico; ma il deposito testè scoperto a Casanova Lanza, in quel di Como, — geograficamente interposto a quelli simili e ben noti di Folla d'Induno presso Varese e di Pontegana e Balerna presso Chiasso — oltre a ciò merita in modo speciale di esser segnalato per alcuni suoi particolari caratteri, che io intendo appunto descrivere brevemente nella presente comunicazione.

Avvertito dal chiar. prof. Somigliana del rinvenimento di alcuni fossili in un fondo attiguo alla sua villa, pochi giorni or sono mi recai a visitare attentamente la località. Come appare anche dalla carta topografica dell'I. G. M. (F. 31, q. Malnate),

Digitized by Google

il grande altipiano diluviale su cui sono costruite le case di Casanova si protende sul lato occidentale, fra le due incisioni della Val Ponte e quella della Fontana, con uno stretto lobo verso la Val Morea, su cui sovrasta con una rapida ed alta china boscosa. Ed è appunto alla base di questa china che vennero messi allo scoperto dei depositi pliocenici per effetto di alcuni scavi fatti dal sig. Balzaretti alla ricerca di argille per la fabbricazione di laterizi. A tale proposito è bene però far notare, com'io stesso ebbi a rilevare, che un affioramento naturale del medesimo lembo pliocenico, ebbe luogo già in precedenza sul fianco occidentale del dosso cupolare immediatamente a sud della Val Ponte, per effetto di una smotta verificatasi in seguito a lunghe e forti pioggie.

Il taglio artificiale è abbastanza ampio e profondo qualche metro, per cui il deposito appare in modo evidentissimo in tutte le sue caratteristiche litologiche e stratigrafiche. Nel suo insieme è costituito da una serie di banchi di marne grigio-bleuastre alternantisi con strati di sabbie quarzoso-micacee di color giallo; questi e quelli decrescenti in potenza dal basso verso l'alto ed in posizione perfettamente orizzontale. E più propriamente l'imbasamento generale è dato da:

1) un potente banco di marna un po' micacea, di altezza imprecisata continuando in profondità sotto l'alveo vallivo e che, per la rimozione del poco terriccio superficiale, si vede prolungato in senso orizzontale fino alla strada carreggiabile che sale a Casanova. Seguono verso l'alto:

2) un banco di marne di circa 80 cm. con intercalazioni di straterelli di sabbie grigie aventi pochi centimetri di spessore; al contatto tra i banchi marnosi e gli strati sabbiosi si estende uniformemente uno strato formato da disparati frammenti vegetali imperfettamente carbonizzati, frammischiati a sabbia micacea;

3) un banco di 50-60 cm. di spessore di sabbie gialle incoerenti, decrescente in potenza verso l'interno;

4) un banco di oltre un metro di marne bleuastre;

5) un piccolo strato di pochi centimetri di sabbie gialle molto incoerenti;

6) un banco di circa un metro di marne bleuastre un po' sabbiose, finamente micacee;

Digitized by Google

7) un piccolo strato delle solite sabbie gialle;

8) un piccolo strato delle solite marne.

Chiude la serie superiormente un manto di limo argilloso terroso giallo-rossastro, talora un po' ciottoloso.

La delimitazione degli strati a sabbia gialla è nettissima e regolare, ed il contatto con i banchi di marna non è immediato, perchè quasi sempre s'interpone fra di essi uno strato di pochi centimetri di resti vegetali, in parte carbonizzati e frammisti ad abbondante sabbia micacea. Residui di piante carbonizzate ed impronte di foglie si trovano pure isolate qua e là nei banchi marnosi più potenti.

I fossili propri del pliocene marino (varie forme di lamellibranchi, gasteropodi, echinidi), assenti completamente negli strati a sabbia gialla, sono abbastanza frequenti nei banchi marnosi, piuttosto rari invece nei piccoli strati a resti vegetali. Osservando al microscopio la marna si trovò pure che questa era abbastanza ricca di foraminiferi.

Per il complesso dei caratteri sopradescritti ed in particolare per la presenza degli strati a sabbia, sempre più frequenti verso l'alto, mi pare che l'affioramento di Casanova debba esser riferito al pliocene marino superiore piuttosto che all'inferiore e considerato quasi come zona di transizione dalla condizione marina a quella continentale.

Circa la sua probabile potenza ed estensione naturalmente per ora posso fare soltanto qualche induzione. Onde poter stabilire un computo approssimativo della quantità di materiale usufruibile per la fabbricazione dei laterizî, prima di procedere ai relativi impianti, furono praticati, nelle vicinanze, degli scavi di esplorazione. Il più alto di questi, ove furono ancora trovate le marne, sarebbe, secondo le mie determinazioni barometriche, a m. 376 s. l. m., e di conseguenza il limite superiore sicuro del deposito pliocenico corrisponderebbe pressapoco a quelli di Induno e Faido presso Varese. La potenza poi sarebbe non inferiore ai 40 metri e l'estensione accertata finora avrebbe uno sviluppo di circa 500 metri.

La poca disparità di quote dei diversi affioramenti pliocenici alle falde delle Prealpi, senza voler ammettere un disuguale sollevamento postpliocenico anche in regioni contigue, può benissimo trovar la sua ragione nel maggiore o minore grado di abrasione subìto per opera delle correnti del diluviale antico.

Digitized by Google

Per ritornare al lembo pliocenico di Casanova faccio osservare come il suo limite superiore accertato trovi una perfetta corrispondenza in una serie di fontane — talora così potenti da azionare dei molini — le quali, pressapoco allo stesso livello lungo la scarpata del gran terrazzo diluviale, scaturiscono perennemente, tanto a nord fino alla comparsa dei conglomerati miocenici presso la svolta della strada che dal fondo della Val Morea porta a Casanova; quanto a sud e a sud-ovest fino alla frazione Molini di Caversaccio e più oltre. A tal proposito debbo far notare che è mia opinione, anche per alcune considerazioni di carattere geomorfologico come dirò, che sul pliocene s'adagi direttamente per trasgressione il diluviale recente. Infatti a sud-ovest di Casanova, tra la Val Ponte e la frazione Molini di Caversaccio sono tuttora in attività nel diluviale recente due cave di sabbia i cui livelli più bassi di escavazione superano di pochi metri l'altezza massima ch'io avrei trovato sicuramente per i depositi pliocenici; per cui non è da escludersi affatto che col proseguire dell'escavazione della sabbia si abbia a raggiungere il pliocene.

Noto incidentalmente le caratteristiche dell'ammasso diluviale quali si presentano in modo così evidente nelle sopradette cave. Esso può dividersi in due parti: una superiore d'una diecina di metri di spessore a ciottoli, ghiaia e sabbia grossa, ossia a tipica struttura alluvionale; una parte bassa, nell'insieme pari alla prima in potenza, in banchi di vario spessore, di sabbia uniforme, separati regolarmente da piccoli strati di sabbia finissima un po' argillosa.

Ho detto che anche il carattere morfologico del paesaggio può darci un'idea della probabile estensione ed altezza a cui giunge il pliocene, difficile a verificare per il folto rivestimento vegetale. Il complesso dell'alta scarpata del terrazzo, che sovrasta ad occidente sulla Val Morea, presenta una porzione superiore più abrupta corrispondente al diluviale ed un imbasamento a forme più dolci, in parte a dossi cupolari, che ritengo corrispondano ai depositi pliocenici, come ho potuto constatare in modo indubbio per quello immediatamente a sud della Val Ponte.

Che il pliocene si estenda ancor più a nord oltre la Val della Fontana e più propriamente, come ho detto, fino alla svolta

Digitized by Google

della carreggiabile — addossandosi in discordanza alla *gonfolite* che compare a pochi passi dalla strada e che in tutta la Val Morea a monte di Malnate è inclinata a sud di circa 22° — sarei indotto a crederlo anche per questo singolare fatto riferitomi dal Prof. Somigliana, che gentilmente ha voluto essermi di guida nella ricognizione. Il tratto superiore della carreggiabile che conduce direttamente a Casanova dopo la svolta è di continuo in lento movimento verso valle, specialmente dopo i periodi di pioggia, per cui di tanto in tanto s'è costretti di rifare la strada più a monte.

Posto che un simile lento smottamento non può esser dato dalle permeabilissime sabbie e ghiaie del diluviale si deve ritenere ch'esso abbia luogo sulle plastiche marne plioceniche. Dico plioceniche, perchè anche questa località trovasi pressapoco alla stessa altitudine del limite superiore sicuramente accertato più a sud per il deposito pliocenico.

Una domanda vien spontanea: come mai la potente erosione fluvio-glaciale del neozoico ha potuto risparmiare questo lembo pliocenico che pure io ritengo relativamente potente? Addossato sul versante meridionale è stato protetto dalla *gonfolite* che tra Malnate e Como forma un serie continua di alture allineate a semicerchio con la convessità a nord. E tale protezione contro le grandi fiumane provenienti dal nord ha avuto luogo qui tanto più efficacemente e facilmente, trovandosi la formazione pliocenica rinserrata in una specie di insenatura od angolo morto, poichè è mia opinione che la profonda incisione nel conglomerato comense, per la quale si continua a settentrione di Casanova la Val Morea, sia nella maggior parte opera dell'erosione post-glaciale.

Sebbene non rientri propriamente nel còmpito di questa nota, tuttavia, a mo' di complemento del quadro, voglio ancora accennare ad un'altra osservazione, per quanto, data la brevità del tempo, non abbia potuto fare una ricognizione della regione circostante in modo più ampio.

Osservando il paesaggio o dall'alto terrazzo di Casanova o dalla vicina quota 450, appaiono subito in modo evidente i caratteri morfologici dei diversi terreni: l'ampio e regolare altipiano è dato dal diluviale recente, qua e là terrazzato; delle prominenze che lo sovrastano, quelle a forme più dolci leggermente

Digitized by Google

appiattite, sono del morenico recente; le altre un po' più pronunziate, del conglomerato comense.

***

Durante la mia breve visita ho raccolto un certo numero di fossili sempre oltremodo fragili; alcuni li ebbi in precedenza dal Prof. Somigliana; altri ancora mi vennerò gentilmente rimessi dal medico condotto del luogo dott. Enrico Fusoni. Ad essi vadano i miei ringraziamenti ed in modo particolare al Prof. Parona, che, con la sua ben nota benevolenza, ha voluto venirmi in aiuto nella determinazione delle forme più importanti che qui riporto:

Schizaster Scillae (Desm.) Agass.
Amussium cristatum (Brn.).
Pinna pectinata L. (*Brocchii* d'Orb.).
Arca diluvii Lmk.
Psammobia uniradiata Br.
Tellina sp..
Ringicula (*Ringiculella*) *auriculata* (Mén.).
Natica millepunctata Lmk.
Natica catena (Da Costa).
Nassa semistriata Br.?

Ho pure raccolto uno strobilo di *Pinus* cfr. *Paronai* Peola.

Come si vede, il complesso della fauna depone in favore di una relativa profondità, che sarebbe anche confermata dalla prevalenza di foraminiferi di forme piccole. Però, data la presenza di frustoli carbonizzati, di impronte di foglie e d'uno strobilo di *Pinus*, nonchè per la intercalazione di strati prettamente sabbiosi, si può ritenere, pur lasciando per ora impregiudicata la questione, che la sedimentazione abbia avuto luogo in una insenatura profonda, vicino ad una ripa, come il Taramelli opinò per il lembo pliocenico di Taino (1).

---

(1) T. Taramelli, *Di un giacimento di argille plioceniche, fossilifere, recentemente scoperto presso Taino, a levante di Angera.* " Rend. Ist. Lomb. „ vol. XVI, 1883.

Digitized by Google

Inoltre, la citata regolare intercalazione di banchi e strati di sabbia non fossilifera — corrispondenti a momenti di più rapida fluitazione di tipo fluvio-torrenziale, durante la fase di sedimentazione marnosa — ci conduce ancora a dover ammettere che in prossimità sboccava un torrente dalla allora emersa falda prealpina. Anzi, poichè la potenza degli strati a sabbie gialle va debolmente aumentando dall'interno verso l'esterno dell'affioramento attuale, ovverosia verso nord-est, si può supporre che detta corrente continentale fosse diretta verso sud-est.

Allorchè saranno ripresi i lavori di scoprimento è mia intenzione di rivisitare la località un po' più minutamente e quindi riprendere l'argomento con un maggiore e più sicuro corredo di dati.

Istituto Geologico della R. Università di Torino.
12 dicembre 1925.

Digitized by Google

CLASSE
DI
SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 27 Dicembre 1925

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. C. PARONA
VICE-PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci D'Ovidio, Peano, Guidi, Grassi, Sacco, Herlitzka, Repossi e il Segretario Mattirolo.

Scusano l'assenza il Presidente Ruffini ed il Socio Somigliana.

Il Segretario dà lettura del verbale dell'adunanza precedente, che risulta approvato senza osservazioni.

Il Socio D'Ovidio commemora il Prof. Felice Klein, che apparteneva alla nostra Accademia, come accademico straordinario, e così si esprime:

" Il 22 giugno 1925 in Gottinga si è spento a 76 anni l'il-
" lustre matematico Felice Klein, nostro autorevole Socio stra-
" niero dal 10 gennaio 1897.

" È una gravissima perdita per la scienza e per la scuola;
" perdita che colpisce non la sola Germania ma tutte le nazioni
" civili.

" Infatti da più di 50 anni il nome del Klein aveva co-
" minciato a risuonare dappertutto, come quello di un ricercatore
" di nuove ed ampie vedute nella Geometria della retta e nella
" Geometria non-euclidea. Ed è famoso il suo *Programma di*
" *Erlangen* che aprì nuove vie ai geometri.

Digitized by Google

" La sua attività si svolse poi in molti campi dell'Analisi " matematica e della Geometria, mediante frequenti pubblica- " zioni, ora raccolte, insieme alle prime, in tre poderosi volumi, " da lui ampiamente annotati; e mediante un'infaticabile ope- " rosità cattedratica, che ha prodotto molti egregi discepoli " saliti in alta fama, e che comprende tutti i varî gradi dell'in- " segnamento matematico.

" Non posso entrare in un esame particolareggiato dell'opera " così vasta del KLEIN; ma mi preme rilevare che verso i ma- " tematici italiani egli dimostrò sin dai suoi inizî (ed anche io " ne fui testimone) grande simpatia e concordanza di vedute, " che han giovato a non pochi dei nostri migliori come incita- " mento a promuovere l'odierno progresso scientifico.

" La memoria del celebre Maestro sopravviverà dunque " durevolmente fra i cultori delle discipline matematiche ".

In seguito il Socio SACCO riferisce intorno alle osservazioni da lui fatte, in un recente viaggio in Sardegna, sulle *Domos de Gianas* (vale a dire *Case delle Streghe*) scavate dalle popolazioni primitive preistoriche della Sardegna a scopo funerario. Egli descrive le condizioni geologiche dei terreni nei quali furono scavate le Case delle Streghe, ora completamente vuote per antica esportazione vandalica degli oggetti che dovevano originariamente essere stati collocati in questi sepolcri. Le *Domos* da lui esaminate furono in numero di *tre*, tutte esistenti nel bacino carbonifero a Nord di *Perdasdefogu* nella regione S. E. della Sardegna.

Non essendovi altre comunicazioni l'adunanza è dichiarata chiusa, dopo di che il Presidente rivolge ai Colleghi cordiali e fervidi augurii per il nuovo anno.

Digitized by Google

LETTURE

Domos de Gianas di Scampilis
(Perdasdefogu)

Nota del Socio nazionale residente FEDERICO SACCO

In occasione di un rapido esame geologico dei Bacini carboniferi esistenti a Nord di Perdasdefogu (S.E. della Sardegna) ebbi occasione di osservare alcune di quelle curiose escavazioni, denominate volgarmente *Domos de Gianas*, cioè Case delle Streghe (1), che furono eseguite dalle popolazioni primitive, preistoriche, della Sardegna durante il periodo eneolitico e seguente a scopo funerario.

Orbene, trattandosi di regione un po' fuori mano e poco conosciuta, parmi opportuno dare un breve cenno di tali interessanti grotticelle artificiali, tanto più che la loro ubicazione ed escavazione è in stretta relazione colla natura geologica dell'ambiente, rapporto del resto che si verifica (più o meno stretto) anche nelle costruzioni attuali di qualsiasi regione.

La costituzione geologica della regione in questione è rappresentata da un imbasamento generale di ondulati e contorti schisti cristallini del Paleozoico inferiore (che appaiono, per es., nel basso del Vallone Su Luda). Su ciò giace trasgressivamente una caratteristica formazione di strati e banchi calcarei alternati e connessi con schisti argillosi ed arenacei, qua e là abbastanza carboniferi, coperti e forse anche commisti con tipiche zone porfiriche; il tutto appartiene al periodo Permocarbonifero. Segue

(1) Secondo il Lamarmora (*Voyage en Sardaigne*, Turin, 1857) il nome di *Domos de Gianas* o *Janas* deriverebbe da *janua* (porta), interpretazione che pare meno accettabile.

Digitized by Google

in alto, con nuova trasgressione (talora con intercalazione di schisti argillosi varicolori inglobanti estese lenti di Ferro limonitico, rossigno), una caratteristica formazione conglomeratica, bianco-giallastra per parziale idrossidazione, ad elementi essenzialmente silicei rilegati da una pasta arenacea; formazione assai irregolare di natura ed estensione, giacchè talora non appare affatto, altre volte sviluppasi solo con pochi metri di spessore, talora invece diventa potente (9-10 m.) estendendosi anche per chilometri, ciò che è in rapporto appunto colla sua origine littoranea e la relativa varietà delle condizioni dei littorali d'allora in queste regioni.

Questo conglomerato, di età giurassica, che specialmente interessa per le cavità artificiali qui in esame, ha i suoi elementi prevalentemente grossi (anche pugilari) in basso, ma che diventano in complesso sempre più piccoli in alto, sino a passare talora ad arenarie; esso deriva dallo sfacelo e dall'abrasione della grande formazione degli Schisti cristallini antichi, facilmente spappolata, esportata e dispersa nella sua parte essenziale filladica, ed invece ridotta a ciottolame (deposito poco lontano dall'origine) nella sua parte quarzosa tanto resistente alle azioni chimiche e fisiche.

Sopra alla formazione conglomeratica sviluppasi spesso una speciale zona di argille marnose grigie o grigio-brunastre, qua e là lignitifere, di natura lagunare.

Infine su tutto ciò ampiamente ma irregolarmeote si sviluppa una potente formazione calcarea o calcareo-dolomitica, grigiastra, compatta, di età giurassica, di origine marina, come indicano i suoi fossili (Nerinee, *Ceromia*, ecc.; calcari che sono piuttosto straterellati in basso ed invece a banchi verso l'alto.

Per terminare l'esame dell'ambiente geologico della regione che c'interessa è da notarsi che dopo la grandiosa emersione generale verificativisi tra la fine dell'Era secondaria ed il principio della terziaria, mentre la grande formazione fondamentale filladica, e naturalmente ancora più quella argilloschistosa del Carbonifero, vennero estesamente e profondamente erose, abrase ed incise a delineare le vallate e le dorsali del paesaggio attuale, invece i Calcari giuresi per la loro posizione superiore, disposizione suborizzontale e relativa resistenza, poterono resistere in modo speciale e maggiore tanto da venire a costituire più o

Digitized by Google

meno estesi altipiani ondulati, i cosidetti *Tacchi* (come quelli di Perdasdefogu, di Uncusu, di Orboredu, ecc.), se pure, per più profonda erosione ed incisione, essi non furono ridotti a lembi staccati e quindi (come pure spesso nella regione marginale dei Tacchi) a curiose zone ruiniformi, come per esempio quelle di Aglionis, di Seniga, ecc., oltre a quelle così caratteristiche verso Jerzu, ecc.

È in così speciale ambiente geologico, a profonde valli labirintoidi e ad estesi altipiani, che potè svolgersi in queste regioni la vita dell'uomo preistorico che trovava negli altipiani, in parte arborati, libero e facile sviluppo agricolo-pastorale, anche per abbondante caccia, nonchè una relativa tranquillità per la facile difensibilità dei suoi centri d'abitazione; ciò specialmente sul margine di detti altipiani dove egli trovava le migliori condizioni, sia per difese, sia per ricoveri o ripari già naturalmente fortificati, sia per sepolture come fu il caso appunto per le *Domos de Gianas* qui in esame.

Infatti se, discendendo per esempio dal vasto altipiano calcareo di Perdasdefogu nel Vallone del Rio Su Luda (inciso negli Schisti filladici, i Porfidi ed i terreni calcarei ed argilloschistosi del Permocarbonico) risaliamo la Valletta del Rio Scampilis, vediamo che essa è incisa essenzialmente in tali terreni carboniferi appena dolcemente inclinato-ondulati ora ad Est ed ora ad Ovest, con qualche intercalazione porfirica; ma dopo un chilometro di percorso la valle si va rinserrando, diventa più selvaggia, dominata sui fianchi dagli alti dirupi calcarei, del Tacco di M. Perdalonga ad occidente, e della frastagliata, pluriturrita, ruiniforme regione di Seniga ad oriente; e siccome alla base dei banchi calcarei giurassici si sviluppa potente ed esteso il sovraccennato conglomerato, così, oltre che in sito, sono sparsi verso il fondo valle svariati, anche colossali, massi conglomeratici staccatisi dalle falde dei vicini dirupi e precipitati in basso; è appunto in due di tali grandiosi massi addossati l'uno all'altro (frammezzo ad un caos di irregolari blocchi analoghi a non grande distanza della Capanna Scampilis), che sulla faccia volta a Sud furono scavate le tre grotticelle che passo a descrivere brevemente.

Sul masso occidentale la *Domus* ha un'apertura subovale (fig. 1, 2) alta circa 90 centim. (non molto elevata sul piano) che dà adito ad una grotticella ovoidale profonda circa 1 metro

Digitized by Google

e larga circa 2 metri (fig. 3); questo primo andito presenta sulla sua parete interna due aperture (fig. 4), una piccola del diametro

F. Sacco phot. 7 nov. 1925.

Fig. 1 (Apertura d'entrata di Domus de Gianas di Scampilis).

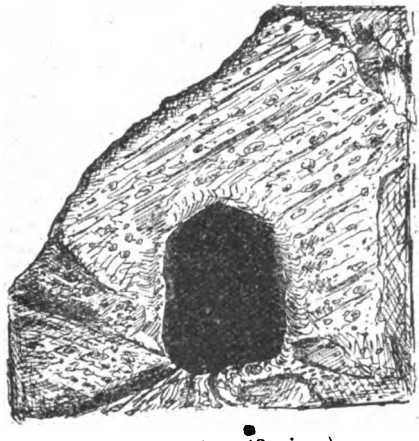


Fig. 2 (1 a 43 circa).

appena di 20 centim. (quasi una grossa fessura irregolarmente subelittica) a sinistra, ed a destra un'apertura d'accesso (m. 0,40) con margine incavato, evidentemente per incastrarvi una lastra

Digitized by Google

di pietra oggi dispersa L'andito interno è pure subovoidale, profondo circa m. 1,50 e largo trasversalmente circa 3 m. (fig. 3).

La *Domus* inferiore del Masso orientale è un po' diversa; la sua apertura è grossolanamente ovoido-tronca verso il basso

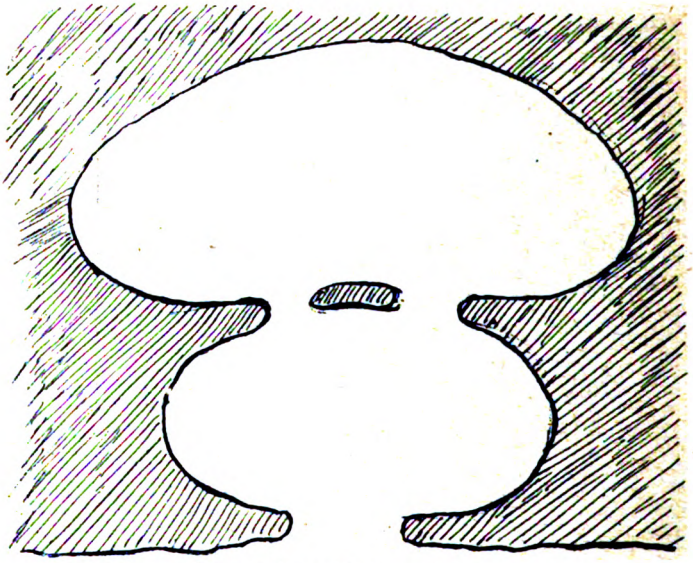


Fig. 3 (1 a 43 circa circa).

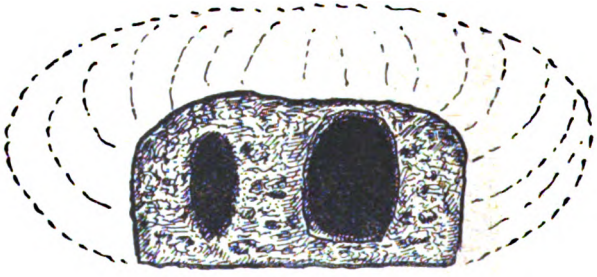


Fig. 4 (1 a 43 circa).

(fig. 5), del diametro di circa m. 0,70 d'altezza per 0,50 di lunghezza, alquanto elevata sul terreno, ma non tanto da renderne difficile l'ingresso; essa dà adito ad una prima grotticella, irregolarmente ovoidea, alta circa 90 cm., profonda circa 1 m. e del diametro trasverso di m. 1,60; sul lato interno, sinistro, di tale primo

Digitized by Google

andito havvi una irregolare apertura di circa 40 cm. di diametro che dà accesso ad una seconda grotticella pure foggiata ad irregolare ovoide un po' arcuato del diametro di m. 0,80, ma lunga circa m. 1,70 (fig. 6).

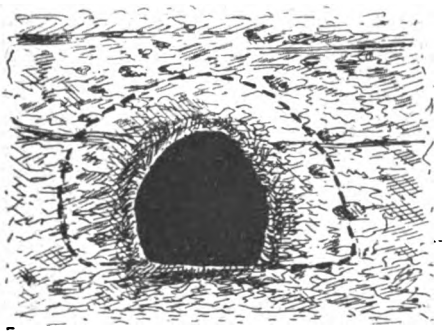


Fig. 5 (1 a 43 circa).

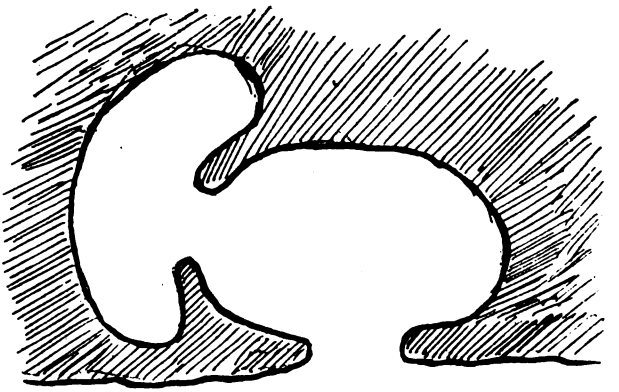


Fig. 6 (1 a 43 circa).

La terza *Domos* si apre in alto, sopra la seconda, ma l'accesso ne è alquanto difficile per la posizione, e la vista ne è ora mascherata da rami d'albero; l'apertura è abbastanza ampia (fig. 7), quadrangolare, di circa m. 0,85 di massimo diametro; la prima grotticella è poco più larga che profonda (circa 1 m.) e presenta, di fronte all'apertura d'ingresso, un'apertura quasi quadrangola, di circa mezzo metro d'altezza, col margine supe-

Digitized by Google

riore intagliato ad irregolare cuspide, ciò che le dà un semplice ma evidente carattere ornamentale; la grotticella interna è relativamente piccola e longo-ovoidale come di solito (fig. 8).

Tutte queste grotticelle sono ora completamente vuote, per antica esportazione vandalica, e del resto sono ancor oggi visitate dai pastori del luogo, per cui non è a stupire se non vi

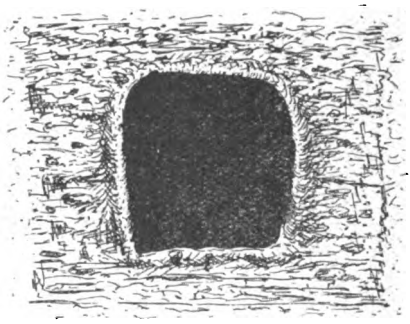


Fig. 7 (1 a 43 circa).

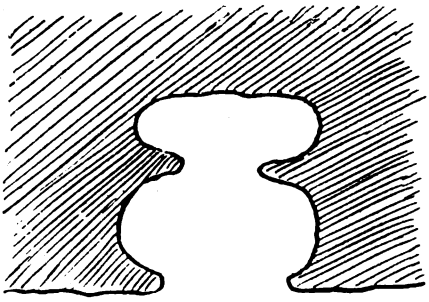


Fig. 8 (1 a 43 circa).

esiste più traccia di quanto fu originalmente collocato in queste cavità sepolcrali, fors'anche a tipo un po' religioso. La loro escavazione dovette essere relativamente facile data la poca compattezza del conglomerato costituente la roccia. Nei massi escavati, ed in tanti altri vicini, osservansi svariate cavità irregolari originate naturalmente dalle intemperie. È però probabile che in questa caratteristica regione, costituente una specie di necropoli per quelli che furono i primitivi abitatori dei vicini

Digitized by Google

altipiani, dove esistono appunto parecchi Nuraghi (come per es. quello tipico di S. Ulimu a 714 m. s. l. m.; vedi fig. 9) trovinsi altre grotticelle funerarie; ma non ebbi tempo di fare le necessarie ricerche ulteriori, per cui debbo limitarmi ai pochi cenni

F. Sacco phot. 7 nov. 1925.
Fig. 9. — Nurago S. Ulimi.

fatti su queste tre *Domos de Gianas*; esse per la loro semplicità sembrano di tipo alquanto arcaico, ma per i loro cunicoli, camerette laterali, ecc. sembrano accennarci quella mentalità protosarda che si esplicò così grandiosamente sulle alture colla costruzione dei famosi Nuraghi.

L'Accademico Segretario
ORESTE MATTIROLO

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

CLASSE
DI
SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 10 Gennaio 1926

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. C. F. PARONA
VICE-PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: D'Ovidio, Peano, Grassi, Panetti, Sacco, Pochettino, Boggio, Garelli e il Segretario Mattirolo.

Scusano l'assenza il Presidente Senatore Ruffini e il Socio Naccari.

Il Segretario dà lettura del verbale della precedente adunanza, che risulta approvato senza osservazioni.

Il Presidente in segno di lutto e di omaggio alla Regina Madre dichiara chiusa l'adunanza, invitando però i Soci a consegnare al Segretario i lavori che intendevano presentare onde la pubblicazione di tali lavori non abbia a subire dei ritardi.

Vengono così presentate le Note seguenti:

Dal Socio Garelli uno studio dei Dottori Michele Giua e Lino Thumiger dal titolo: *Sulla disidratazione pirogenica dei fuseloli.*

Dal Socio Tesoriere Panetti una sua Nota che ha per titolo: *Sul calcolo delle sollecitazioni dovute al forzamento nelle verifiche degli organi meccanici.*

Digitized by Google

LETTURE

Sul calcolo delle sollecitazioni dovute al forzamento nelle verifiche degli organi meccanici

Nota del Socio nazionale residente MODESTO PANETTI

1. — Nei calcoli di robustezza dei particolari di costruzione delle macchine è uso sommare le sollecitazioni dovute alle forze eccitate dalla attività delle macchine stesse con quelle create nel loro montaggio per causa del forzamento.

La regola è certo prudente, ma in molti casi conduce ad una valutazione esagerata delle sollecitazioni totali.

Lo si comprende facilmente se si considera ad esempio il coperchio di un cilindro trattenuto da bolloni, chiusi a forza contro la flangia terminale del corpo cilindrico, ovvero il cappello di una testa di biella fissato nello stesso modo sul cuscinetto relativo.

In entrambi i casi il cimento degli steli dei bolloni è dovuto sia al forzamento ottenuto serrando i dadi, sia alla tensione provocata in essi dalla forza che, durante l'esercizio della macchina, tende a staccare il coperchio dal cilindro, ovvero il cappello dal cuscinetto del piede di biella.

Questa forza è conseguenza rispettivamente della pressione del fluido chiuso nel cilindro, ovvero dell'inerzia delle masse alterne che, in prossimità di un punto morto del meccanismo, assoggettano la biella a sforzo di trazione.

2. — Ma è facile riconoscere che, in nessun caso, il cimento totale dei bolloni uguaglia la somma delle due sollecitazioni; di regola anzi esso supera di poco la maggiore.

Un ragionamento di massima che può convincere è il seguente:

Digitized by Google

Consideriamo lo stato di coazione elastica del collegamento prima che la forza eccitata dall'attività della macchina si manifesti. Le due parti sono premute l'una contro l'altra dal forzamento dei bolloni, e quindi una di esse, per esempio il coperchio, è in equilibrio sotto la pressione dei dadi operante in un senso e la reazione della flangia operante in senso opposto.

Appena si pronuncia la tensione del fluido chiuso nel cilindro, il coperchio viene spinto più energicamente contro i dadi, ma la coazione elastica della flangia alla quale si appoggia diminuisce in conseguenza, sicchè una parte sola del forzamento primitivo viene a sommarsi col cimento dovuto all'esercizio della macchina per determinare la sollecitazione massima dei bolloni.

3. — Per tradurre in formole precise questo concetto direttivo occorre formarsi prima una chiara idea del regime degli sforzi interni alle parti collegate.

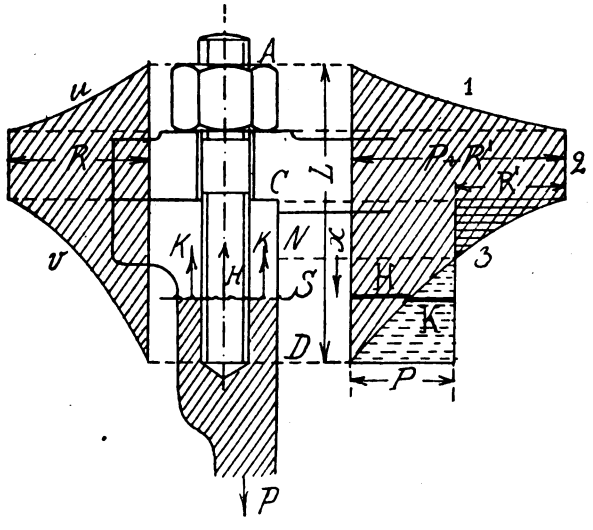


Fig. 1.

Quando esse sono soggette al solo forzamento uno stesso diagramma, quello disegnato a sinistra nella fig. 1, rappresenta sia la sollecitazione a trazione del bollone, sia quella di compressione nel dado e nelle flangie, che il bollone riunisce. I valori delle sollecitazioni debbono infatti coincidere per ogni sezione,

Digitized by Google

in quanto risultano senza l'intervento di forze esterne, ma soltanto per coazione interna.

Il diagramma indica la legge di variazione dello sforzo suddetto dal piano superiore A del dado ove la sollecitazione nasce, crescendo da filetto a filetto, fino all'estremo inferiore D del prigioniero ove termina. Il valore massimo R dello sforzo regna in corrispondenza della flangia del coperchio ed è costante per tutto il suo spessore, non essendovi lungo il tratto suddetto ingranamento di vite con madrevite, che modifichi da punto a punto dell'asse la sollecitazione.

Invece nel tronco di bollone chiuso entro il dado ed in quello prigioniero entro la flangia del cilindro, R deve andare decrescendo fino ad annullarsi alle estremità, secondo una legge rappresentata dalle linee $u\ v$, che non ci curiamo di ricercare, anche perchè può essere sensibilmente alterata da imperfezioni della filettatura.

Ci terremo però autorizzati, per amore di semplicità, a fare su questa legge ipotesi speciali (n° 9).

4. — Entrando in azione la tensione del fluido racchiuso nel cilindro, viene a scaricarsi sopra ogni bollone di ritenuta del coperchio una forza P, deducibile ripartendo nel numero dei bolloni stessi l'azione risultante sul coperchio.

Il forzamento, in conseguenza del ragionamento fatto in 2, si modifica assumendo un altro valore R' che varia con P.

Quindi il cimento massimo diventa

$$T = P + R', \tag{1}$$

ma si può logicamente ammettere che la legge con la quale lo sforzo decresce nei tratti chiusi entro le madreviti sia la stessa di prima, che cioè il nuovo diagramma, segnato a destra nella figura, si conservi affine a quello rappresentato a sinistra, nel rapporto

$$(P + R') : R. \tag{2}$$

5. — Acciocchè questa proposizione sia accettabile bisogna però supporre che l'intervento della P non alteri le modalità di combaciamento delle due flangie, bisogna cioè ritenere *il coperchio*

Digitized by Google

affatto indeformabile rispetto alle azioni che tendono ad infletterlo come piastra vincolata al contorno.

In tale ipotesi lo stelo del bollone riesce sollecitato a trazione semplice, come quando operava soltanto il forzamento: anzi i tratti 1 e 2 del diagramma segnato a destra valgono identicamente a rappresentare la compressione nel dado e nella flangia del coperchio.

6. — Invece la flangia del cilindro sarà cimentata in modo affatto diverso. Infatti, per azione della tensione dei gas, tutta la parete cilindrica è soggetta a trazione in ragione dello sforzo P per ogni fuso corrispondente ad un bollone. Quindi, troncando con una sezione S detta flangia, in modo d'interessare anche il prigioniero, dovranno lo sforzo H operante in quest'ultimo e la sollecitazione K regnante nella porzione di flangia che vi corrisponde fare equilibrio alla P

$$H + K = P. \tag{3}$$

Dunque il diagramma delle sollecitazioni K nella flangia risulterà da quello relativo al 3° tronco del bollone (forze H), spostandone la fondamentale di un segmento uguale a P. Ne risulta, come dimostra il grafico, un diagramma intrecciato, segnato con tratteggio orizzontale, secondo il quale, nel tratto CN, prossimo alla superficie di combaciamento, regnano compressioni decrescenti da R' a zero: nel tratto ND lontano, regnano tensioni crescenti da zero a P.

7. — Il calcolo esatto delle deformazioni, corrispondenti ai diagrammi testè definiti, sarebbe inutilmente laborioso e necessariamente subordinato alle proporzioni di dettaglio dei pezzi resistenti.

Bastano però considerazioni di massima, che svolgeremo facendo uso esclusivo della formola di deformazione a semplice sforzo normale, sostituendo alla sezione variabile F una sezione costante ed un modulo di elasticità unico ai differenti moduli relativi ai materiali diversi, coi quali le varie parti del collegamento sono costituite.

Di conseguenza la lunghezza l introdotta nella formola non

Digitized by Google

sarà la effettiva, ma una lunghezza ridotta ai valori di F e di E adottati, in modo che la δ calcolata coincida con la deformazione effettiva.

8. — Ciò posto la quantità della quale, in conseguenza del forzamento, si saranno allontanate le sezioni A e D del bollone, può essere indicata con

$$\delta_1 = \frac{R}{E_1 F_1} l_1 , \tag{4}$$

dove l_1 è sensibilmente minore della distanza L fra le sezioni sopra citate, dovendosi tener conto che nei tratti estremi 1 e 2 il cimento a trazione va diminuendo, come si disse, da R a zero.

Analogamente si potrà esprimere la quantità δ_2 di cui devono essersi avvicinate la faccia superiore A del dado e la estremità inferiore D del foro della flangia in seguito al forzamento, la quale δ_2 risulta di tre parti: lo schiacciamento δ_2' del dado, quello δ_2'' della flangia del coperchio e l'accorciamento δ_2''' della flangia del cilindro.

Si ha dunque

$$\delta_2 = \delta_2' + \delta_2'' + \delta_2''' = \frac{R}{E_2 F_2} l_2 , \tag{5}$$

indicando E_2 il modulo di elasticità del materiale costituente le flangie, F_2 una sezione assunta come termine di riferimento ed l_2 la lunghezza *ridotta* alla forza R, alla sezione F_2 ed al modulo E_2.

9. — Per discutere il valore di l_2 partiamo anzitutto dagli spessori effettivi $L_1 L_2 L_3$ delle tre parti insieme congiunte, ed immaginiamo eseguita nel diagramma delle sollecitazioni una trasformazione delle ascisse x in altre x' ridotte ai valori costanti F_2 ed E_2.

Acciocchè il calcolo della deformazione conduca al medesimo valore occorre sia in ogni punto

$$\frac{dx}{EF} = \frac{dx'}{E_2 F_2} .$$

Digitized by Google

Ne risulteranno per le tre parti dichiarate le lunghezze ridotte $l_1\ l_2\ l_3$.

Ammettiamo poi per semplicità di trattazione che, dopo la trasformazione indicata, il *diagramma degli sforzi* venga ad essere limitato da una *spezzata rettilatera*.

I tratti estremi l_1 ed l_3, nei quali lo sforzo decresce linearmente da R a zero, subiranno gli stessi accorciamenti che soffrirebbero tratti di metà lunghezza soggetti allo sforzo costante R.

Si avrà per esempio

$$\delta_2''' = \frac{R}{2E_2F_2}\, l_2''', \tag{6}$$

quindi, con riferimento alla (5),

$$l_2 = \frac{1}{2}\, l_2' + l_2'' + \frac{1}{2}\, l_2''',$$

dalla quale deduciamo che l_2 risulterà alquanto minore di l_1, se per F_2 si è adottato un valore intermedio fra le sezioni trasversali effettive dei pezzi insieme collegati.

In questo caso però F_2 sarà di gran lunga maggiore di F_1, sezione retta del bollone, e quindi, pur essendo di regola $E_1 = 2E_2$ (dado in ferro e flangie in ghisa), potremo ritenere

$$\frac{\delta_2}{\delta_1} = \frac{l_2}{l_1}\,\frac{E_1F_1}{E_2F_2} \tag{7}$$

una frazione abbastanza piccola dell'unità.

10. — Quando entra in azione lo sforzo P di lavoro il bollone soffre un ulteriore allungamento ϵ, mentre il forzamento R assume, come si disse, il valore R', ed il diagramma del cimento a trazione del bollone si trasforma in altro affine nel rapporto (2).

Deve dunque essere

$$\frac{P+R'}{R} = \frac{\delta_1+\epsilon}{\delta_1} = 1 + \frac{\epsilon}{\delta_1}. \tag{8}$$

Una relazione della stessa natura ci permetterà di determinare le quantità ϵ' ed ϵ'', di cui debbono crescere gli schiac-

Digitized by Google

ciamenti δ' e δ'' del dado e della flangia del coperchio, poichè, anche per essi, il diagramma degli sforzi di compressione ha subìto una trasformazione d'affinità nello stesso rapporto. Dunque

$$(9) \qquad \frac{P+R'}{R} = \frac{\delta_2' + \epsilon' + \delta_2'' + \epsilon''}{\delta_2' + \delta_2''} = 1 + \frac{\epsilon' + \epsilon''}{\delta_2' + \delta_2''} .$$

11. — Invece lo schiacciamento δ_2''', sofferto dalla flangia del cilindro sotto l'azione del forzamento iniziale, dev'essersi ridotto a $\delta_2''' - \epsilon'''$, dopo l'intervento della forza P, che cimenta detta flangia a trazione, grazie al quale intervento la flangia stessa è soggetta allo sforzo K definito dal diagramma intrecciato della fig. 1.

La semplificazione introdotta con l'ipotesi del n° 9 ci permette di calcolare facilmente la deformazione residua

$$\delta_2''' - \epsilon''' = \int_0^{l_2'''} \frac{K\,dx'}{E_2 F_2} .$$

Siamo infatti autorizzati a porre

$$K = R' - \frac{P+R'}{l_2'''} x',$$

in quanto K, nel diagramma riferito alle ascisse trasformate x', deve variare linearmente dalla compressione R' alla trazione P nell'intervallo di lunghezza ridotta l_2'''.

Dalle precedenti formole risulta

$$\delta_2''' - \epsilon''' = \frac{R'-P}{2E_2F_2} l_2''',$$

la quale, combinata con la (6), fornisce

$$(10) \qquad \frac{R'-P}{R} = \frac{\delta_2''' - \epsilon'''}{\delta_2'''} = 1 - \frac{\epsilon'''}{\delta_2'''} .$$

12. — D'altra parte, se per l'intervento dello sforzo di lavoro P il bollone ha sofferto un allungamento ulteriore ϵ, di altrettanto deve essere diminuito lo schiacciamento dei tre pezzi

Digitized by Google

che il bollone collega. Ma due di essi sono stati ulteriormente compressi di ϵ' ed ϵ'', mentre il 3° si è allungato di ϵ''', dunque

$$\epsilon = \epsilon''' - \epsilon' - \epsilon''. \tag{11}$$

Se in questa equazione, che esprime la condizione fondamentale del problema, sostituiamo i valori di ϵ, ϵ', ϵ'' ed ϵ''' ricavabili dalle (8), (9) e (10), ne deduciamo

$$P(\delta_1 + \delta_2 - 2\delta_2''') = (R - R')(\delta_1 + \delta_2). \tag{12}$$

Essa, nota la R e le δ che dalla R dipendono, fa corrispondere ad ogni valore dello sforzo di lavoro P un valore del forzamento residuo R'.

Rispetto a questa corrispondenza la relazione è lineare, ma la formola cessa di aver significato quando il forzamento si annulla, quando cioè

$$P = R\frac{\delta_1 + \delta_2}{\delta_1 + \delta_2 - 2\delta_2'''} = P_1, \tag{13}$$

al di sopra del quale valore R', non potendo cambiare segno, rimane costantemente uguale a zero.

13. — Siamo dunque autorizzati a conchiudere che il massimo sforzo al quale il bollone è soggetto

$$T = P + R'$$

varia da prima linearmente in funzione di P, *passando dal forzamento iniziale* R *al valore* P_1 *dato dalla* (13), *e si mantiene poi uguale allo sforzo di lavoro* P.

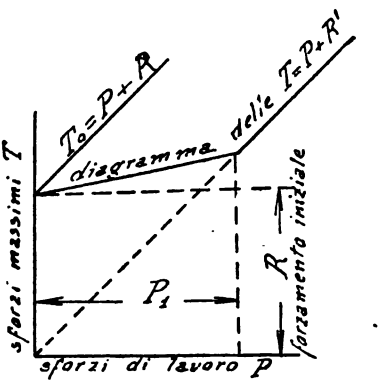


Fig. 2.

Il fenomeno è quindi rappresentato dal diagramma della fig. 2, dove la legge incrementale della T è confrontata con quella di $T_0 = P + R$, ossia con la somma dello sforzo di lavoro col forzamento iniziale.

Digitized by Google

Se, come si disse nel n° 9, δ_2/δ_1 è una frazione piccola dell'unità, sarà pure piccola $2\delta_2'''$ rispetto a $\delta_1 + \delta_2$, essendo δ_2''' una parte di δ_2. Alla (13) si può quindi sostituire la

$$P_1 = R\left(1 + \frac{2\delta_2'''}{\delta_1 + \delta_2}\right), \tag{14}$$

trascurando le potenze di grado superiore al 1° del secondo termine entro parentesi.

La (14) dimostra che in questo caso P_1 può superare di poco R. Per esempio, supposto $\delta_2/\delta_1 = 1/5$, ciò che prossimamente risulta se $F_2 = 10\,F_1$, e ritenuto $\delta_2''' = \frac{1}{2}\delta_2$, si deduce

$$P_1 = 6/5 \cdot R.$$

14. — Le conclusioni della indagine precedente riescono anche più assolute, nel senso di escludere la sovrapposizione dei due sforzi di lavoro e di forzamento, quando la superficie C,

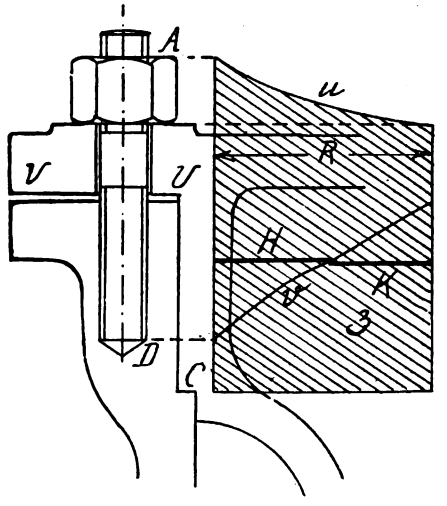


Fig. 3.

attraverso alla quale quest'ultimo si trasmette, non taglia il bollone, ma passa al di là di esso.

Ciò si verifica sopra tutto con la disposizione costruttiva della fig. 3, quando il coperchio a doppia parete riposa contro

Digitized by Google

il risalto C del corpo cilindrico, e per deliberato proposito, o per difetto di lavorazione, le flangie del coperchio e del cilindro non si toccano in U, neppure in seguito al forzamento.

Grazie ad esso il bollone e la flangia del cilindro sono cimentati a trazione secondo il diagramma di sforzi segnato accanto, il quale vale identicamente per le parti compresse: dado, flangia e parete cilindrica del coperchio. La linea v segnata sulla porzione 3 di esso separa gli sforzi H nel bollone da quelli K nella flangia del cilindro. Questa volta però l'uno e l'altra concorrono con le loro deformazioni a produrre lo stesso effetto. Il forzamento inoltre inflette le due flangie: quella del cilindro, nel senso di contribuire all'allontanamento delle sezioni estreme del gruppo teso; quella del coperchio nel senso di accostare maggiormente le stesse sezioni per il gruppo compresso.

Ma ciò che differenzia il caso attuale dal precedente è il fatto che, anche dopo entrato in azione lo sforzo di lavoro, il diagramma degli sforzi assiali è comune alle due parti del collegamento: quella tesa e quella compressa, perchè la superficie di combaciamento, a cui corrisponde la discontinuità del diagramma, è in questo caso esterna al tratto pel quale esso ci interessa.

In tali condizioni l'intervento dello sforzo di lavoro P non può produrre alcun maggiore allungamento ϵ della parte soggetta a trazione, poichè, essendo comune il diagramma degli sforzi, dovrebbe accorciarsi ulteriormente la parte compressa, e ne seguirebbe quindi un distacco fra le superficie inizialmente premute una contro l'altra.

Bisogna quindi concludere che, per l'intervento della P, la sollecitazione del bollone non aumenta, ma il forzamento diminuisce di quanto P cresce, finchè, avendo P raggiunto il valore del forzamento iniziale R, succede il distacco fra coperchio e cilindro.

15. — La disposizione considerata nel precedente numero è biasimevole per i pericolosi cimenti a flessione a cui le flangie vengono assoggettate, e d'altra parte, secondo quanto è stato dimostrato, la soluzione del contatto avviene per rapporti più piccoli fra lo sforzo di lavoro ed il forzamento.

Digitized by Google

Si deve quindi curare che il buon contatto abbia luogo sia sulla superficie C sia sulla U, ma non è possibile prevedere in generale come il forzamento si ripartisca fra le due coppie di superficie combacianti.

Siamo però in grado di conchiudere che, trovandoci in condizioni che partecipano sia di quelle della fig. 1, sia di quelle della 3, il meccanismo interno degli sforzi avrà comportamento intermedio fra i due qui considerati, e quindi, per quanto riguarda la sollecitazione dei bolloni, il forzamento si sommerà con una piccola aliquota dello sforzo di lavoro, finchè, avvenuto il distacco, quest'ultimo subentra in modo esclusivo.

Digitized by Google

Sulla disidratazione pirogenica dei fuseloli [1]

Nota di MICHELE GIUA e LINO THUMIGER

presentata dal Socio naz. resid. Felice Garelli

Dalle numerose ricerche fatte negli ultimi anni per l'utilizzazione dell'alcool come carburante, risulta che le miscele binarie alcool-benzina e alcool-etere sono quelle che maggiormente si prestano per una pratica utilizzazione dell'alcool negli ordinari motori a scoppio (2); qualora la miscela alcool-benzina venisse introdotta anche in Italia, si presenta di grande importanza il problema di ottenere la quantità di benzina necessaria per la preparazione della miscela carburante, che, allo stato attuale, è niente altro che un semplice problema di importazione, mancando la nostra nazione di sorgenti importanti di idrocarburi leggeri. Migliori prospettive presenterebbero le miscele di alcool-etere, essendo l'etere ottenuto dallo stesso alcool etilico, ma esse non hanno dato risultati completamente soddisfacenti, a causa della loro poca compressibilità nei motori a scoppio. Inoltre la volatilità dell'etere durante le temperature estive può costituire un grave ostacolo per il diffondersi nella pratica di tali miscele. In questa Nota si cerca di risolvere un

(1) Questa memoria fu presentata al " Concorso Nazionale per un carburante a base di alcool „, bandito dal Circolo Enofilo Subalpino il 15 dicembre 1923, ed ebbe il 1° premio per la categoria IV. Per cause indipendenti dalla mia volontà ed allo scopo di completare alcune ricerche, interrotte dopo la chiusura dello stesso concorso, la pubblicazione ne è stata alquanto ritardata. M. G.

(2) *Chimie et Industrie*, maggio 1923. Numero speciale dedicato al Congresso internazionale dei combustibili liquidi.

Digitized by Google

lato del problema, ponendo la questione se la stessa industria delle fermentazioni può fornire dei prodotti che possano essere convenientemente utilizzati in mescolanza con l'alcool. Tali prodotti che può fornire l'industria della fermentazione sono i *fuseloli*.

È noto che, nella fermentazione ordinaria, per ottenere l'alcool etilico, i fuseloli costituiscono solo l'1,5-3 % del prodotto della fermentazione e quindi non si può cercare di risolvere alcun lato del problema basandosi sopra questo scarso rendimento, il che rende il comune fuselolo un prodotto piuttosto caro, data la continua richiesta nella tecnica del suo componente principale, l'alcool isoamilico. Ma gli studi relativamente recenti del Prof. Fernbach, dell'Istituto Pasteur, hanno messo in evidenza che si può produrre, con una fermentazione speciale dell'amido, una maggiore quantità di fuselolo, tanto che circa il 40 % dell'amido impiegato può essere trasformato in fuselolo. La possibilità di questa trasformazione è fondata sull'osservazione di Ehrlich, che, aggiungendo ad una massa fermentante alcune sostanze azotate (aminoacidi), si forma una quantità maggiore di alcoli superiori. Il processo del Fernbach (1) fu studiato specialmente in Inghilterra per produrre industrialmente uno dei componenti principali del *fuselolo di Fernbach*, l'alcool butilico normale, che doveva servire per preparare sinteticamente il caucciù. La ripresa della coltura razionale delle piantagioni di caucciù ha sospeso ogni ulteriore applicazione del processo, ma il Prof. Perkin, in uno studio del 1912 (2), così si esprime al riguardo: " Il Prof. Fernbach ha scoperto processi di fermentazione che sono della maggiore importanza non solo per l'industria del caucciù sintetico, ma anche per altre industrie. In tutti questi processi la materia prima è sempre l'amido, che, in condizioni determinate, è trasformato in acetone, in altre in fuselolo... L'acetone viene usato in grandi quantità nell'industria degli esplosivi e in varie altre applicazioni, e la richiesta del prodotto è superiore alla quantità prodotta. Finora il solo processo in uso per produrre acetone

(1) Cfr. " Journ. Soc. Chem. Ind. „, *38*, 273 (1919).
(2) " Journ. Soc. Chem. Ind. „, *31*, 622 (1912).

Digitized by Google

consiste nell'ottenere acido acetico greggio mediante la distillazione del legno e ulteriore decomposizione dell'acetato di calcio. Il fuselolo ottenuto col processo Fernbach non sempre ha una composizione costante, ma contiene sempre una forte percentuale di alcool butilico normale. Da ciò segue che l'alcool butilico, che finora era stato ottenuto sempre con difficoltà, si potrà avere in grandi quantità ad un prezzo probabilmente non superiore alle l. st. 40-45 per tonnellata. Ciò ha anche importanza da un punto di vista più generale: perchè esperienze hanno già dimostrato che l'alcool butilico è, per scopi industriali, eguale se non migliore del fuselolo ordinario, e quindi potrà essere usato in sostituzione dell'alcool isoamilico „. Durante l'ultima guerra notevoli quantità di acetone furono ottenute in Germania per fermentazione e il processo si può considerare come acquisito alla pratica industriale. Il *fuselolo di Fernbach* contiene circa il 65 % di alcool butilico normale, mentre il *fuselolo ordinario* contiene circa il 24 % di alcool isobutilico, il 68 % di alcool amilico, il 7 % di alcool propilico e piccole quantità di eteri, furfurolo, ecc.

L'utilizzazione del fuselolo in miscela con l'alcool come carburante, da noi studiata, si basa sui processi seguenti:

1° Trasformazione degli alcooli superiori all'etilico in eteri semplici o misti, simili quindi all'etere solforico, ma che hanno un punto di ebollizione più elevato di questo e sono più adatti per una maggiore compressione nei motori.

2° Disidratazione di questi alcooli superiori in modo da trasformarli in *idrocarburi olefinici*.

Disidratazione del fuselolo per ottenere eteri semplici e misti.

Il metodo sperimentato è quello di Mailhe e Godon (1). Riducendo a tre principalmente i componenti del fuselolo di Fernbach: alcool propilico normale, alcool butilico normale e

(1) " Compt. rend. „, *170*, 329 (1920). Più propriamente, esso deriva dalla scuola del geniale chimico francese Paul Sabatier. Si cfr. il bel volume *La catalyse en chimie organique*, 2ª ed., 1920, nel quale il Sabatier espone i risultati più interessanti ottenuti sopra questo argomento.

Digitized by Google

alcool isoamilico, nella reazione di disidratazione possono prendere origine i seguenti *eteri semplici* e *misti*:

Derivato	Formula	Punto di ebollizione	Peso specifico
Etere dipropilico . . .	$C_3H_7 - O - C_3H_7$	90°,7	0,763 (0°)
„ dibutilico	$C_4H_9 - O - C_4H_9$	141°	0,784 (0°)
„ propilbutilico . .	$C_3H_7 - O - C_4H_9$	117°,1	0,777 (0°)
„ diisoamilico . .	$C_5H_{11} - O - C_5H_{11}$	172°	0,781 (15°)
„ propilisoamilico	$C_3H_7 - O - C_5H_{11}$	125-130°	—
„ butilisoamilico .	$C_4H_9 - O - C_5H_{11}$	150°	—

Come si vede, si formano composti con punto di ebollizione elevato, che si prestano alla miscela con l'alcool etilico.

Qualora, utilizzando il fuselolo per ottenere eteri, fosse necessario l'impiego di eteri con punto di ebollizione meno elevato, non è inutile ricordare che il metodo sperimentato può permettere di ottenere gli eteri misti dai componenti del fuselolo con lo stesso alcool etilico: basta infatti far passare sul catalizzatore riscaldato una miscela di vapori di fuselolo e di alcool etilico. Gli eteri misti che così possono prendere origine hanno i seguenti punti di ebollizione:

Derivato	Formula	Punto di ebollizione	Peso specifico
Etere etilpropilico . . .	$C_2H_5 - O - C_3H_7$	63-64°	0,739 (20°)
„ etilbutilico . . .	$C_2H_5 - O - C_4H_9$	92°	0,769 (0°)
„ etilisoamilico . .	$C_2H_5 - O - C_5H_{11}$	112°	0,774 (18°)

Comunque si operi, per disidratazione dei fuseloli si ottengono sempre miscele complesse, dato il numero piuttosto grande di componenti che prendono origine.

Digitized by Google

Disidratazione dei fuseloli per ottenere benzine olefiniche.

Come è noto, gli alcooli primari contenenti due o più atomi di carbonio, per perdita di una molecola d'acqua, si trasformano in idrocarburi non saturi (olefinici). Applicando questa reazione al fuselolo ordinario o al fuselolo di Fernbach è possibile ottenere delle olefine; ma fra i componenti detti fuseloli solamente gli alcooli amilici dànno una benzina liquida alla temperatura ordinaria, costituita da amileni, prodotti che, qualora si ottenessero in grandi quantità, sarebbero certamente i più adatti per essere utilizzati in mescolanza con l'alcool etilico.

Gli alcooli butilico e propilico dànno dei prodotti gassosi. Una disidratazione dei fuseloli per tale scopo non è dunque di attuazione pratica, se non ha luogo la condensazione ulteriore delle olefine gassose, in modo da ottenere idrocarburi liquidi. Le aldeidi (specialmente quella etilica) si possono condensare con le olefine, con formazione di idrocarburi liquidi, di natura più o mèno complessa. Fondandoci su questa reazione, abbiamo cercato di risolvere il problema della utilizzazione chimica dei fuseloli. Per quanto finora non si siano ottenuti risultati conclusivi, tuttavia le prime esperienze fatte lasciano prevedere una soluzione del problema nel senso indicato.

La trasformazione degli alcooli amilici in amileni, adoperando come catalizzatore l'ossido di alluminio, convenientemente preparato, è stata già attuata dai chimici americani R. Adams, O. Kamm e C. S. Marswel (1).

Partendo da un alcool come quello indicato, che ha un punto di ebollizione di 131°, si ottiene un idrocarburo (amilene) e precisamente l'isopropiletilene che ha un punto di ebollizione di 20-21°, mentre gli altri quattro amileni isomeri bollono fra 31 e 40°. Tuttavia questi amileni si polimerizzano facilmente, in determinate condizioni, trasformandosi nei dimeri, che hanno un punto di ebollizione superiore ai 150°.

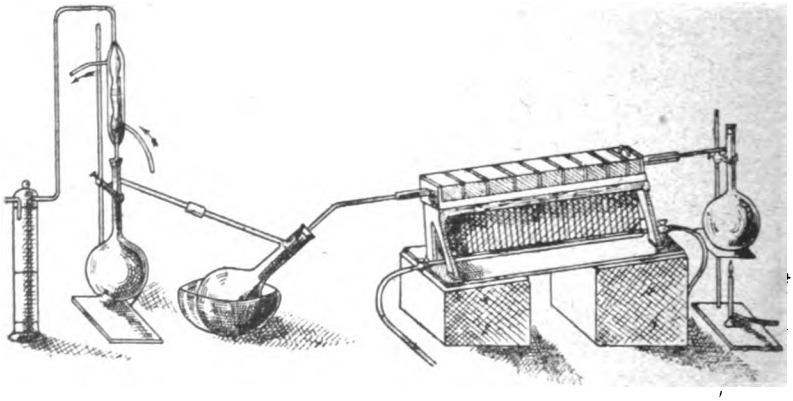
---

(1) " Journ. amer. Chem. Soc. „, 1918, pag. 1950.

Digitized by Google

PARTE SPERIMENTALE

L'apparecchio usato in queste prime esperienze è rappresentato schematicamente dalla figura qui unita e consta di un lungo forno a combustione, nel quale si dispone una canna di vetro poco fusibile, in comunicazione da una parte con un pallone a distillazione frazionata, che serve a mandare nella canna i vapori caldi di fuselolo, e dall'altra parte con un collettore, unito alla sua volta ad un condensatore raffreddato con acqua corrente. La temperatura del forno venne dapprima osservata con termometri a mercurio ripieni di azoto. in seguito si utilizzò un pirometro e invece di tubi di vetro si adoperarono tubi di rame; in tal caso si fece gocciolare il fuselolo direttamente nel tubo per mezzo di un imbuto a rubinetto.



1ª Esperienza. — Temperatura 150-160°. Massa catalitica: 80 % allume calcinato e 20 % ossido cromico. Quantità di fuselolo impiegata gr. 97. Nel collettore si raccoglie un liquido diviso in due strati, mentre si svolgono gas che reagiscono facilmente col bromo, indizio della formazione di olefine (propilene e butilene). Lo strato liquido superiore pesa gr. 60 e distilla fra 55° e 163°. Ha un odore empireumatico e messo a contatto col sodio metallico non reagisce in modo evidente, indizio questo della assenza di quantità apprezzabili di alcooli. Brucia con fiamma luminosa. Il rendimento è di circa il 70 %.

Digitized by Google

Lo strato inferiore è costituito in prevalenza da acqua, che risulta dalla reazione di disidratazione.

2ª Esperienza. — Temp. 160-180°. Massa catalitica: 58 % di allume calcinato e 42 % di ossido cromico. Quantità di fuselolo impiegata gr. 89,4, liquido condensato gr. 62 diviso in due strati, quello superiore distilla fra 57° e 139°; reagisce poco col sodio metallico.

3ª Esperienza. — Temp. 160-190°. Massa catalitica: 66 % di allume calcinato e 34 % di ossido cromico. Quantità di fuselolo gr. 83. Lo strato superiore del liquido condensato pesa gr. 56,5, quello inferiore gr. 10. Il primo distilla fra 54° e 144° e reagisce poco col sodio metallico.

Dalle varie esperienze eseguite (circa dieci) queste tre rappresentano il rendimento medio in liquido combustibile ottenuto, che, come si vede, è influenzato dalla composizione del catalizzatore.

4ª Esperienza. — Temp. 300-340°. Massa catalitica: 80 % di Al_2O_3 (1) + 20 % di Cr_2O_3. Quantità di fuselolo gr. 77,45. Per tutta la durata dell'esperienza si svolgono dei gas, non condensabili, costituiti da propilene e butilene. Nella boccia si raccoglie il liquido diviso in due strati, che, separati con imbuto a rubinetto, vengono sottoposti alla distillazione frazionata: lo strato superiore pesa gr. 25,89 e distilla da 50° a 136°; lo strato inferiore, di gr. 32,32, distilla da 88° a 107° ed è costituito in massima parte da acqua.

Il liquido, costituente lo strato superiore, ha un odore caratteristico, empireumatico, reagisce debolmente col sodio metallico.

5ª Esperienza. — Temp. 350-360°. Massa catalitica: 80 % di Al_2O_3 + 20 % di Cr_2O_3. Quantità di fuselolo: gr. 94,7. Durante l'esperienza si ha sviluppo di gas, che viene fatto assorbire dal bromo. Il liquido raccolto è diviso in due strati; quello superiore pesa gr. 60,75 e distilla da 55° a 136°, mentre quello inferiore distilla da 88° a 107°. Lo strato superiore assorbe notevole quantità di bromo.

(1) Ottenuto precipitando con ammoniaca una soluzione acquosa di nitrato di alluminio e seccando a 300° l'idrossido separatosi.

Digitized by Google

6ª Esperienza. — Temp. 360-400°. Massa catalitica: 70 % di Al_2O_3 — 30 % di Cr_2O_3. Quantità di fuselolo gr. 41,35. Si svolgono molti gas; il liquido condensato è diviso in due strati, quello superiore pesa gr. 16,15 e distilla da 74° a 140°, quello inferiore gr. 10,45 e distilla da 89° a 107°. Presenta le stesse proprietà di quello ottenuto nell'esperienza precedente.

I rendimenti in liquido condensato ottenuto in queste esperienze risultano piuttosto bassi. Così nella 6ª esperienza non è che di circa il 51 % del fuselolo impiegato, rendimento spiegabile, dato che propilene e butilene sfuggono, essendo gassosi.

Questo rendimento sarebbe notevolmente superiore se fosse possibile condensare gli idrocarburi gassosi che si sviluppano trasformandoli in polimeri della formola doppia, tripla, ecc. Questa condensazione si può ottenere impiegando opportuni catalizzatori, come il cloruro di zinco e il fluoruro di boro, ed operando a temperatura e pressione elevate.

L'impiego del catalizzatore a pressioni elevate favorisce la polimerizzazione dell'etilene e degli idrocarburi etilenici ad elevata temperatura. Con l'etilene, sottoposto all'azione del cloruro di zinco anidro alla pressione di 70 atmosfere a 275°, si ottiene un gas contenente il 36 % di etilene, 3 % di idrogeno ed un liquido complesso di cui l'85 % è costituito da pentano ed esano. Il resto è formato da numerosi idrocarburi olefinici, con punto di ebollizione al disopra di 145°, e da nafteni. Il cloruro di alluminio anidro, mantenuto con l'etilene sotto pressione di 70 atmosfere a 240°, non produce presso a poco alcun effetto (1).

7ª Esperienza. — Temp. 360-400°. Massa catalitica: 66 % di Al_2O_3 + 34 % di Cr_2O_3. Quantità di fuselolo gr. 82,65.

Come nelle esperienze precedenti, anche in questa si ha sviluppo di prodotti gassosi, ma in minor proporzione. Il liquido condensato è costituito di due strati: quello superiore pesa gr. 65,2 e quello inferiore gr. 10; il primo distilla da 54° a 140°, il secondo da 88° a 107°. La porzione dello strato superiore che distilla da 54° a 90° non reagisce quasi affatto col sodio.

8ª Esperienza. — Temp. 360-400°. Massa catalitica: 58 % di Al_2O_3 — 42 % di Cr_2O_3. Quantità di fuselolo gr. 89,4. Si ha

(1) Cfr. Ipatieff e Rutala, *Ber.*, 46, 1748-1913.

Digitized by Google

uno sviluppo di gas ancora minore. Lo strato superiore di gr. 67 distilla da 57° a 139°, l'inferiore da 88° a 107°. Il primo contiene piccole quantità di aldeide e reagisce poco col sodio — la quantità di alcool ancora presente non è quindi rilevante —; contiene in quantità maggiori eteri, la cui formazione è favorita dal Cr_2O_3 che è stato impiegato in proporzioni maggiori che non nelle esperienze precedenti.

Perchè la disidratazione fosse più completa si aggiunse al primo forno un secondo, in modo da obbligare i gas e i vapori di alcool a passare sopra un altro strato di catalizzatore e con ciò aumentare la formazione di prodotti di polimerizzazione.

9ª Esperienza. — Temp. circa 400°. Massa catalitica: 1° forno Al_2O_3, 2° forno Al_2O_3 + 1 % di carbonato di cerio. Liquido impiegato gr. 110,8: 50 % di alcool isobutilico e 50 % di alcool amilico.

All'inizio si ha un forte sviluppo di prodotti gassosi, che in seguito cessa quasi completamente. Nel primo pallone si raccoglie un liquido diviso in due strati: l'inferiore, di gr. 7,4, è costituito da acqua; quello superiore, di gr. 72, distilla da 77° a 136° e presenta le stesse caratteristiche dei liquidi ottenuti nelle precedenti esperienze. Nel secondo pallone invece si raccoglie poco liquido con piccola quantità di una sostanza solida gialla, che ha un odore che ricorda quello del petrolio.

10ª Esperienza. — Si sono osservate le condizioni dell'esperienza precedente, solo si è mantenuta un poco più bassa la temperatura del 2° forno per impedire la decomposizione dei prodotti gassosi. Infatti la quantità di liquido che si raccoglie nel secondo pallone è maggiore e presenta lo stesso odore caratteristico. Si nota sempre in piccola quantità la presenza della sostanza solida, gialla.

11ª Esperienza. — Temp.: 1° forno 400°, 2° forno 320-340°. Massa catalitica: 1° forno Al_2O_3 80 % e 20 % di Cr_2O_3. 2° forno Al_2O_3 20 % e 80 % di Cr_2O_3. Miscela impiegata: 50 % di alcool isobutilico + 50 % di alcool amilico, in totale gr. 86. Il liquido raccolto nella prima boccia distilla da 90° a 139°, quello della seconda, gr. 28,4, distilla da 70° a 135°. Entrambe le porzioni reagiscono poco col sodio.

Queste esperienze, che ci hanno permesso di orientarci in un campo così importante della chimica organica, conservano un carattere preliminare e in seguito verranno completate.

Digitized by Google

Le ulteriori ricerche avranno anche di mira un'analisi più completa dei liquidi ottenuti, problema questo strettamente legato alla loro pratica applicazione.

RIASSUNTO

1° Per l'impiego dell'alcool come carburante, si propone di utilizzare in unione all'alcool la mescolanza degli eteri semplici e misti (invece dell'etere etilico) che si ottengono dai fuseloli di Fernbach.

Tale aggiunta può servire anche per risolvere il problema del *denaturante* (che sarà necessario aggiungere al miscuglio alcool-benzina) perchè i prodotti ottenuti nel modo indicato hanno odore e sapore assai sgradevoli.

Il fuselolo di Fernbach può essere ottenuto con rendimenti industriali della stessa industria delle fermentazioni, insieme all'acetone, prodotto di largo consumo nella tecnica.

2° Si propone pure l'uso di idrocarburi olefinici ottenuti per disidratazione pirogenica dei fuseloli, secondo il metodo di P. Sabatier.

Torino – Laboratorio di Chimica industriale ed organica della R. Scuola d'Ingegneria.

Digitized by Google

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 24 Gennaio 1926

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. C. F. PARONA
VICEPRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci D'Ovidio, Peano, Guidi, Somigliana, Panetti, Sacco, Pochettino, Garelli, Repossi e il Segretario Mattirolo.

Scusano l'assenza il Presidente Senatore Ruffini e il Socio Naccari.

Il Segretario dà lettura del Verbale dell'adunanza precedente, che risulta approvato senza osservazioni.

Il Presidente comunica all'Accademia la notizia del gravissimo lutto che ha colpito la Scienza italiana e la Università di Pavia colla morte del Socio nazionale non residente Prof. Camillo Golgi, che apparteneva all'Accademia nostra sino dal 18 febbraio 1898.

Il Presidente brevemente rievoca le benemerenze del Senatore Golgi, alla famiglia del quale ha espresso le più vive e profonde condoglianze dell'Accademia, e propone d'incaricare il Socio Herlitzka a parlare di lui in una prossima adunanza, ciò che i presenti approvano.

Digitized by Google

Il Socio Sacco fa omaggio alla Biblioteca accademica dell'annata XIV del Bollettino bimestrale *Urania* (annata 1925).

Il Socio Mattirolo presenta in dono all'Accademia due sue Commemorazioni. La prima rievoca le benemerenze *botaniche, archeologiche, artistiche* e *politiche* di quell'uomo raro, ricco di virtù familiari, dotato d'ingegno enciclopedico che fu l'Avv.to Francesco Negri; una delle più belle figure dell'onesta generazione che promosse l'alba del nostro Risorgimento. Egli ricorda come il Negri, espertissimo nell'arte fotografica, sia stato l'inventore del *teleobiettivo fotografico*, che diede ai topografi il mezzo di ottenere stupefacenti risultati nei rilievi di alta montagna e che, adottato dall'esercito, fu apprezzato strumento di difesa nella guerra recente. Sotto il Sindacato del Negri Casale vide compiute opere importantissime.

Brevemente il Segretario riferisce pure intorno all'altra Commemorazione, dedicata alla memoria del Senatore Giacomo Boni, l'insigne archeologo (discepolo ed emulo del Ruskin), al quale deve l'Italia la rinnovazione storica del Foro romano e del Palatino, e di cui sono importantissime anche le benemerenze botaniche.

Il Socio Guidi interessa quindi l'Accademia intorno alla questione che si riferisce alla pubblicazione degli *Atti*, i quali soventi debbono subire dei ritardi per causa degli Autori che non licenziano a tempo le bozze. Egli propone, e l'Accademia approva, che sieno gli Autori avvisati che, non liberando le bozze secondo le disposizioni regolamentari, i loro lavori subiranno ritardi nella pubblicazione. La questione però sarà portata per la regolare sanzione al Consiglio d'Amministrazione.

Viene quindi presentata una lettera del Prof. Gino Loria, relativa alla pubblicazione degli scritti scientifici di Francesco Sciacci che il Ministero della Guerra vorrebbe raccogliere in un volume.

Il Prof. Loria, nel nome del Ministero, chiede all'Acca-

Digitized by Google

demia il permesso di ripubblicare gli scritti del Sciacci comparsi nelle *Memorie* e negli *Atti* dell'Accademia torinese.

L'Accademia, plaudendo alla illuminata e nobile iniziativa del Ministero, si dichiara lietissima di accordare la chiesta autorizzazione in omaggio alla memoria dell'insigne scienziato.

Adunanza del 7 Febbraio 1926

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE FRANCESCO RUFFINI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci D'Ovidio, Peano, Parona, Somigliana, Panetti, Ponzio, Sacco, Pochettino, Repossi e Boggio il quale funge da Segretario.

Scusano l'assenza i Soci Grassi e Mattirolo.

Si legge e si approva il verbale della precedente adunanza.

Il Socio Sacco fa omaggio all'Accademia della sua pubblizione: *Les oscillations glaciaires*, della quale discorre brevemente.

Il Presidente comunica poi all'Accademia che il Consiglio d'Amministrazione ha deliberato di fissare un termine per la restituzione delle bozze di stampa da parte degli Autori, avvertendo che trascorso tale termine i lavori saranno pubblicati in un fascicolo successivo, restando inteso che per gravi ritardi la stampa si potrà fare nell'ultimo fascicolo dell'annata, anzichè in quelli dell'annata successiva.

Il Presidente comunica inoltre che il Consiglio d'Amministrazione ha dato parere favorevole alla pubblicazione degli Scritti di Sciacci comparsi nelle *Memorie* e negli *Atti* della nostra Accademia.

L'Accademico Segretario
Oreste Mattirolo

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

CLASSE
DI
SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 21 Febbraio 1926

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE FRANCESCO RUFFINI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci D'Ovidio, Peano, Guidi, Parona, Somigliana, Panetti, Ponzio, Sacco, Herlitzka e il Segretario Mattirolo.

Scusano l'assenza i Soci Garelli e Naccari.

Il Segretario dà lettura del verbale della precedente adunanza, il quale risulta approvato, dopo alcune osservazioni del Socio Guidi, relative al termine assegnato per la correzione delle bozze dei lavori presentati; termine che non risulta segnato nel verbale. Al Socio Guidi risponde il Tesoriere Socio Panetti dichiarando che il Consiglio d'Amministrazione ha fissato il termine di *dieci* giorni per la correzione delle 1ª bozze e di *tre* giorni per le 2ª bozze.

Il Presidente comunica all'Accademia l'invito della *Società Fisico-matematica di Kazan* di prender parte alla celebrazione della data della scoperta della *Geometria non Euclidiana* dovuta al Prof. Lobacewski, celebrazione solenne che avrà luogo il 25 del corrente mese a Kazan. L'Accademia delibera d'inviare una lettera di ringraziamento e di adesione alla rievocazione della data importante.

Digitized by Google

Il Socio PEANO presenta quindi in dono all'Accademia, per parte del Prof. BANACHIEWICZ, Direttore dell'Osservatorio Astronomico di Cracovia, i volumi del 1925 e del 1926 dell'Osservatorio Astronomico stesso e così ne discorre:

" I due volumi sono scritti in *latino sine flexione.* Il volume " del 1926 contiene le effemeridi di 99 stelle variabili, per ogni " giorno dell'anno.

" Sono notevoli in questi volumi i nuovi metodi dei calcoli " numerici. L'uso delle macchine a calcolare sostituisce con van- " taggio le tavole dei Logaritmi; e le formole per le rotazioni " degli assi coordinati sono più comode che le formole di trigo- " nometria sferica. L'Autore espone chiaramente questi nuovi " metodi „.

Il Socio SACCO nel nome dell'Ing. Enrico FOSSA-MANCINI fa omaggio di un suo volume dal titolo *Storia della Geologia Militare,* nel quale l'Autore tratta delle relazioni fra il terreno e le operazioni militari, riferendosi specialmente a quanto venne osservato durante la guerra recente.

Il Socio Segretario MATTIROLO presenta per la inserzione negli *Atti*, una Nota della signorina D.ˢᵃ Silvia COLLA assistente volontaria presso l'Istituto botanico della R. Università. La Nota che porta il titolo *Sull'organo di assorbimento delle specie del Genere Laboulbenia* Rob. ha riguardo allo studio istologico degli Austorii di questi funghi parassiti specialmente delle mosche.

L'Autrice dimostra come le specie del Genere *Laboulbenia* hanno realmente coll'ospite delle relazioni di tipo nettamente parassitario. L'unghia è semplicemente un organo di attacco; mentre il micelio penetra nell'interno dello strato tegumentale ed anche oltre, esercitando la funzione di assorbire dall'ospite il nutrimento necessario al microfito.

Digitized by Google

LETTURE

Sull'organo d'assorbimento della specie del gen. "Laboulbenia„ Rob.

Nota della dottoressa SILVIA COLLA
presentata dal Socio nazionale residente O. Mattirolo

Il Dott. H. Y. Faull (1) nella sua Nota preventiva sulla citologia dei Laboulbeniali dice di non aver osservato alcuna relazione sicura fra due specie del gen. *Laboulbenia* Rob. (*L. gyridinarum* Th. e *L. chaetophora* Th.) e l'insetto che le ospitava.

Anche lo Spegazzini (2) formulò l'ipotesi per cui i generi, i rizoidi dei quali non sono stati dimostrati, siano solo emiparassiti, prendano nutrimento dall'ambiente esterno e formino le sostanze organiche mediante sintesi dovute ai pigmenti che li colorano.

D'altronde, osservando le tavole della monografia del Taxter (3) avevo notato che le specie le quali presentavano rizoidi od austorii erano sprovviste d'unghia (ciò è anche vero per altri parassiti degli Artropodi, es. *Anphoromorpha entomo-*

(1) H. Y. Faull, *The cytologie of the laboulbeniales.* "Ann. of Botany„ vol. XXV, 1911, pag. 653.

(2) C. Spegazzini, *Revision de las laboubeniales argentinas.* "Ann. Mus. nac. Hist. Nat. Buenos-Aires„, vol. XXIX, 1917, pag. 461.

(3) R. Taxter, *Contribution toward a Monograph of the Lab.*; Parte I, II, III, IV, V. "Mem. of the Amer. Ac. of Art and Sc.; vol. XII (1902), XIII (1908), XIV (1924). — Vol. I, tav. IV, *D. africanus* Th.; tav. XI, *M. insignis* Th.; vol. II, tav. XXVIII, *D. rizophorus* Th. e *D. forficulae* Th.; tav. XLIII, *C. dalii* Th.; tav. XLIII, gen. *Arthrorhynchus*; tav. LII, gen. *Ryzomyces*; tav. LXXI, *C. curvatus* Th.; vol. III, gen. *Dymeromyces.*

Digitized by Google

phila Th., non appartenenti ai Laboulbeniali (1)) e che in un medesimo genere vi erano specie con rizoidi e senza unghia e specie senza rizoidi e con l'unghia ben sviluppata. Mi era parso di poter concludere che gli organi di presa vi erano anche dove non erano ancor stati dimostrati, nascosti dalla presenza dell'organo di attacco, nero, duro, rigido, che per i suoi due ultimi caratteri poteva anche più facilmente esser rotto o staccato dall'ospite.

E quest'idea fu pienamente provata quando osservai le sezioni (di μ. 6) colorate col metodo lento di GIEMSA (2) di un

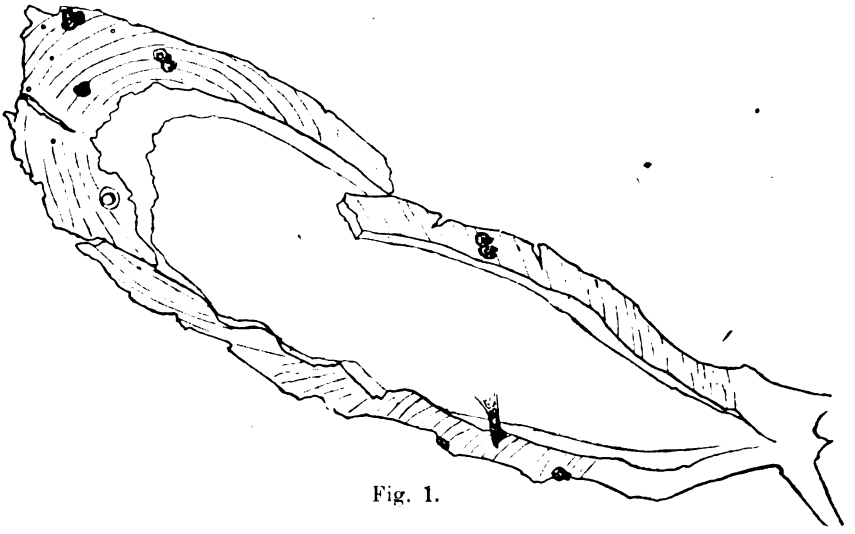


Fig. 1.

Carabide fissato al picroformolo ed imparaffinato, provèniente dalla conca di By (V. Peline) con la chitina poco spessa e molto trasparente, tutto irto di *L. vulgaris* Pey.

In alcune sezioni del femore del 1° paio di zampe notai per la prima volta l'organo di presa (fig. 1), il quale si differenzia poco a poco, diversi giorni dopo la colorazione. Questo si pre-

(1) R. TAXTER, *On certain peculiar fungus-parasite of living insects.* " Bot. gaz. „, vol. LVIII, n. 3, 1914 (première note).

On certain peculiar fungus-parasite of living insects. " Idem „, vol. LXIX, n. 1, 1920 (seconde note).

(2) F. BEZANÇON, *Précis de microbiologie clinique.* Masson, Paris, 1920.

Digitized by Google

senta semplice, non ramificato, con protoplasma denso, granuloso e ialino, senza limiti rigidi, racchiuso in una membrana, se pur esiste, sottilissima. Misura μ. 1,5-2-2,5 = 7-10-12.

Non si stacca dall'apice dell'unghia, il quale, insieme ad altre piccole spine che s'infossano nell'ospite, serve come organo di attacco; ma da circa la metà del lato prossimale alla chitina, essendo l'unghia sempre appoggiata all'ospite, penetra perpendicolarmente per μ. 2-3-5 nell'interno del tegumento, poi cambia direzione, diviene orizzontale, si fa sinuoso, ondulato e descrive una curva in modo tale che il suo apice va a portarsi sulla medesima linea da cui era partito e pare, visto per trasparenza, che tocchi la propria unghia (fig. 2). Questa, ripiena di proto-

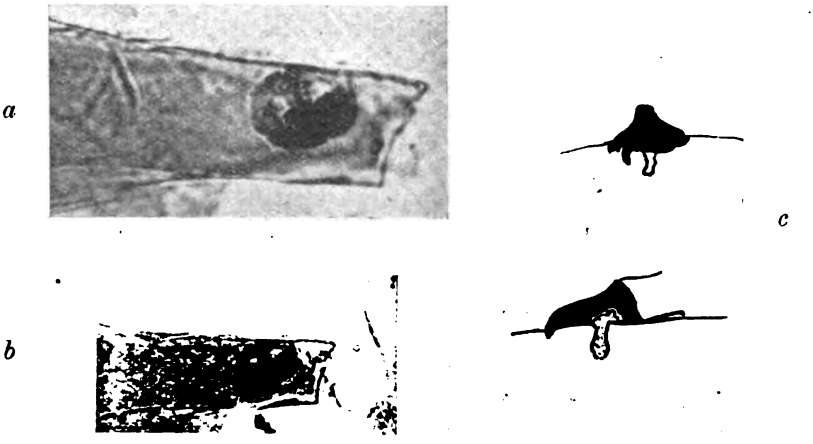


Fig. 2. — *a*, *b* microfotografia del medesimo preparato a ingrandimento diverso, *c* austorio che si stacca dall'unghia.

plasma colorabile in rosa col Giemsa, lo mette in continuazione con il protoplasma delle cellule del corpo fruttifero.

L'organo di presa però non presenta sempre tali caratteristiche: lo si nota molto bene nei parassiti giovani in cui l'unghia è piccola; attorno a quella degli adulti, invece, si osserva per trasparenza un alone (che con l'invecchiare del fungo diviene sempre più scuro) dato dal confluire del rizoide e dalla successiva e probabile formazione di un austorio circolare, come ho potuto notare in ben pochi casi per affermarlo con sicurezza.

Questi caratteri avvicinano il micelio del gen. *Laboul-*

Digitized by Google

benia Rob. a quello presentato dal gen. *Dymeromyces* Th., *Arthrorynchus* Th. e *Rizomyces* Th., specialmente per la struttura granulosa e densa del protoplasma e per l'andamento sinuoso che presenta.

Che questa formazione sia un organo di presa e che funzioni da austorio, date le sue caratteristiche e quelle dei generi a cui assomiglia e con cui è posto in un medesimo ordine ed anche (con gli ultimi due) in una medesima famiglia, non credo che vi sia da dubitarne: ma ancora insoluto si presenta il problema della sua nutrizione.

È probabile che il micelio dia un fermento che sciolga la chitina, per mezzo del quale può o attraversarla completamente o penetrare nell'interno di questa e assorbire, data la grande densità del proprio protoplasma, la linfa che ivi trasuda: questa ipotesi darebbe un parallelo per gli austorii del gen. *Ryzomices* che si spingono fin nell'interno dell'insetto: ed appoggerebbe un'unica osservazione sicura di un micelio osservato al di là dello strato tegumentale entro a tessuto connettivo, a meno che, mediante fermenti chitinolitici non si nutra più della chitina medesima, sostanza quaternaria contenente il radicale del glucosio; ma a ciò si opporrebbe il fatto che, anche nel caso studiato in cui l'insetto era letteralmente coperto dai parassiti, la chitina si presentava all'osservazione completamente inalterata.

Date queste poche osservazioni che formano la Nota preventiva di un lavoro che spero di continuare malgrado la difficoltà di trovare animali parassitati, o vivi o fissati in qualche liquido conservatore, credo di poter giungere alle seguenti conclusioni:

I — Il gen. *Laboulbenia* Rob. è un vero parassita degli insetti ed ha coll'ospite delle relazioni di tipo nettamente parassitario.

II — L'unghia è semplicemente un organo di attacco e mediante il suo protoplasma unisce il micelio con il rimanente del fungo.

III — Il micelio, che penetra nell'interno dello strato tegumentale ed anche oltre, ha la funzione di assorbire dall'ospite il nutrimento necessario per tutto il microfito.

R. Orto Botanico - Torino, 27 dicembre 1925.

Digitized by Google

CLASSE
DI
SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 7 Marzo 1926

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. C. F. PARONA
VICE-PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci D'Ovidio, Peano, Somigliana, Panetti, Ponzio, Sacco, Majorana, Herlitzka, Boggio, Garelli, Repossi e il Segretario Mattirolo.

Scusano l'assenza il Presidente Senatore Ruffini e il Socio Guidi.

Il Segretario dà lettura del verbale della precedente adunanza, il quale risulta approvato senza osservazioni.

Il Presidente comunica all'Accademia una lettera del figlio del Prof. Tschermack di Vienna, il quale ricorda al nostro Sodalizio, di cui suo padre è Socio corrispondente sin dall'8 febbraio 1885, che egli festeggierà il giorno 19 aprile p. v. il suo novantesimo anniversario. Egli sapendo di far cosa grata al suo genitore interessa l'Accademia a voler ricordare tale data. L'Accademia dà incarico al Socio Repossi di corrispondere nel modo che egli riterrà più opportuno al desiderio manifestato dall'insigne scienziato viennese.

Il Presidente legge quindi una lettera del Bibliotecario della disciolta *Société Belge de Microscopie*, nella quale annunziando la dissoluzione della Società o meglio la sua aggregazione alla *Société Royale de Botanique de Belgique*, annunzia che sarà ciò nullameno continuato lo scambio degli *Atti* dell'Accademia con quelli della Società Reale di Botanica del Belgio.

Digitized by Google

Il Rettore Magnifico della Università di Pavia comunica all'Accademia che il nostro Presidente sarà compreso fra i membri del Comitato d'onore che dovrà pensare alle modalità che permettano l'attuazione delle onoranze alla memoria del Senatore Golgi concretate nella erezione di un monumento da erigersi nel quadriportico delle statue dell'Ateneo. Il Presidente dichiarando di accettare, nel nome dell'Accademia, l'onorifico incarico, ringrazia il signor Rettore dell'Università di Pavia.

Viene quindi data lettura di una lettera relativa alla pubblicazione dei *Biological Abstracts*, che sotto gli auspici del Governo degli Stati Uniti e della *Union of American Biological Societies* si inizierà nel corrente anno 1926, avendo riguardo alla letteratura dei lavori di biologia che si pubblicheranno in tutto il mondo. Il Redattore Capo della importante Rivista richiede all'Accademia delle Scienze di Torino l'invio gratuito degli *Atti* a partire dal 1926, dolente di non poter offrire in cambio i futuri *Riassunti biologici* a cagione del prezzo elevato al quale ammonteranno le puntate del giornale, destinato a riferire sopra circa quarantamila lavori di biologia, quali approssimativamente si calcolano, come risultanti del lavoro mondiale annuale nel campo biologico. In merito a questa proposta si discute lungamente dai Soci presenti: alcuni parlando in favore dell'accoglimento della proposta, altri ostacolandola, altri infine proponendo che siano inviati alla Segreteria dei *Riassunti biologici* i soli lavori d'indole biologica. Il Presidente concretata la discussione comunica ai Soci che la decisione della pratica sarà devoluta al Consiglio di Amministrazione.

Infine viene data comunicazione di una Circolare della Società Zoologica e Botanica di Vienna annunziante il programma dei festeggiamenti e delle riunioni che avranno luogo a Vienna nell'occasione del 65° anniversario della fondazione della Società; l'Accademia delibera di dare incarico ad uno dei nostri Soci corrispondenti di rappresentarla il giorno 12 maggio p. v. nella occasione dell'apertura dei festeggiamenti. A questo proposito

Digitized by Google

il Socio Sacco comunica all'Accademia ch'egli non potrà prender parte al Congresso Geologico di Madrid e prega quindi l'Accademia a voler accordare a qualche Socio corrispondente l'incarico di rappresentarla.

Il Socio Peano nel nome del Prof. A. Myller, Direttore del Seminario matematico dell'Università di *Jassy* in Rumenia, fa dono all'Accademia del volume XIV degli *Annales Scientifiques* pubblicati dall'Università rumena. Il Prof. Myller chiede che l'Accademia nostra voglia accordare il cambio degli *Atti* con detta pubblicazione. Il Consiglio di Amministrazione prenderà in considerazione la domanda dell'Università di Jassy.

Il Socio Somigliana presenta per l'inserzione negli *Atti* una Nota del Prof. Beniamino Segre dal titolo: *I sistemi semplicemente infiniti di superficie (in particolare piani e sfere) e le loro trajettorie ortogonali.* Nella sua Nota l'Autore espone varie proprietà relative ai sistemi ∞^1 di superficie in relazione alle loro traiettorie ortogonali; parecchie di tali proprietà sono conosciute, ma la dimostrazione che ne offre l'Autore sono assai più semplici delle attuali.

Il Socio Panetti presenta quindi una Nota del Prof. Enrico Pistolesi dal titolo; *Lo slittamento elastico nelle trasmissioni con cingoli.*

L'Autore ha ripreso in esame il vecchio problema della trasmissione con flessibili, mettendo in evidenza come avvenga lo slittamento del nastro operatore sulle fascie delle puleggie, quando il tiro supera il valore limite per il quale la trasmissione è assicurata.

È notevole che da questa analisi, sia pure elementare, del fenomeno, risulti che aumentando il tiro del flessibile, oltre al limite suddetto aumenta invece di diminuire lo slittamento.

Dopo la comunicazione del lavoro del Prof. Pistolesi, che sarà pubblicato negli *Atti*, l'adunanza è dichiarata chiusa.

Digitized by Google

LETTURE

I sistemi semplicemente infiniti di superficie (in particolare piani e sfere) e le loro traiettorie ortogonali

Nota di BENIAMINO SEGRE

presentata dal Socio nazionale residente C. Somigliana

1. — In questa Nota espongo varie proprietà relative ai sistemi ∞^1 di superficie in relazione alle loro traiettorie ortogonali; parecchie di tali proprietà sono conosciute, ma le dimostrazioni che io ne dò sono assai semplici.

I.

2. — Nello spazio consideriamo un qualunque sistema $\Sigma\,\infty^1$ di superficie e le loro traiettorie ortogonali. Assumiamo le prime come superficie coordinate $w = \text{cost.}$ di un sistema di coordinate curvilinee (u, v, w), e le seconde come curve coordinate $u = \text{cost.}$, $v = \text{cost.}$ L'elemento lineare ds sia dato da:

$$ds^2 = U\,du^2 + 2\Theta\,du\,dv + V\,dv^2 + W\,dw^2.$$

Su di una qualunque superficie del sistema Σ considerato l'elemento lineare $d\sigma$ è dato da:

$$d\sigma^2 = U\,du^2 + 2\Theta\,du\,dv + V\,dv^2, \tag{1}$$

e quindi l'equazione differenziale delle assintotiche sarà:

$$\frac{\partial U}{\partial w}\,du^2 + 2\,\frac{\partial \Theta}{\partial w}\,du\,dv + \frac{\partial V}{\partial w}\,dv^2 = 0,$$

Digitized by Google

e l'equazione differenziale delle linee di curvatura:

$$(2)\qquad \left(U\frac{\partial\Theta}{\partial w}-\Theta\frac{\partial U}{\partial w}\right)du^2+\left(U\frac{\partial V}{\partial w}-V\frac{\partial U}{\partial v}\right)du\,dv+$$
$$+\left(\Theta\frac{\partial V}{\partial w}-V\frac{\partial\Theta}{\partial w}\right)dv^2=0\ (^1).$$

È subito visto che questa equazione svanisce quando e solo quando i mutui rapporti delle U, Θ, W non dipendono da w: per la (1) ciò significa che due qualunque superficie di Σ sono riferite in modo conforme dalle loro traiettorie ortogonali. Poichè le uniche superficie su cui le linee di curvatura siano indeterminate sono i piani e le sfere (²), così:

I sistemi ∞^1 *di piani, ed i sistemi* ∞^1 *di sfere sono punteggiati in guisa conforme dalle loro traiettorie ortogonali; essi sono i soli sistemi* ∞^1 *di superficie che godano di tale proprietà.*

3. — Se le traiettorie ortogonali delle superficie di Σ punteggiano queste superficie in guisa tale che le loro linee di curvatura si corrispondano, dovranno i mutui rapporti dei coefficienti dei differenziali nell'equazione (2) non dipendere da w, e viceversa. Quest'ultimo fatto, com'è facile vedere, si presenta sempre e solo quando fra U, Θ, V interceda una relazione lineare ed omogenea:

$$(3)\qquad CU+B\Theta+AV=0$$

a coefficienti A, B, C, *indipendenti da* w. In tal caso l'equazione differenziale:

$$(4)\qquad A\,du^2-B\,du\,dv+C\,dv^2=0,$$

definisce nello spazio un sistema doppio di superficie, che sono ovviamente ortogonali alle $w=$ cost.: l'equazione (3), per la (1), esprime che detto sistema doppio è *ortogonale* (³), onde esso col

---

(¹) Cfr. L. Bianchi, *Lezioni di geom. diff.* Pisa (Spoerri), 2ª ed., vol. I, (1902), pag. 128, form. (8).

(²) Cfr. loc. cit. in (¹), pag. 128.

(³) Cfr. op. cit. in (¹), pag. 91.

Digitized by Google

sistema Σ considerato inizialmente costituisce un sistema *triplo ortogonale*. Il ragionamento fatto è invertibile. Dunque:

Per le famiglie di superficie di LAMÉ, *e per esse soltanto, avviene che le traiettorie ortogonali delle superficie segnano su di esse una corrispondenza che conserva le linee di curvatura.*

4. — È facile dimostrare che se vale la (3) l'equazione (2) si identifica colla (4). In base al n° precedente si ha quindi il classico teorema di DUPIN:

In ogni sistema triplo ortogonale di superficie, la curva intersezione di due superficie di diverso sistema è linea di curvatura per entrambe (4).

5. — Se le superficie $v = \text{cost.}$ segano le superficie $w = \text{cost.}$ del nostro sistema Σ, secondo le linee di curvatura, sarà per la (2):

$$U \frac{\partial \Theta}{\partial w} - \Theta \frac{\partial U}{\partial w} = 0 ;$$

questa equazione esprime che U/Θ non dipende da w, onde fra le U, Θ, V passa una relazione del tipo (3) (con $A = 0$). Per quanto si è detto al n° 3 ciò dimostra il teorema di DARBOUX:

Affinchè a due sistemi di superficie mutuamente ortogonali si possa associare un terzo sistema ortogonale ad entrambi, basta che i primi due si seghino lungo linee di curvatura.

II.

6. — Vogliamo ora approfondire la parte diretta del teorema del n° 2: in pari tempo di essa daremo una nuova dimostrazione infinitesimale sintetica della massima semplicità (5).

---

(4) Questo teorema si dimostra in modo ancora più semplice, notando che prese per superficie-coordinate le superficie del sistema triplo, risulterà $\Theta = 0$, onde l'equazione (2) delle linee di curvatura si riduce a $du\,dv = 0$.

(5) Per il caso delle sfere G. DARBOUX in *Leçons sur les systèmes orthogonaux*, Paris (Gauthier-Villars), t. I (1898), chap. II, ha dato una dimostrazione analitico-geometrica, non priva di eleganza, ma piuttosto artificiosa e molto più complicata della nostra.

Un'altra dimostrazione di carattere vettoriale ha dato C. BURALI FORTI in "Rend. Ist. Lomb." (2), 51, 1918, pagg. 899-908. Quivi è pure dimostrato il teorema che noi diamo al n° 11.

Digitized by Google

Avendo nello spazio un sistema $\Sigma\ \infty^1$ di *piani* non paralleli, siano Σ_0 e Σ_1 due piani generici del sistema, ed r la retta loro intersezione. I cerchi normali ad entrambi questi piani sono quelli che hanno per *asse* la retta r: essi punteggiano tali piani in guisa tale da stabilire fra di essi una *uguaglianza*: punti omologhi si possono sovrapporre facendo ruotare Σ_1 attorno ad r fino a coincidere con Σ_0 (6). Se passiamo al limite facendo tendere Σ_1 a Σ_0, la retta r tende alla *retta caratteristica* sita in Σ_0, mentre i cerchi suddetti possono dirsi al limite ortogonali a Σ_0 ed al piano di Σ ad esso infinitamente vicino, e cioè tangenti in un punto di Σ_0 e nel consecutivo ad una traiettoria ortogonale del sistema Σ; onde i cerchi suddetti tenderanno come limite ai cerchi osculatori alle traiettorie ortogonali di Σ in punti di Σ_0. Dunque:

Le traiettorie ortogonali di un qualunque sistema ∞^1 *di piani* (Σ) *stabiliscono fra due piani generici del sistema una corrispondenza di uguaglianza.* Inoltre: *I cerchi osculatori a dette traiettorie ortogonali* (supposte non rettilinee) *nei punti di uno stesso piano di* Σ *hanno per asse la retta caratteristica sita nel piano stesso.*

Presa una superficie sviluppabile Ξ, le traiettorie ortogonali delle sue generatrici sono pure traiettorie ortogonali del sistema $\Sigma\,\infty^1$ dei piani normali a Ξ lungo dette generatrici; quindi:

Su una rigata sviluppabile le traiettorie ortogonali delle generatrici pongono fra queste una corrispondenza che è una uguaglianza (ed è questa una nota proprietà delle evolventi di una curva sghemba).

7. — In base al n° prec., le traiettorie ortogonali di un sistema Σ di piani, si possono costruire cinematicamente come segue. Consideriamo la superficie Φ inviluppo di Σ; preso un piano Σ_0 di questo sistema, facciamolo muovere *entro* Σ in guisa da compiere una serie di rotazioni istantanee attorno alle varie generatrici di Φ: le traiettorie descritte dai vari punti di Σ_0 sono allora precisamente le traiettorie ortogonali di Σ.

(6) In realtà vi sono *due* rotazioni (supplementari) siffatte: per quel che segue occorre prendere quella che diventa infinitesima quando Σ_1 tende a Σ_0.

Digitized by Google

Una retta di Σ_0 descrive in questo moto una rigata la quale è *sviluppabile*, lo spigolo di regresso essendo il luogo dei punti d'incidenza della retta coi vari assi d'istantanea rotazione. Tale spigolo di regresso sta dunque su Φ: dico di più che esso è una *geodetica* di questa superficie. Infatti il moto relativo di Φ rispetto a Σ_0 è il moto di *sviluppo* di Φ su questo piano: poichè con ciò palesemente quello spigolo di regresso si dispone secondo la retta considerata dianzi su Σ_0, così segue l'asserto. Questo ragionamento si può invertire, e quindi:

Preso un qualunque sistema $\Sigma\,\infty^1$ *di piani non formanti fascio, la superficie luogo delle traiettorie ortogonali di questo sistema che passano pei vari punti di una retta di un suo piano, è una rigata sviluppabile* (7): *il suo spigolo di regresso è una geodetica della superficie inviluppo di* Σ. *Viceversa ogni geodetica di questa superficie è spigolo di regresso di una sviluppabile ottenibile in quel modo.*

Come corollario si ha: *Su due diverse traiettorie ortogonali di* Σ *si ha una corrispondenza biunivoca associando punti delle due curve che stanno su di uno stesso piano di* Σ; *la rigata luogo delle congiungenti le varie coppie di punti omologhi è una rigata sviluppabile; e il suo spigolo di regresso è una geodetica della superficie inviluppo di* Σ.

8. — Conservando le precedenti notazioni, si vede ovviamente che due rette ortogonali di Σ_0 generano, giusta il n° prec., due sviluppabili che si incontrano ad angolo retto lungo una traiettoria ortogonale di Σ; i loro spigoli di regresso sono due geodetiche di Φ, che pure si tagliano ortogonalmente, e viceversa. Si ha quindi il seguente metodo per costruire un *sistema triplo ortogonale di superficie a curvatura nulla.*

Preso un sistema $\Sigma\,\infty^1$ *di piani non facenti fascio, ne sia* Φ *l'inviluppo. Consideriamo su* Φ *un sistema doppio ortogonale di geodetiche: il sistema* Σ *di piani, in un coi due sistemi di sviluppabili che hanno queste curve per spigolo di regresso, è un sistema triplo ortogonale.*

---

(7) Nel caso che i piani formino fascio si hanno coni o cilindri rotondi.

Digitized by Google

9. — È notevole che:

All'infuori dei sistemi tripli ortogonali di cui al n° prec., e di quelli che contengono un fascio di piani, non vi sono nello spazio altri sistemi tripli ortogonali di superficie a curvatura nulla.

Cominciamo col dimostrare che un sistema triplo siffatto contiene sempre *una famiglia di piani*. Infatti una superficie a curvatura nulla è una rigata sviluppabile (8): se non è un piano essa contiene pertanto un solo sistema ∞^1 di rette, che per essa sono linee di curvatura (8). Se quindi si avesse un sistema triplo ortogonale di sviluppabili *non piani*, le superficie di *ogni* sistema (pel teorema di DUPIN) dovrebbero venir segate secondo rette da quelle di uno dei rimanenti, onde tre superficie di diverso sistema dovrebbero sempre segarsi secondo una retta; il che è assurdo.

È poi facile vedere, applicando di nuovo le summentovate proprietà ed il teorema di DUPIN, che un sistema $\Sigma\infty^1$ *di piani* non formanti fascio, non è contenuto in altri sistemi tripli di superficie ortogonali a curvatura nulla, oltre a quelli considerati al n° 8.

I sistemi tripli ortogonali che contengono un fascio di piani paralleli, contengono ulteriormente due sistemi di cilindri.

I sistemi tripli ortogonali di superficie a curvatura nulla, che contengono i piani per una retta r, comprendono ulteriormente due sistemi di coni (o in particolare cilindri) di rotazione attorno ad r.

III.

10. — Passiamo ora a considerare un sistema Σ qualunque, di sfere non concentriche.

Siano Σ_0 e Σ_1 due sfere di Σ; O sia uno dei loro due centri di omotetia, π il loro piano radicale, e γ il cerchio (di questo piano) loro intersezione. È noto (9) che Σ_0 e Σ_1 sono mutate l'una nell'altra da una inversione di centro O; questa pone fra le due sfere una corrispondenza (detta di punti *antiomologhi*

---

(8) Cfr. op. cit. in (1), pag. 135.

(9) Cfr. TH. REYE, *Synthetische Geometrie der Kugeln und linearen Kugelsysteme*. Leipzig (Teubner), 1879, § 13 e § 5.

Digitized by Google

rispetto ad O), che può anche venir subordinata fra le due sfere, da una *omologia* avente O come centro, e π come piano di punti uniti: essa è dunque una corrispondenza *proiettiva*. D'altra parte i cerchi ortogonali ad entrambe le sfere Σ_0, Σ_1, sono i cerchi che contengono certi due punti fissi: *i fuochi* [10] di γ. Uno qualunque di quei cerchi sega Σ_0 e Σ_1 in due coppie di punti che sono *antiomologhi* rispetto ad O.

Ciò premesso, facciamo muovere Σ_1 entro Σ, e tendere a Σ_0. Se O è il centro di omotetia *inversa* di Σ_0, Σ_1, passando al limite punti antiomologhi delle due sfere vengono infinitamente vicini; il cerchio γ tende palesemente al cerchio caratteristico sito su Σ_0, mentre i cerchi ortogonali a Σ_0, Σ_1, tendono ai cerchi osculatori alle traiettorie ortogonali di Σ in punti di Σ_0. Per quanto precede si ha quindi:

Le traiettorie ortogonali di un qualunque sistema $\Sigma\,\infty^1$ *di sfere, stabiliscono fra due sfere diverse di* Σ *una corrispondenza che è proiettiva: essa è quindi una corrispondenza conforme* [11], *la quale muta cerchi* (sezioni piane) *in cerchi* (affinità circolare di Möbius). Di più: *I cerchi osculatori a dette traiettorie ortogonali* (supposte non rettilinee), *in punti di una stessa sfera di* Σ, *sono cerchi che hanno due punti a comune, che sono precisamente i fuochi del cerchio caratteristico a quella relativo; quei cerchi hanno quindi tutti il centro sul piano di detto cerchio caratteristico.*

11. — Presa una sfera Σ_0 di Σ, se Σ_0' è la sfera di Σ ad essa infinitamente prossima, la corrispondenza proiettiva di cui sopra fra Σ_0 e Σ_0' è una omologia avente per piano di punti uniti il piano π_0 del cerchio caratteristico relativo a Σ_0. Siano P_1 e P_2 due punti generici di Σ_0, e P_1', P_2' gli omologhi di Σ_0' (a quelli infinitamente prossimi). La retta P_1P_2 sega il piano π_0 in un punto P per cui deve pure passare la retta $P_1'P_2'$. Si ha quindi che:

Su due diverse traiettorie ortogonali di Σ *si ha una corrispondenza biunivoca, associando punti* P_1, P_2 *delle due curve che*

---

[10] Dato un cerchio γ di raggio r, i *fuochi* di γ sono i punti siti nel suo asse a una distanza $\pm\sqrt{-1}.r$ dal suo centro.

[11] Infatti essa muta le linee di lunghezza nulla (generatrici) dell'una sfera nelle linee di lunghezza nulla dell'altra.

Digitized by Google

stanno su di una stessa sfera del sistema: la rigata luogo delle ∞^1 *rette* P_1P_2 *congiungenti due punti omologhi è sviluppabile; precisamente il punto di contatto di* P_1P_2 *collo spigolo di regresso di detta sviluppabile, non è altro che il punto* P *traccia di* P_1P_2 *sul piano del cerchio caratteristico relativo alla sfera di* Σ *su cui stanno i punti* P_1, P_2 *considerati.*

12. — Conservando le precedenti notazioni, detti P_1, P_2, P_3 tre punti generici di Σ_0, e P_1', P_2', P_3' gli omologhi di Σ_0', si ha che P_1P_2 e $P_1'P_2'$, P_2P_3 e $P_2'P_3'$, P_3P_1 e $P_3'P_1'$ devono tagliarsi in tre punti appartenenti alla retta traccia comune su π_0, dei piani $P_1P_2P_3$ e $P_1'P_2'P_3'$. Da qui segue facilmente che:

Se si considerano tre traiettorie ortogonali di Σ, *le terne* P_1, P_2, P_3 *che su di esse segano le sfere di* Σ, *sono tali che* P_1P_2, P_2P_3, P_3P_1 *generano tre sviluppabili; i punti di contatto di queste tre rette coi rispettivi spigoli di regresso, sono tre punti di una medesima retta; questa retta genera alla sua volta una rigata sviluppabile, la quale non è altro che l'inviluppo dei vari piani* $P_1P_2P_3$.

13. — Consideriamo una superficie canale Ξ, inviluppo cioè di un sistema $\Sigma\infty^1$ di sfere. Consideriamo i relativi cerchi caratteristici (che sono un sistema di linee di curvatura di Ξ): le loro traiettorie ortogonali sono pure traiettorie ortogonali del sistema ∞^1 di sfere che si ha considerando per ogni sfera di Σ la sfera che la taglia ortogonalmente lungo il relativo cerchio caratteristico. Da quanto precede si ha quindi che:

Su di una superficie canale i cerchi sono punteggiati proiettivamente dalle loro traiettorie ortogonali; queste alla loro volta sono punteggiate da quelli in guisa tale che la retta che congiunge due punti omologhi di due di quelle curve genera una sviluppabile; ed inoltre tre qualunque di dette curve, prese a due a due, generano in tal guisa tre sviluppabili, i cui spigoli di regresso sono riferiti in guisa tale che tre punti omologhi qualunque sono allineati: la retta di questi tre punti genera alla sua volta una nuova sviluppabile.

Digitized by Google

Lo slittamento elastico nelle trasmissioni con cingoli

Nota del prof. ENRICO PISTOLESI

presentata dal Socio nazionale residente Modesto Panetti

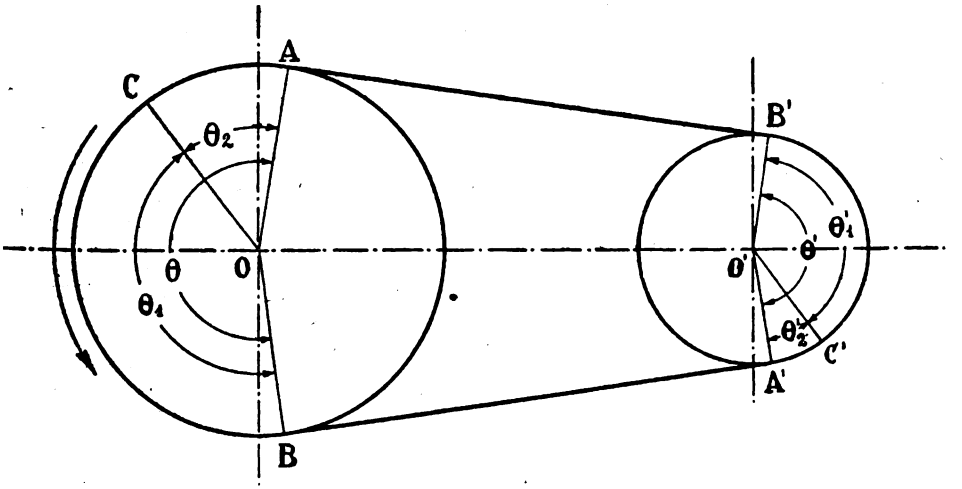
Nell'ordinaria trattazione delle trasmissioni con cingoli si suole considerare ciò che accade quando si è nella condizione limite di funzionamento, ma non si suole approfondire il problema nel caso in cui le tensioni dei due rami del cingolo sono superiori ai valori limiti. Inoltre, nella determinazione della perdita di velocità per slittamento elastico, si suppone che la velocità periferica della puleggia conduttrice uguagli la velocità del ramo più teso del cingolo, la velocità della puleggia condotta quella del ramo meno teso, il che significa supporre che lo scorrimento sulla fascia di ciascuna delle due pulegge avvenga tutto in una sola direzione. Ciò equivale ad ammettere che l'azione tangenziale fra cinghia e puleggia per ogni porzione elementare della fascia di questa possa restare inferiore al prodotto della corrispondente pressione normale per il coefficiente di aderenza, mentre invece, dato che vi è effettivo scorrimento fra le due superficie, l'azione tangenziale deve necessariamente uguagliare, in grandezza, tale prodotto.

Le precedenti osservazioni appariranno più chiare da quanto verremo esponendo, nell'intento di abbozzare una soluzione del problema esente da tali critiche.

Sia la puleggia di centro O conduttrice, quella di centro O' condotta. Siano T_1 e T_0 le tensioni nei due rami del cingolo, rispettivamente conduttore e condotto; sia infine θ l'angolo abbracciato su ogni puleggia dal cingolo (si astrae da una possibile differenza dovuta a inflessione della cinghia nei tratti liberi) ed f il coefficiente di aderenza. Siano C e C' i punti, rispettivamente della puleggia conduttrice e della puleggia condotta,

Digitized by Google

per i quali la velocità della puleggia e del cingolo coincidono. Fissando la nostra attenzione sulla puleggia conduttrice, si avrà scorrimento del cingolo in senso contrario al moto sull'arco CB, di ampiezza θ_1, scorrimento nello stesso senso del moto sull'arco AC, di ampiezza θ_2.



Se indichiamo con T_c la tensione del cingolo nel punto C, si avrà [1]:

(1) $$T_c = T_0 e^{f\theta_1} = T_1 e^{f\theta_2}$$

da cui:

(2) $$T_1 = T_0 e^{f\alpha}$$

avendo posto per semplicità:

$$\theta_1 - \theta_2 = \alpha .$$

Analogamente per la puleggia condotta si avrà:

(3) $$T_c' = T_0 e^{-f\theta_2'} = T_1 e^{-f\theta_1'}$$

---

[1] Qualora si voglia tener conto dell'influenza della forza centrifuga, basterà intendere che le T sono le tensioni effettive diminuite del termine $q\frac{v^2}{g}$.

Digitized by Google

e quindi:

$$T_1 = T_0\, e^{f(\theta_1' - \theta_2')}$$

da cui risulta:

$$\theta_1' - \theta_2' = \theta_1 - \theta_2$$

e poichè:

$$\theta_1' + \theta_2' = 2\pi - (\theta_1 + \theta_2)$$

segue:

$$\theta_1' = \pi - \theta_2 \qquad \theta_2' = \pi - \theta_1$$

il che significa che OC' è parallela ad OC.

Dalla (2), indicando con Q la forza periferica che deve esser trasmessa, si avrà:

$$T_0 = Q\,\frac{1}{e^{f\alpha} - 1} \qquad T_1 = Q\,\frac{e^{f\alpha}}{e^{f\alpha} - 1}$$

cioè le stesse formule che si hanno nel caso limite, con la sostituzione di $\alpha = \theta_1 - \theta_2$ all'angolo θ.

Per la determinazione di θ_1 e θ_2 si osservi che se poniamo

$$T^* = T_0 + T_1 \tag{4}$$

(T^*, se le pulegge sono lontane e la forza centrifuga è trascurabile, uguaglia all'incirca il doppio della tensione *iniziale* del cingolo, corrispondente a $Q = O$), si ha:

$$T^* = Q\,\frac{e^{f\alpha} + 1}{e^{f\alpha} - 1} = Q \coth\left(\frac{1}{2} f\alpha\right) \tag{5}$$

da cui:

$$\frac{1}{2}(\theta_1 - \theta_2) = \frac{1}{f} \operatorname{arc\,tgh} \frac{Q}{T^*}\,. \tag{6}$$

E poichè:

$$\frac{1}{2}(\theta_1 + \theta_2) = \frac{1}{2}\theta \tag{7}$$

segue:

$$\begin{cases} \theta_1 = \frac{1}{2}\theta + \frac{1}{f} \operatorname{arc\,tgh} \frac{Q}{T^*} \\ \theta_2 = \frac{1}{2}\theta - \frac{1}{f} \operatorname{arc\,tgh} \frac{Q}{T^*} \end{cases} \tag{8}$$

Digitized by Google

od anche, posto $\frac{T^*}{Q} = \tau$:

$$(9) \qquad \begin{cases} \theta_1 = \frac{1}{2}\left(\theta + \frac{1}{f}\log\frac{\tau+1}{\tau-1}\right) \\ \theta_2 = \frac{1}{2}\left(\theta - \frac{1}{f}\log\frac{\tau+1}{\tau-1}\right) \end{cases}$$

e analogamente per θ_1' e θ_2'.

Si ottengono θ_1' e θ_2' cambiando θ in $\theta' = 2\pi - \theta$. Se, ad esempio, $\frac{Q}{T} = 0.25$, si ha:

$$\theta_1 = \frac{\theta}{2} + \frac{0.255}{f} \qquad \theta_2 = \frac{\theta}{2} - \frac{0.255}{f}.$$

Si raggiungerebbe la condizione limite (nel caso che sia $\theta = \pi$) per $f = 0.162$.

Per la determinazione dello slittamento elastico osserviamo che la velocità V della ruota conduttrice è quella del punto C e la velocità V' della ruota condotta è quella del punto C'. Indicata con S la sezione e con E il modulo di elasticità della cinghia, con ϵ lo scorrimento relativo $(V - V')/V$, si ha:

$$(10) \qquad \epsilon = \sim \frac{T_c - T_c'}{ES}$$

ossia, con facili trasformazioni:

$$(11) \qquad \epsilon = \frac{Q}{ES}\sqrt{\tau^2 - 1}\,\frac{e^{f\frac{\theta}{2}} - e^{f\frac{\theta'}{2}}}{2}.$$

È facile verificare che, nel caso limite, $\epsilon = \frac{Q}{ES}$. Per questo si osservi prima di tutto che il caso limite può verificarsi soltanto per $\theta = \theta' = \pi$.

Allora la (11) fornisce [1]:

$$(11)' \qquad \epsilon = \frac{Q}{ES}\sqrt{\tau^2 - 1}\,\operatorname{senh}\left(f\frac{\pi}{2}\right).$$

[1] In generale, posto $\theta = \pi + \delta$ e quindi $\theta' = \pi - \delta$, la (11) può scriversi:

$$\epsilon = \frac{Q}{ES}\sqrt{\tau^2 - 1}\,\operatorname{senh}\left(f\frac{\pi}{2}\right)e^{f\frac{\delta}{2}}.$$

Digitized by Google

Ma nel caso limite, per la (5), $\tau = \coth\left(f\frac{\pi}{2}\right)$ e quindi:

$$\sqrt{\tau^2 - 1} = \frac{1}{\operatorname{senh}\left(f\frac{\pi}{2}\right)} \tag{12}$$

il che dimostra l'asserto.

La (11)′ mette in evidenza l'influsso di τ. Se indichiamo con τ_0 il valor limite di τ, caratterizzato, come si è visto, dalla condizione (12), il valore di ϵ per $\tau > \tau_0$ sarà aumentato rispetto al valor limite nel rapporto:

$$\frac{\sqrt{\tau^2 - 1}}{\sqrt{\tau_0^2 - 1}}.$$

Ad esempio, per $f = 0.32$, $\operatorname{senh}(0.16\,\pi) = 0.521$ e quindi $\tau_0 = 2.16$. Per $\tau = 4$ si ha circa uno slittamento doppio di quello corrispondente al caso limite $\tau_0 = 2.16$.

Da quanto precede si deduce l'interessante conseguenza che, crescendo oltre il necessario il tiro della cinghia, si aggrava lo slittamento.

Gennaio 1926.

Digitized by Google

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 21 Marzo 1926

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE FRANCESCO RUFFINI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci D'Ovidio, Guidi, Parona, Grassi, Panetti, Herlitzka e il Segretario Mattirolo.

Scusano l'assenza i Soci Peano, Sacco e Somigliana.

Il Segretario legge il verbale dell'adunanza precedente, che risulta approvato senza osservazioni.

Il Presidente comunica una lettera del matematico polacco T. Ciuropajlowicz che accompagna una Nota sul Teorema di Fermat e chiede all'Accademia il parere sul suo lavoro. Il Presidente propone, e l'Accademia approva, che il lavoro sia dato in esame al Socio Peano il quale riferirà all'Accademia e all'Autore.

Il Socio Guidi presenta per l'inserzione negli *Atti* due Note. La 1ª, del Dott. Vincenzo Odone, porta il titolo: *Oscillazioni trasversali di una sbarra provocate da moto oscillatorio periodico di un'estremità - Influenza degli Attriti* - ed ha rapporto allo studio delle vibrazioni ritmiche dei macchinarii degli stabilimenti industriali e ai loro effetti. L'Autore propone e descrive anche un istrumento destinato a registrare tali oscillazioni.

Digitized by Google

La 2ª Nota è del Prof. Enrico Pistolesi e porta il titolo: *Slittamento elastico nel rotolamento*, studio di problemi che riguardano l'effetto dell'attrito sui cerchioni degli automobili.

L'Autore considera il comportamento di un cerchione elasticamente deformabile a contatto di un terreno rigido, quando la ruota alla quale il cerchione è applicato, compie l'ufficio motore. In conseguenza della indagine l'attrito al rotolamento risulta una conseguenza di uno strisciamento dei singoli elementi del cerchione a contatto col suolo.

Il Socio Mattirolo, nel nome del Socio Somigliana assente, presenta per la inserzione negli *Atti* una Nota dell'Ing. Paolo Vocca, *La registrazione automatica dei segnali radiotelegrafici e un nuovo metodo per la eliminazione degli errori differenziali di registrazione nelle determinazioni di longitudine.*

La Nota viene accolta per gli *Atti* soltanto dopo la dichiarazione del Socio D'Ovidio, che assume la presentazione del lavoro, avendo il Socio Somigliana già disposto delle pagine di stampa a lui concesse dalle disposizioni regolamentari vigenti.

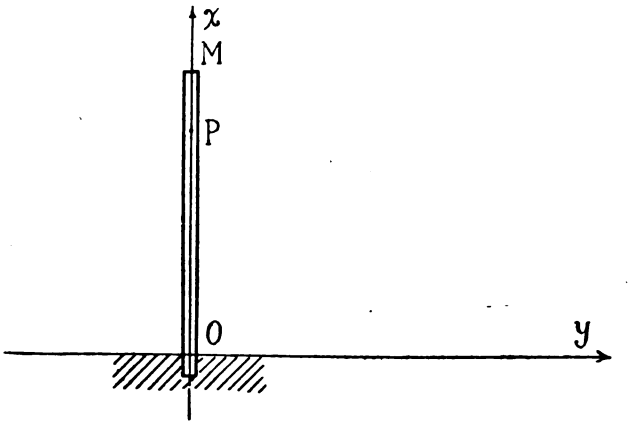
Digitized by Google

LETTURE

Oscillazioni trasversali di una sbarra provocate da moto translatorio periodico di un'estremità. Influenza degli attriti.

Nota del Dott. VINCENZO ODONE
presentata dal Socio nazionale residente C. Guidi

La questione, che ci proponiamo di risolvere, è la seguente:



Sia OM una sbarra (per esempio a sezione rettangolare) incastrata all'estremo O e libera all'altro. La sbarra si trovi in un mezzo resistente e l'incastro O si muova di dato moto periodico traslatorio in direzione Oy.

La resistenza del mezzo, per un elemento qualunque della sbarra, sia proporzionale alla velocità assoluta dell'elemento stesso. Inoltre l'isteresi elastica del materiale, da cui è for-

Digitized by Google

mata la sbarra, pur essendo di piccola entità, non sia trascurabile (*).

Si vuole determinare la legge del moto dell'altro estremo M relativamente agli assi mobili (x, y) solidali all'incastro.

Il problema è quindi corrispondente a quello che si presenta in sismologia per i pendoli.

Per la soluzione di esso consideriamo, oltre gli assi mobili (x, y), gli assi fissi (ξ, η) paralleli ai primi e con loro coincidenti nella posizione iniziale.

Il moto assoluto di un punto qualunque P dell'asse della sbarra di ascissa x sarà caratterizzato, per piccole deformazioni, dalle equazioni

$$\xi = x$$
$$\eta = \eta\,(x, t).$$

Ora noi possiamo riguardare il moto assoluto di P come composto del moto (di trascinamento) del sistema degli assi mobili (x, y) e del moto relativo a questo sistema.

Il moto di trascinamento sia rappresentato dalla funzione periodica del tempo

$$u = u\,(t)$$

per la quale facciamo la convenzione che sia sviluppabile in serie di Fourier.

Il moto relativo, che è dovuto alle deformazioni elastiche della sbarra, sia rappresentato dalla funzione

$$y = y\,(x, t).$$

Le equazioni cinematiche del moto assoluto si possono dunque mettere sotto la forma

$$\xi = x$$
$$\eta = u + y. \tag{1}$$

(*) Che l'effetto dell'isteresi elastica non sia trascurabile rispetto a quello della resistenza dell'aria, anche quando non si sorpassa il limite di elasticità, l'abbiamo constatato, osservando lo smorzamento, prima nell'aria e poi nel vuoto, delle oscillazioni libere di alcune lamine d'acciaio.

Digitized by Google

Ora supponiamo, per un momento, che la sbarra sia in quiete e soggetta a forze statiche agenti parallelamente ad Oy e ripartite con legge rappresentata dalla funzione

$$p = p\,(x)$$

ove p esprime la forza, riferita all'unità di lunghezza, in corrispondenza ad un punto di ascissa x. In questo caso, come si sa, l'equazione differenziale della curva elastica, rispetto agli assi (x, y) (ammesso, come è spesso lecito, che siano trascurabili le deformazioni dovute agli sforzi di taglio), è data, sempre per piccole deformazioni, dalla seguente eguaglianza:

$$EJ\frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = p\,(x) \tag{2}$$

ove E è il modulo di Joung e J è il momento d'inerzia della sezione rispetto all'asse orizzontale baricentrico.

Ciò premesso, ritornando al caso della sbarra in moto e considerando il problema dinamico, questo si risolve facilmente, se si tiene presente che, pel principio d'Alembert, possiamo ridurlo ad un problema statico qualora si considerino, invece delle forze rappresentate nella (2) da $p\,(x)$, le forze d'inerzia, sommate, naturalmente, a quelle d'attrito.

In corrispondenza ad un punto intermedio P della sbarra, la forza d'inerzia e la resistenza del mezzo, riferite all'unità di lunghezza, sono rappresentate rispettivamente dalle espressioni:

$$-m\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} \tag{3}$$

$$-k\frac{\partial \eta}{\partial t} \tag{4}$$

dove m è la massa della sbarra per unità di lunghezza e k è un coefficiente relativo all'attrito del mezzo.

Se non esistesse l'isteresi elastica, per avere l'equazione del movimento, basterebbe, per quanto si è detto, sostituire nella (2) a $p\,(x)$ la somma dei termini (3) e (4). Avremmo così l'eguaglianza

$$EJ\frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = -m\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} - k\frac{\partial \eta}{\partial t}$$

Digitized by Google

che diventerebbe, tenendo presente la 2ª delle (1),

$$EJ\frac{\partial^4\eta}{\partial x^4} + m\frac{\partial^2\eta}{\partial t^2} + k\frac{\partial\eta}{\partial t} = 0.$$

Ma per tener conto dell'isteresi elastica dovremo ammettere che le deformazioni siano in ritardo rispetto alle tensioni corrispondenti. Per semplicità ammettiamo che il ritardo sia costante, salvo a giustificare questo in seguito. Allora l'espressione

$$EJ\frac{\partial^4 y}{\partial x^4}$$

dovrà essere calcolata, per un valore del tempo $t+\tau$, ove τ esprime l'avanzo di fase della forza elastica rispetto alla deformazione corrispondente. Avremo così l'equazione

$$EJ\left(\frac{\partial^4 y}{\partial x^4}\right)_{t+\tau} = -m\frac{\partial^2\eta}{\partial t^2} - k\frac{\partial\eta}{\partial t}$$

che diventerà, tenendo presente la 2ª delle (1),

$$EJ\left(\frac{\partial^4\eta}{\partial x^4}\right)_{t+\tau} + m\frac{\partial^2\eta}{\partial t^2} + k\frac{\partial\eta}{\partial t} = 0. \tag{5}$$

Prima d'integrare detta equazione vogliamo fare alcune considerazioni sul fenomeno d'isteresi elastica. Detto fenomeno dà luogo ad una perdita di energia rappresentata nel diagramma (σ, α) (tensioni, allungamenti) dall'area del ciclo d'isteresi. In realtà quando la deformazione varia con legge sinusoidale in funzione del tempo l'avanzo della forza rispetto alla deformazione corrispondente non è costante. Se invece l'avanzo fosse costante, si avrebbe ancora un ciclo d'isteresi, ma questo però avrebbe una forma diversa da quella reale. Infatti consideriamo le seguenti funzioni:

$$\begin{aligned} \sigma &= \sigma_0 \operatorname{sen}(bt+\theta) \\ \alpha &= \alpha_0 \operatorname{sen} bt \end{aligned} \tag{6}$$

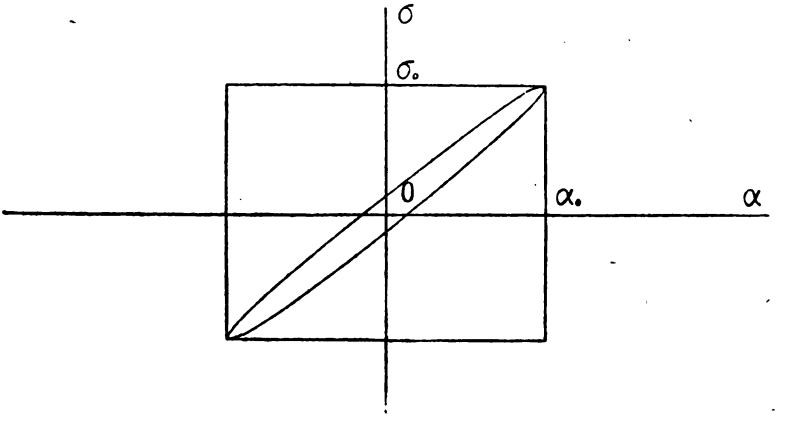
che rappresentano la legge con cui variano la tensione e la deformazione, essendo σ_0 la tensione massima, α_0 la deformazione massima e θ l'angolo di sfasamento.

Digitized by Google

L'equazione della curva, che nel diagramma (σ, α) rappresenta il ciclo d'isteresi, si ottiene eliminando il tempo dalle (6)

$$\frac{\sigma^2}{\sigma_0^2} + \frac{\alpha^2}{\alpha_0^2} - \frac{2\alpha\sigma}{\alpha_0\sigma_0}\cos\theta = \operatorname{sen}^2\theta.$$

Detta equazione rappresenta un'ellisse cogli assi passanti per l'origine ed iscritta nel rettangolo che circoscrive il ciclo reale d'isteresi e che ha i lati paralleli agli assi coordinati



Al variare di θ varia l'inclinazione dei suoi assi rispetto agli assi coordinati. Noi sceglieremo θ in modo che l'area del ciclo $(\pi\sigma_0\alpha_0 \operatorname{sen}\theta)$ equivalga a quella W del ciclo reale, che rappresenta il lavoro perduto riferito all'unità di volume.

Porremo cioè

$$W = \pi\sigma_0\alpha_0 \operatorname{sen}\theta.$$

Ora notando che

$$\sigma_0 = E\alpha_0$$

si ha

$$W = \pi E\alpha_0^2 \operatorname{sen}\theta.$$

In pratica è più conveniente esprimere la perdita di energia, relativa ad un ciclo d'isteresi, mediante la formola

(7) $$W = cE\alpha_0^2$$

Digitized by Google

ove il coefficiente c introdotto è legato a θ dalla relazione

$$c = \pi \operatorname{sen} \theta \cong \pi \theta. \tag{8}$$

L'approssimazione ultima è lecita, essendo θ in generale una quantità piccolissima per deformazioni abbastanza piccole. Anzi, in siffatte condizioni, è noto che il coefficiente c, che è un numero astratto, è in generale costante per uno stesso materiale (*).

Definito colla (8) l'avanzo angolare della forza elastica rispetto alla deformazione, resta evidentemente anche definito colla relazione

$$\theta = b\tau \tag{9}$$

il tempo τ di anticipo che compare nella equazione differenziale (5). Ora non ci resta che di integrare detta equazione.

L'integrale dovrà essere evidentemente la somma di due funzioni, di cui una rappresenta un moto oscillatorio smorzato, che, dopo un certo tempo, praticamente si annulla, l'altra un moto persistente. È di quest'ultima che ci vogliamo occupare.

Come integrale di prova prendiamo il seguente:

$$\eta = I\, e^{Ax+jbt} + I_0\, e^{A_0 x - jbt} \tag{10}$$

ove I, I_0 ed A, A_0 possono essere eventualmente grandezze complesse coniugate, mentre b, trattandosi di moto periodico persistente, dev'essere una grandezza reale, che, per giunta, possiamo considerare positiva.

Sostituendo nella (5) ad η il valore (10) si ha

$$I\,(EJA^4\, e^{jb\tau} - mb^2 + jkb)\, e^{Ax+jbt} + \\ + I_0\,(EJA_0{}^4\, e^{-jb\tau} - mb^2 - jkb)\, e^{A_0 x - jbt} = 0.$$

(*) Ciò risulta, per es., dalle teorie ed esperienze di Von K. Bennewitz (" Phys. Zeitschr. „, 25, 421, 1924). Anzi, secondo dette teorie ed esperienze, anche l'avanzo angolare, in condizioni stazionarie ed analoghe alle nostre, è ad ogni istante costante (per lo stesso materiale), e quindi l'ellisse da noi dianzi considerata si può ritenere che rappresenti effettivamente anche il ciclo reale.

Digitized by Google

Dovendo detta uguaglianza verificarsi per qualunque valore di x e di t ed avvertendo che

$$b\tau = \theta$$

si ha

$$EJA^4 e^{j\theta} - mb^2 + jkb = 0$$
$$EJA_0^4 e^{-j\theta} - mb^2 - jkb = 0$$

da cui ponendo

$$\operatorname{tg}\theta_1 = \frac{k}{mb} \tag{11}$$

si ha

$$A^4 e^{j\theta} - \frac{mb^2}{EJ}(1 - j\operatorname{tg}\theta_1) = 0$$
$$A_0^4 e^{-j\theta} - \frac{mb^2}{EJ}(1 + j\operatorname{tg}\theta_1) = 0$$

ossia

$$A^4 e^{j\theta} - \frac{mb^2}{EJ\cos\theta_1} e^{-j\theta_1} = 0$$
$$A_0^4 e^{-j\theta} - \frac{mb^2}{EJ\cos\theta_1} e^{j\theta_1} = 0. \tag{12}$$

Posto

$$\mu = \sqrt[4]{\frac{mb^2}{EJ}} \tag{13}$$

e risolte le (12) rispetto ad A ed A_0, si hanno rispettivamente 4 valori, che sono rappresentati dalle espressioni

$$A = \frac{\mu}{\sqrt[4]{|\cos\theta_1|}} e^{-j\frac{\theta_1+\theta+2h\pi}{4}}$$
$$A_0 = \frac{\mu}{\sqrt[4]{\cos\theta_1}} e^{j\frac{\theta_1+\theta+2h\pi}{4}} \tag{14}$$

essendo $h = 0, 1, 2, 3$.

Noi faremo vedere in seguito che la quantità

$$\epsilon = \frac{\theta_1+\theta}{4} \tag{15}$$

è, per es., per lamine d'acciaio vibranti nell'aria, estremamente piccola. Quindi a maggior ragione sono estremamente piccole le

Digitized by Google

quantità positive θ_1 e θ, cosicchè si potrà ritenere (trascurando gli infinitesimi di ordine superiore al 1°)

$$\begin{aligned} &\cos\theta_1 = 1 \\ &\cos\frac{\theta_1+\theta}{4} = 1 \\ &\operatorname{sen}\frac{\theta_1+\theta}{4} = \frac{\theta_1+\theta}{4} \end{aligned} \tag{16}$$

per cui le (14) diventeranno

$$\begin{aligned} A &= \mu(1-j\epsilon)\,\alpha_h \\ A_0 &= \mu(1+j\epsilon)\,\alpha_h \end{aligned}$$

ove il simbolo α_h sta a rappresentare le radici quarte dell'unità.

Osserviamo incidentalmente, poichè occorrerà saperlo in seguito, che per la (11) e per la (8) il valore di ϵ è dato dalla seguente formola:

$$\epsilon = \frac{\theta_1+\theta}{4} = \frac{k}{4mb} + \frac{c}{4\pi}$$

od anche, poichè il valore di b è legato alla frequenza f dalla relazione

$$b = 2\pi f, \tag{17}$$

dalla

$$\epsilon = \frac{k}{8\pi m f} + \frac{c}{4\pi}. \tag{18}$$

Ora scriviamo esplicitamente le radici A_1, A_2, A_3, A_4 corrispondenti ad A, e le radici A_5, A_6, A_7, A_8 corrispondenti ad A_0.

$$\begin{aligned} A_1 &= \mu - j\mu\epsilon \\ A_2 &= -\mu + j\mu\epsilon \\ A_3 &= j\mu + \mu\epsilon \\ A_4 &= -j\mu - \mu\epsilon. \end{aligned} \tag{19}$$

$$\begin{aligned} A_5 &= \mu + j\mu\epsilon \\ A_6 &= -\mu - j\mu\epsilon \\ A_7 &= j\mu - \mu\epsilon \\ A_8 &= -j\mu + \mu\epsilon. \end{aligned} \tag{20}$$

Digitized by Google

L'integrale cercato della (5) sarà dunque

$$\eta = \sum_{b}^{h} \{ e^{jbt} (I_1 e^{A_1 x} + I_2 e^{A_2 x} + I_3 e^{A_3 x} + I_4 e^{A_4 x}) + \\ + e^{-jbt} (I_5 e^{A_5 x} + I_6 e^{A_6 x} + I_7 e^{A_7 x} + I_8 e^{A_8 x}) \}$$

ove le costanti I_1, I_2, I_3, I_4 sono rispettivamente complesse coniugate di I_5, I_6, I_8, I_7, perchè, nel nostro caso, il risultato deve essere naturalmente reale.

La sommatoria si riferisce agli armonici che sono contenuti nella funzione

$$u = u(t)$$

che, come abbiamo convenuto, rappresenta il moto di trascinamento.

Senza togliere generalità al problema, possiamo considerare solo un armico u_b e prescindere dal segno di detta sommatoria.

Il valore η_b che gli corrisponde sarà quindi

$$\eta_b = e^{jbt} (I_1 e^{A_1 x} + I_2 e^{A_2 x} + I_3 e^{A_3 x} + I_4 e^{A_4 x}) + \\ + e^{-jbt} (I_5 e^{A_5 x} + I_6 e^{A_6 x} + I_7 e^{A_7 x} + I_8 e^{A_8 x}).$$

Si tratta di imporre le condizioni ai limiti.

Esse sono rappresentate dalle seguenti eguaglianze, che devono valere per qualunque valore del tempo:

$$(21) \qquad (\eta_b)_{x=0} = u_b = u_0 \cos(bt + \psi)$$

$$(22) \qquad \left(\frac{\partial y_b}{\partial x}\right)_{x=0} = 0 ; \qquad \left(\frac{\partial^2 y_b}{\partial x^2}\right)_{x=l} = 0 ; \qquad \left(\frac{\partial^3 y_b}{\partial x^3}\right)_{x=l} = 0$$

ove u_0 è l'ampiezza massima di vibrazione della base ed l la lunghezza della sbarra.

Tenendo presente che

$$(23) \qquad \eta_b = y_b + u_b$$

le (22) si traducono nelle seguenti:

$$(24) \qquad \left(\frac{\partial \eta_b}{\partial x}\right)_{x=0} = 0 ; \qquad \left(\frac{\partial^2 \eta_b}{\partial x^2}\right)_{x=l} = 0 ; \qquad \left(\frac{\partial^3 \eta_b}{\partial x^3}\right)_{x=l} = 0$$

le quali naturalmente debbono valere per qualunque valore del tempo.

Digitized by Google

Tenendo conto delle condizioni (21) e (24), si trova, dopo laboriosi calcoli, l'integrale η_b della (5) con imposte le condizioni ai limiti. Calcolandolo per $x = l$, si perviene alla funzione η_{Mb} che esprime la legge del moto assoluto dell'estremità libera M della sbarra. Si trova precisamente

$$(25)\quad \eta_{Mb} = u_0 \frac{mr + ns}{r^2 + s^2} \cos(bt + \psi) + u_0 \frac{ms - nr}{r^2 + s^2} \operatorname{sen}(bt + \psi)$$

essendo

$$(26)\quad \begin{aligned} m &= 2(\cos \epsilon\varphi \operatorname{Cos} \varphi + \cos \varphi \operatorname{Cos} \epsilon\varphi) \\ n &= 2(\operatorname{sen} \varphi \operatorname{Sen} \epsilon\varphi - \operatorname{sen} \epsilon\varphi \operatorname{Sen} \varphi) \\ r &= 2 + \cos\varphi(1+\epsilon)\operatorname{Cos}\varphi(1-\epsilon) + \cos\varphi(1-\epsilon)\operatorname{Cos}\varphi(1+\epsilon) \\ s &= \operatorname{sen}\varphi(1-\epsilon)\operatorname{Sen}\varphi(1+\epsilon) - \operatorname{sen}\varphi(1+\epsilon)\operatorname{Sen}\varphi(1-\epsilon) \end{aligned}$$

ove φ è dato dalla seguente formola:

$$(27)\quad \varphi = l \sqrt[4]{\frac{4\pi^2 m f^2}{EJ}}$$

mentre ϵ è dato dalla (18).

La funzione, invece, y_{Mb}, che più c'interessa e che esprime il moto relativo dell'estremità libera M, è evidentemente uguale, per le (23), (21) e (25), a

$$(28)\quad y_{Mb} = u_0 \frac{(mr + ns - r^2 - s^2)\cos(bt + \psi) + (ms - nr)\operatorname{sen}(bt + \psi)}{r^2 + s^2}$$

La (28) risolve il problema propostoci. Infatti, scomposta la funzione $u = u(t)$, che esprime il moto oscillatorio della base, in serie di Fourier, ogni armonico si potrà mettere sotto la forma (21) e quindi si potrà calcolare la y_M corrispondente colla (28). La y_M risultante sarà la somma

$$y_M = y_{M1} + y_{M2} + y_{M3} + \ldots$$

dei valori di y_M calcolati successivamente colla (28).

La soluzione trovata ci sembra che possa avere un certo interesse in sismologia.

Digitized by Google

Osservazioni. — Ritornando al caso di un solo armonico, si trova facilmente che il rapporto $\frac{\eta_0}{u_0}$ fra le ampiezze massime di η_{Mb} e di u_b è dato, in base alla (25), dalla formola

$$\frac{\eta_0}{u_0} = \sqrt{\frac{m^2 + n^2}{r^2 + s^2}} \tag{29}$$

e che il rapporto $\frac{y_0}{u_0}$ fra le ampiezze massime di y_{Mb} ed u_b è dato, in base alla (28), dalla seguente altra formola:

$$\frac{y_0}{u_0} = \sqrt{\frac{m^2 + n^2}{r^2 + s^2} + 1 - 2\frac{mr + ns}{r^2 + s^2}}\,. \tag{30}$$

Nel caso che manchi la resistenza del mezzo e si prescinda dell'isteresi elastica, le (26) diventano

$$\begin{aligned} m &= 2\,(\mathrm{Cos}\,\varphi + \cos\varphi) \\ n &= 0 \\ r &= 2\,(1 + \cos\varphi\,\mathrm{Cos}\,\varphi) \\ s &= 0 \end{aligned}$$

e le (28) e (30)

$$y_{Mb} = \left(\frac{\mathrm{Cos}\,\varphi + \cos\varphi}{1 + \cos\varphi\,\mathrm{Cos}\,\varphi} - 1\right) u_0 \cos(bt + \psi)$$

$$\frac{y_0}{u_0} = \frac{\cos\varphi + \mathrm{Cos}\,\varphi}{1 + \cos\varphi\,\mathrm{Cos}\,\varphi} - 1\,.$$

Si noti che φ è funzione, fra l'altro, della frequenza.

Quando

$$1 + \cos\varphi\,\mathrm{Cos}\,\varphi = 0 \tag{31}$$

la y_0 diventa infinita e si ha quindi la risonanza.

L'equazione ultima è notissima in quanto si presenta nel problema della ricerca del periodo delle oscillazioni libere di una sbarra. Si sa che le soluzioni sono infinite e precisamente le seguenti:

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= 1{,}87510 \\ \varphi_2 &= 4{,}69410 \\ \varphi_3 &= 7{,}85476 \\ &\cdots\cdots\cdots \end{aligned} \tag{32}$$

di cui la prima è relativa alla oscillazione fondamentale.

Digitized by Google

Considerazioni sulla risonanza. — Nel caso della risonanza, anche considerando gli attriti, l'amplificazione $\frac{y_0}{u_0}$, come vedremo, è generalmente notevolissima, e quindi è lecito ritenere

$$\frac{y_0}{u_0} \sim \frac{\eta_0}{u_0} = \sqrt{\frac{m^2+n^2}{r^2+s^2}}. \tag{33}$$

Nel caso dell'oscillazione fondamentale e delle prime, almeno, oscillazioni superiori, si sa che il periodo nel vuoto è sensibilmente eguale a quello nell'aria, e quindi, per es., nel caso della oscillazione fondamentale, possiamo assumere per φ il valore dato dalla prima delle (32), ossia:

$$\varphi_1 = 1{,}87510\ldots \tag{34}$$

Poichè, come faremo vedere, ϵ è molto piccolo, sarà piccolo anche $\epsilon\varphi_1$, e quindi possiamo sostituire alle funzioni trigonometriche ed iperboliche, che compaiono nelle (26), i valori, che risultano dalle seguenti uguaglianze (in cui si trascurano gli infinitesimi di ordine superiore al 1°):

$$\begin{aligned}
&\cos\epsilon\varphi_1 = \mathrm{Cos}\,\epsilon\varphi_1 = 1\\
&\operatorname{sen}\varphi_1(1+\epsilon) = \operatorname{sen}\varphi_1 + \epsilon\varphi_1\cos\varphi_1\\
&\operatorname{sen}\varphi_1(1+\epsilon) = \operatorname{sen}\varphi_1 - \epsilon\varphi_1\cos\varphi_1\\
&\cos\varphi_1(1+\epsilon) = \cos\varphi_1 - \epsilon\varphi_1\operatorname{sen}\varphi_1\\
&\cos\varphi_1(1-\epsilon) = \cos\varphi_1 + \epsilon\varphi_1\operatorname{sen}\varphi_1\\
&\mathrm{Sen}\,\varphi_1(1+\epsilon) = \mathrm{Sen}\,\varphi_1 + \epsilon\varphi_1\,\mathrm{Cos}\,\varphi_1\\
&\mathrm{Sen}\,\varphi_1(1-\epsilon) = \mathrm{Sen}\,\varphi_1 - \epsilon\varphi_1\,\mathrm{Cos}\,\varphi_1\\
&\mathrm{Cos}\,\varphi_1(1+\epsilon) = \mathrm{Cos}\,\varphi_1 + \epsilon\varphi_1\,\mathrm{Sen}\,\varphi_1\\
&\mathrm{Cos}\,\varphi_1(1-\epsilon) = \mathrm{Cos}\,\varphi_1 - \epsilon\varphi_1\,\mathrm{Sen}\,\varphi_1.
\end{aligned} \tag{35}$$

Fatte le debite sostituzioni nelle (26), si ha:

$$\begin{aligned}
m &= 2(\cos\varphi_1 + \mathrm{Cos}\,\varphi_1)\\
n &= 2\epsilon\varphi_1(\operatorname{sen}\varphi_1 - \mathrm{Sen}\,\varphi_1)\\
r &= 2(1+\cos\varphi_1\,\mathrm{Cos}\,\varphi_1) + 2\epsilon\varphi_1\operatorname{sen}\varphi_1\,\mathrm{Sen}\,\varphi_1\\
s &= 2\epsilon\varphi_1(\operatorname{sen}\varphi_1\,\mathrm{Cos}\,\varphi_1 - \mathrm{Sen}\,\varphi_1\cos\varphi_1).
\end{aligned} \tag{36}$$

Digitized by Google

Sostituendo, al posto dell'argomento delle funzioni trigonometriche ed iperboliche, il valore (34) e tenendo presente che

$$1 + \cos \varphi_1 \operatorname{Cos} \varphi_1 = 0$$

si trova:

$$m = 2 \,.\, 3{,}0377$$
$$n = -2 \,.\, 2{,}2300\, \epsilon \varphi_1$$
$$r = 2 \,.\, 3{,}0378\, \epsilon \varphi_1$$
$$s = 2 \,.\, 4{,}1381\, \epsilon \varphi_1 .$$

La (33), tenendo conto di detti valori, diventa quindi

$$\frac{y_0}{u_0} = \sqrt{\frac{(3{,}0377)^2}{26{,}3521\, \epsilon^2 \varphi_1^2} + \frac{(2{,}2300)^2}{26{,}3521}} .$$

Poichè la seconda frazione è minore dell'unità, possiamo trascurarla di fronte alla prima di ordine considerevolmente maggiore, sempre perchè ϵ è piccolissimo, e quindi, sostituendo a φ_1 il valore (34), si ha semplicemente

$$\left(\frac{y_0}{u_0}\right)_1 = 0{,}31559\, \frac{1}{\epsilon} . \tag{37}$$

Ricordando poi che per la (18)

$$\epsilon = \frac{k}{8\pi m f} + \frac{c}{4\pi} \tag{38}$$

si trova finalmente

$$\left(\frac{y_0}{u_0}\right)_1 = 0{,}31559 - \frac{1}{\frac{k}{8\pi m f} + \frac{c}{4\pi}} . \tag{39}$$

Osservando che anche per l'oscillazione, che segue la fondamentale, il prodotto $\epsilon \varphi_2$ è quantità molto piccola, si deduce che anche in detto caso si può applicare il procedimento di calcolo usato dianzi. A calcoli eseguiti si trova

$$\left(\frac{y_0}{u_0}\right)_2 = 0{,}1520\, \frac{1}{\epsilon} \tag{40}$$

Digitized by Google

e, sostituendo ad ϵ il valore (38), si trova ancora

$$(41) \qquad \left(\frac{y_0}{u_0}\right)_2 = 0{,}1520 \frac{1}{\frac{k}{8\pi mf} + \frac{c}{4\pi}}.$$

Considerando, invece delle amplificazioni, i valori inversi, dalle (39) e (41) si passa alle seguenti:

$$(42) \qquad \left(\frac{u_0}{y_0}\right)_1 = 0{,}2521 \left(\frac{k}{2mf} + c\right)$$

$$(43) \qquad \left(\frac{u_0}{y_0}\right)_2 = 0{,}5265 \left(\frac{k}{2mf} + c\right).$$

Ricordiamo che:

m = massa per unità di lunghezza della sbarra

k = coefficiente di resistenza dell'aria per unità di lunghezza della sbarra

f = frequenza delle oscillazioni

c = costante relativa all'isteresi definita dalla (7).

Data la legge complessa della resistenza dell'aria, k ha solo un significato teorico: esso lo immagineremo riferirsi ad un mezzo ideale, per cui valga la legge semplice considerata e che, sostituito all'aria, permetta la stessa amplificazione alla lamina nelle stesse condizioni di regime. Naturalmente, variando dette condizioni, in generale varierà il mezzo e quindi il coefficiente k.

La teoria e le formule precedenti, in particolare le (42) e (43), servono anzitutto a risolvere il seguente problema: Nota l'amplificazione di una lamina vibrante, in risonanza, determinare il coefficiente k, dianzi definito, ed il coefficiente c di isteresi elastica.

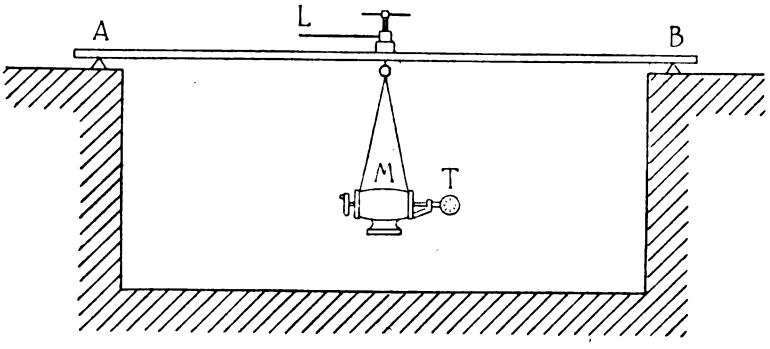
Eseguendo, infatti, esperienze di risonanza con due lamine di spessore diverso ed in condizioni opportune (affinchè k rimanga costante) la (42), a mo' d'esempio, può fornire, per il caso dell'oscillazione fondamentale, due equazioni simultanee nelle incognite k e c, che si possono così determinare.

Le (42) e (43) contengono poi i suggerimenti necessari per la costruzione di un apparecchio, fondato sul principio della risonanza, che permetta di determinare i movimenti vibratori (assoluti), a cui sono soggetti gli edifici industriali contenenti macchine a regime periodico.

Digitized by Google

Un tale apparecchio (che potrebbe servire, p. es., a risolvere le liti, che spesso sorgono fra utenti e padroni relativamente al tremito degli edifici) si presenterebbe analogo ai soliti frequenziometri per correnti alternate e darebbe contemporaneamente la frequenza e l'amplificazione, la quale si calcolerebbe con le (42) e (43), se sono noti i valori delle costanti, oppure si leggerebbe direttamente sull'apparecchio, se questo è appositamente tarato.

La taratura di qualcuna delle lamine, che potrebbero poi comporre l'apparecchio, cioè la determinazione sperimentale dell'amplificazione è stata da noi effettuata col seguente dispositivo:



Sulle sponde *A* e *B* di una fossa murata, nelle cantine del Laboratorio di Fisica della R. Scuola di Ingegneria di Torino, e su appositi sostegni a coltello abbiamo collocato una tavola di legno, che teneva sospeso al centro, mediante fili di ferro, un piccolo motore *M* bipolare a corrente continua con eccitazione indipendente. Alla puleggia del motorino veniva fissata una massa eccentrica regolabile, che, funzionando il motore, poteva far vibrare la tavola con l'ampiezza che si desiderava.

Nel centro della tavola stessa veniva poi fissata, con apposito morsetto, la lamina *L* in esame. L'ampiezza di vibrazione dell'estremità libera veniva misurata con regolo millimetrato, mentre l'ampiezza di vibrazione dell'estremità fissata al morsetto veniva misurata con microscopio fornito di micrometro oculare, che consentiva l'approssimazione di 1/200 di mm.

Si poteva così da dette misure dedurre il rapporto di amplificazione, nel mentre che dalla velocità del motore (che

Digitized by Google

si leggeva su apposito tachimetro T) si poteva dedurre la frequenza.

Cure particolari si sono avute per ridurre al minimo la reazione d'indotto del motore, onde le velocità (e quindi le frequenze) fossero praticamente costanti.

Le misure di amplificazione con lamine di dimensioni e frequenze diverse hanno dato, in prima approssimazione, risultati concordanti con le formule (42) e (43). In particolare abbiamo trovato che il rapporto

$$\frac{\left(\frac{y_0}{u_0}\right)_1}{\left(\frac{y_0}{u_0}\right)_2}$$

è, a parità di spessore delle lamine ed a parità di ampiezza y_0 e di frequenza f, uguale a 2,1, come appunto doveva approssimativamente essere secondo la nostra teoria.

Dai valori dei coefficienti k e c (determinati come abbiamo detto dianzi) abbiamo poi avuto una riprova dell'importanza dell'isteresi elastica nel fenomeno della risonanza. Inoltre abbiamo avuto conferma che c è costante, a differenza di k, che è variabile.

Però una verifica delle mie formule tanto rigorosa, quanto avrei desiderato, non ho potuto farla per difficoltà impreviste, che, nel breve tempo avuto a disposizione (causa nomina ad altro ufficio), non furono potute sormontare.

Ad ogni modo è risultato (come del resto si poteva arguire dalle più semplici esperienze di risonanza) che per le lamine di acciaio di spessore maggiore di 2/10 di mm. e per frequenze superiori a 10 al sec., il rapporto di amplificazione $\left(\frac{y_0}{u_0}\right)_1$, è molto forte (di gran lunga superiore a 100). Quindi poichè per la (37)

$$\epsilon = \frac{0{,}31559}{\left(\frac{y_0}{u_0}\right)_1},$$

concludiamo che le nostre deduzioni, in quanto si sono basate sulla piccolezza di ϵ, sono, almeno in questo caso, perfettamente legittime.

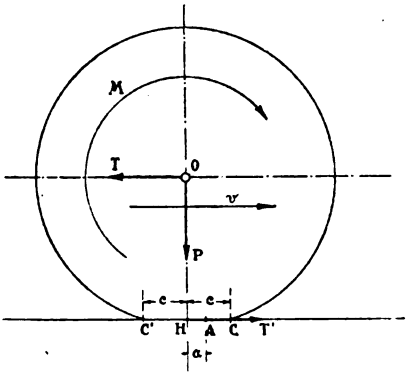
Laboratorio di Fisica della R. Scuola d'Ingegneria.
Torino, settembre 1925.

Digitized by Google

Slittamento elastico nel rotolamento

Nota del Prof. ENRICO PISTOLESI
presentata dal Socio nazionale residente Camillo Guidi

Nello studio del rotolamento una parte non sempre trascurabile spetta alle deformazioni elastiche della strada e della ruota in senso parallelo al moto, dal che deriva una specie di slittamento elastico che ha grande analogia col fenomeno analogo presentato dalle cinghie di trasmissione. Allo scopo di sottoporre il fenomeno ad un'analisi quantitativa, ci limiteremo, come in altri problemi analoghi, ad un caso semplice, che del



resto trovasi praticamente realizzato con grande approssimazione nel caso delle ruote con pneumatici. Ammetteremo cioè che la strada sia assolutamente rigida e la ruota deformabile elasticamente.

Supponiamo inoltre che la ruota sia rimorchiatrice, sicchè, oltre la forza verticale P e la coppia motrice M, sia ad essa, e precisamente al suo centro, applicata una forza T, contraria

Digitized by Google

al moto. Tale forza T troverà la sua contraria nella reazione tangenziale T' della via così che

$$M = TR$$

essendo R il raggio della ruota.

Il cerchione della ruota, assimilato ad una corona elastica di uniforme sezione, si trova perciò assoggettata alle forze seguenti: l'azione T' ripartita sull'arco di contatto $C'C$; la coppia motrice M, che assimileremo ad una forza tangenziale uniformemente ripartita lungo tutta la periferia della ruota. Se indichiamo con m l'intensità di questa forza ripartita, con l lo sviluppo del cerchione, sarà:

$$m\,l\,R = M$$

ossia:

$$m = \frac{M}{Rl} = \frac{T}{l}\,.$$

L'azione tangenziale T' sarà invece ripartita con una legge che si tratta di determinare. Importa intanto osservare che per effetto di queste forze tangenziali il cerchione risulta, ove teso, ove compresso; e poichè la deformazione che ne consegue non è costante sull'arco $C'C$, ne nascono degli scorrimenti relativi, che sono causa di perdita ed una delle cause dell'attrito di rotolamento.

Il fatto che esistono scorrimenti porta come conseguenza che il valore dell'azione tangenziale $t\,ds$ per ogni elemento dell'arco di contatto $C'C$ è eguale ad $f\,p\,ds$, dove f è il coefficiente dell'attrito di strisciamento, p la pressione normale. Ammesso, per fissare le idee, che questa si ripartisca sull'arco di contatto con legge parabolica:

$$p = k\,\frac{c^2 - s^2}{R} \tag{1}$$

si avrà:

$$P = \int_{-c}^{c} p\,ds = \frac{4}{3}\,K\,\frac{c^3}{R} \tag{2}$$

il che significa che, all'aumentare di P, l'arco c cresce proporzionalmente alla sua radice cubica.

Digitized by Google

Si avrà pure:

$$t = fp = fK \cdot \frac{c^2 - s^2}{R}$$

ma non è detto che t sia ovunque diretto nella direzione T'. Se indichiamo con A il punto che separa la regione dell'arco di contatto $C'C$ in cui lo strisciamento avviene verso l'avanti da quella in cui lo strisciamento avviene verso l'indietro, e poniamo $HA = a$, avremo:

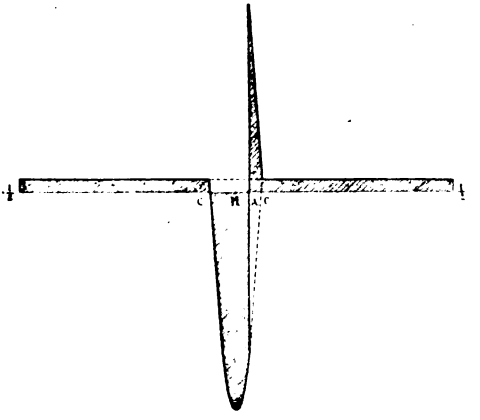
$$\text{per l'arco } AC: \quad T_1 = \int_a^c t\,ds = -f\frac{K}{R}\left(\frac{2}{3}c^3 - c^2 a + \frac{a^3}{3}\right)$$

$$\text{per l'arco } C'A: \quad T_2 = \int_{-c}^{a} t\,ds = -f\frac{K}{R}\left(c^2 a - \frac{a^3}{3} + \frac{2}{3}c^3\right)$$

e perciò:

$$T' = T_1 + T_2 = 2f\frac{K}{R}\,a\left(c^2 - \frac{a^2}{3}\right). \tag{3}$$

Ciò premesso, sviluppiamo in una retta il contorno del cerchione e tracciamo il diagramma delle sollecitazioni a cui esso è assoggettato.



La forza uniformemente ripartita m dà luogo ad un diagramma di carico di ordinata costante; la forza tangenziale applicata all'arco di contatto dà luogo ad una ripartizione parabolica che peraltro inverte il suo senso in corrispondenza del punto A. Abbiamo cioè il diagramma tracciato nella precedente

Digitized by Google

figura. Integrandolo, avremo il diagramma delle sollecitazioni totali F. Si avrà:

$$a)\ \text{da } -\frac{l}{2} \text{ a } -c: \quad F = C + m\left(s + \frac{l}{2}\right)$$

$$b)\ \text{nel punto } -c: \quad F = C + m\left(c + \frac{l}{2}\right)$$

$$c)\ \text{da } -c \text{ ad } a: \quad F = C + m\left(s + \frac{l}{2}\right) - f\frac{K}{R}\left(c^2 s - \frac{s^3}{3} + \frac{2}{3}c^3\right)$$

$$d)\ \text{nel punto } a: \quad F = C + m\left(a + \frac{l}{2}\right) - f\frac{K}{R}\left(c^2 s - \frac{a^3}{3} + \frac{2}{3}c^3\right)$$

$$e)\ \text{da } a \text{ a } c: \quad F = C + m\left(s + \frac{l}{2}\right) - f\frac{K}{R}\left\{2u\left(c^2 - \frac{a^2}{3}\right) - c^2 s + \frac{s^3}{3} + \frac{2}{3}c^3\right\}$$

$$f)\ \text{in } c: \quad F = C + m\left(c + \frac{l}{2}\right) - f\frac{K}{R}2a\left(c^2 - \frac{a^2}{3}\right)$$

$$g)\ \text{da } c \text{ a } \frac{l}{2}: \quad F = C + m\left(s + \frac{l}{2}\right) - f\frac{K}{R}2a\left(c^2 - \frac{a^2}{3}\right)$$

$$h)\ \text{in } \frac{l}{2}: \quad F = C + ml - f\frac{K}{R}2a\left(c^2 - \frac{a^2}{3}\right).$$

Poichè F in $\frac{l}{2}$ e in $-\frac{l}{2}$ è la stessa, segue:

$$ml - f\frac{K}{R}2a\left(c^2 - \frac{a^2}{3}\right) = 0$$

ossia, come è naturale:

$$T = T'.$$

Per la determinazione della costante C occorre esprimere che l'allungamento complessivo del cerchione è nullo, ossia, poichè ogni elemento ds subisce una deformazione

$$\epsilon \cdot ds = \frac{F}{ES}ds = AF\,ds$$

Digitized by Google

(essendo E il modulo elastico, S l'area della sezione [1]), segue:

$$\delta = \int \epsilon \, ds = A \int F \, ds = 0$$

ossia:

$$\int F \, ds = 0.$$

Eseguiti i calcoli, tenendo conto della relazione:

$$m = 2f \frac{K}{Rl} a \left(c^2 - \frac{a^2}{3}\right)$$

si trova:

$$C = \frac{1}{2} \frac{fK}{Rl} (c^2 - a^2)^2$$

od anche, poichè $l = \pi R$:

$$C = \frac{1}{2} \cdot \frac{fK}{\pi R^2} (c^2 - a^2)^2.$$

Poichè C è positivo, si avrà $F = 0$ in un punto compreso fra C ed $\frac{l}{2}$, per il quale si trova con facili calcoli:

$$\frac{1}{2} (c^2 - a^2)^2 = 2a \left(c^2 - \frac{a^2}{3}\right) \left(\frac{l}{2} - s\right).$$

La distanza del punto cercato dal punto diametralmente opposto ad H è dunque:

$$\frac{l}{2} - s = \frac{(c^2 - a^2)^2}{4a \left(c^2 - \frac{a^2}{3}\right)}.$$

Si avrà poi un altro punto di tensione nulla fra il punto C' ed il punto A.

Il valore di F nel punto A risulta:

$$(4) \qquad F_a = \frac{1}{2} \frac{fK}{\pi R^2} \left(c^4 + 2a^2 c^2 - \frac{1}{3} a^4\right) - \frac{fK}{R} \cdot \frac{2}{3} c^3.$$

---

[1] Si comprende che E ed S hanno qui, generalmente, un significato del tutto convenzionale.

Digitized by Google

Se poniamo $\frac{T}{P} = \tau$ e $\frac{F_a}{P} = \varphi$, $\frac{a}{c} = \alpha$, si ha dalle formule (2), (3) e (4):

$$(5) \qquad \tau = \frac{3}{2} f \alpha \left(1 - \frac{\alpha^2}{3}\right)$$

$$(6) \qquad \varphi = \frac{3}{8\pi} \sqrt[3]{\frac{3}{4} \cdot \frac{PR^2}{K}} \cdot f \left(1 + 2\alpha^2 - \frac{1}{3}\alpha^4\right) - \frac{1}{2} f.$$

Il rapporto φ è diverso da zero anche per $\alpha = 0$ (ossia $T = 0$). Il suo massimo valore si ha per $\alpha = \sqrt{3}$, ma, per il suo significato, non può essere $\alpha > 1$; perciò il valor massimo pratico si otterrà per $\alpha = 1$, nel qual caso:

$$(7) \qquad \varphi = \frac{1}{\pi} \sqrt[3]{\frac{3}{4} \cdot \frac{PR^2}{K}} \cdot f - \frac{1}{2} f.$$

Posto:

$$\frac{1}{\pi} \sqrt[3]{\frac{3}{4} \cdot \frac{PR^2}{K}} = \frac{c}{\pi R} = \chi,$$

segue:

per $\alpha = 1$: $\qquad \varphi = \left(\frac{1}{2} - \chi\right) f$

per $\alpha = 0$: $\qquad \varphi = \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{8}\chi\right) f.$

Ora si ha come valore dell'allungamento unitario:

$$\epsilon = \frac{F}{ES}.$$

Lo slittamento relativo essendo pure espresso da ϵ si avrà:

$$\epsilon = \varphi \cdot \frac{P}{ES}.$$

Poichè il lavoro perduto per unità di percorso risulta $T\epsilon$, si può introdurre un *coefficiente virtuale d'attrito*, definito dalla relazione:

$$f_v P = T\epsilon$$

ossia:

$$f_v = \frac{T}{P} \epsilon = \frac{T}{P} \cdot \frac{F}{ES}$$

Digitized by Google

che può essere scritta sotto la forma:

$$f_v = \varphi \cdot \frac{T}{ES}.$$

In pratica χ è sempre una quantità assai piccola, in guisa che può anche essere trascurata di fronte ad $\frac{1}{2}$. Si ha allora:

$$\epsilon = \sim \frac{1}{2} f \cdot \frac{P}{ES}$$

$$f_v = \sim \frac{1}{2} f \cdot \frac{T}{ES}$$

con che ϵ risulterebbe proporzionale a P e indipendente da T, mentre f_v risulterebbe proporzionale a T. In realtà ϵ cresce un po' più lentamente di P ed f_v diminuisce alquanto al crescere di P.

Le precedenti considerazioni possono estendersi senza difficoltà al rotolamento di due rulli l'uno sull'altro.

Gennaio 1926.

Digitized by Google

La registrazione automatica dei segnali radiotelegrafici e un nuovo metodo per la eliminazione degli errori di registrazione nelle determinazioni di longitudine.

Nota dell'Ing. PAOLO VOCCA
presentata dal Socio nazionale residente E. D'Ovidio
(CON UNA TAVOLA)

Nella primavera dell'anno scorso, il prof. Volta — attuale direttore dell'Osservatorio Astronomico di Pino — avendo in animo di eseguire una determinazione di longitudine Greenwich-Pino, mi propose di studiare e risolvere due problemi, essenziali perchè quella determinazione riuscisse il più possibile rigorosa:

1°) attuare un semplice e sicuro mezzo di *registrazione automatica* dei segnali R. T.;

2°) ricercare se sarebbe stato possibile ottenere che la registrazione degli *appulsi stellari* (fatti col micrometro dello strumento meridiano) avvenisse attraverso gli *stessi circuiti* della registrazione dei segnali suddetti, o — addirittura — attraverso l'apparecchio ricevente R. T. stesso: ciò allo scopo di eliminare nel miglior modo qualsiasi *errore differenziale* di registrazione cronografica.

Messomi all'opera, riuscii completamente a risolvere sia il primo, sia — ciò che più conta — il secondo problema: quest'ultimo in un modo assolutamente semplice e originale.

I. **Registrazione automatica dei segnali R. T.** — Circa la registrazione automatica, la prima idea mia — e del prof. Volta stesso — fu di sperimentare sul tipo dei *relais microfonici*, usando senz'altro la stessa membrana del ricevitore

Digitized by Google

telefonico collegato coll'apparecchio di ricezione R. T.; membrana che, vibrando, con un opportuno collegamento azionasse una leva, la quale, a sua volta, aprisse o chiudesse un relais secondario che comandasse il cronografo.

I risultati, per quanto già incoraggianti, non erano però tali da garentire una assoluta prontezza e sicurezza di funzionamento, specialmente perchè la leva non sempre seguiva perfettamente ed energicamente le vibrazioni della membrana, sotto l'impulso del segnale in arrivo. Mi convinsi presto che, per ottenere ciò, era indispensabile realizzare un sistema che permettesse di raggiungere una completa *risonanza,* un esatto *sincronismo* di vibrazione tra leva e membrana.

Ero per intraprendere esperimenti in tal senso, quando mi venne fatto di leggere un interessante articolo dell'ing. E. Gnesutta (1), in cui questi esponeva appunto analoghi esperimenti da lui compiuti, e dava notizia del tipo di *relais microfonico* a cui egli stesso, in definitiva, era giunto. È questo che io applicai senz'altro: esso era appunto basato sul detto fenomeno di risonanza, e i risultati furono soddisfacentissimi. Eccone la descrizione (fig. 1).

Sia un ricevitore telefonico a larga membrana (un buon ricevitore da altoparlante) collegato nel modo solito — per mezzo della spina *Sp* — all'apparecchio ricevente R. T. Sulla sua membrana *M* poggia una levetta *l*, imperniata in *O* e munita di un piccolo contrappeso scorrevole. La leva e la membrana fanno parte — attraverso la massa metallica del ricevitore — di un circuito elettrico che costituisce *uno dei due rami* di un ottimo relais polarizzato (un Siemens, per es.) montato *differenzialmente* (con presa, quindi, tra le due bobine *B* e *B'*). Tale circuito può perciò essere *interrotto* tra *l* e *M*, di cui i contatti sono, naturalmente, di platino.

Le resistenze *r* e *r'* servono a *equilibrare* perfettamente i circuiti dei due rami del relais secondario: una di esse è di un centinaio di ohms; l'altra viene variata finchè non si raggiunga il detto equilibrio; non c'è però molta diversità fra *r* ed *r'*, essendo piccola — a leva abbassata — la resistenza del contatto fra *l* e *M*.

(1) V. " Radiogiornale " - n° 8 - agosto 1924.

Digitized by Google

Raggiunto tale *equilibrio*, e regolando il carrello che porta i contatti c e c' del Siemens, si giunge a far sì che, se l tocca su M, la leva di quest'ultimo rimanga normalmente appoggiata a c': in tal modo il circuito del cronografo è *interrotto*; ma, non appena l venga *staccata* da M, per lo *squilibrio* sopravvenuto nei due rami del Siemens, la leva di questo cada su c, *chiudendo* il circuito del cronografo. P' è la pila che dà la corrente a questo; mentre P è quella che distribuisce la corrente fra i due rami del relais secondario; i è un interruttore generale; i' un interruttore che serve a includere (contatto di destra) o meno il milliamperometro (1): nella figura questo è escluso, poichè la corrente passa pel contatto di sinistra di i'; R ed R' sono due resistenze *non induttive* di 2000 ω ciascuna, che servono ad evitare le scintille di apertura ai contatti, scintille dannosissime per la *prontezza* e *purezza* di registrazione.

Ora, tutto così regolato, e messo in funzione l'apparecchio ricevente R.T., ecco che cosa avviene all'arrivo di un segnale. La membrana M del ricevitore telefonico vibra, con un periodo proprio, e agisce per impulsi sulla levetta l: se questa avesse un periodo di vibrazione molto diverso da quello della membrana, o non seguirebbe gli impulsi, o li seguirebbe male: ma se — per mezzo del pesetto scorrevole — si raggiunge l'*eguaglianza* fra i due periodi di vibrazioni, ossia una vera *risonanza* meccanica, avverrà che l vibrerà con la *massima ampiezza possibile*, sotto l'impulso della forza esterna (vibrazioni della membrana). Siamo quindi nel caso di *oscillazioni forzate*, in risonanza: è noto che, allora, le due vibrazioni (quella della forza esterna e quella da essa provocata sul sistema oscillante forzato) sono *in quadratura di fase* tra loro: ossia, mentre una passa pel massimo, l'altra passa per zero.

È il caso dell'oscillazione di un pendolo a cui, a ogni elongazione (fase massima), un sistema oscillante in risonanza con esso (forza esterna) dia un impulso: nel *momento* dell'urto la

(1) Il milliamperometro ha lo scopo di far seguire le *variazioni* della corrente durante le registrazioni di un segnale e controllare che tutto proceda bene: esso (coi valori dati) segna il passaggio di una corrente di 50 ÷ 60 milliampères, a leva abbassata; tale corrente diminuisce fino a 20 ÷ 30 milliampères non appena si solleva l.

Digitized by Google

fase dell'oscillazione di quest'ultimo dovrà essere zero, poichè allora tutta l'energia da esso posseduta vien comunicata al pendolo, e il sistema oscillante rimane fermo in quell'istante. In tali condizioni il pendolo oscilla con la massima ampiezza, e *l'istante dell'impulso è brevissimo.*

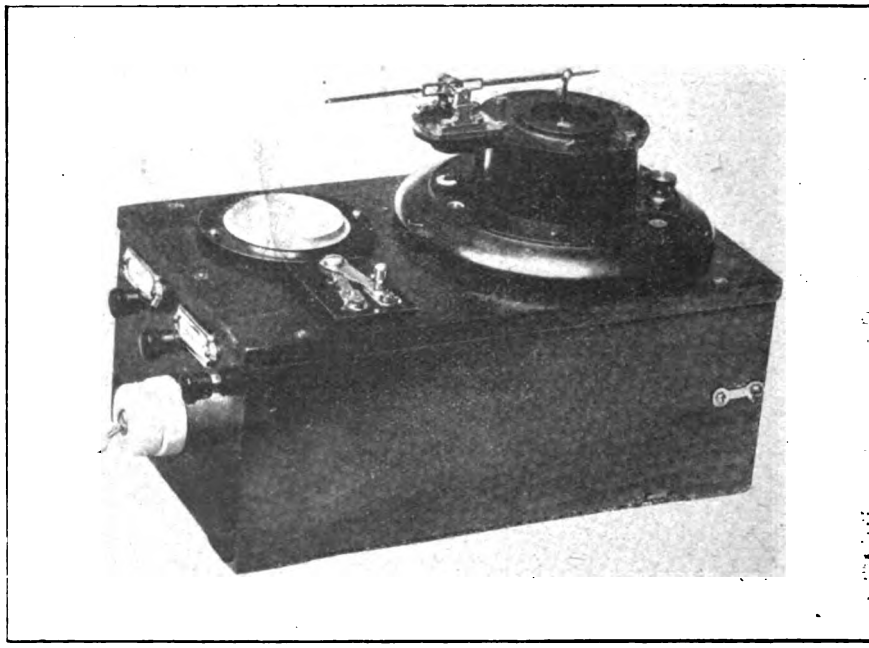
Nel nostro caso, dunque, il contatto tra *l* e *M* diventa e si mantiene *meno perfetto per tutta la durata* del segnale: la *resistenza* di esso *aumenta*, quindi, per la stessa durata di tempo e la leva del relais secondario resta su *c* (punta del cronografo attratta) finchè tutto non ritorni come prima.

L'apparecchio così realizzato per la registrazione è, oltre che prontissimo e sensibile, anche molto *selettivo*. Infatti, quando si vogliono registrare i segnali di una stazione R.T., se ne varia la *nota* (per mezzo degli appositi organi di sintonia dell'apparecchio ricevente) fino a che il periodo di vibrazione di essa divenga *uguale* a quello della membrana e a quello della levetta: siamo nelle condizioni di massimo rendimento e i segnali vengono registrati. Ma se, contemporaneamente, i segnali di un'altra stazione R.T. colpiscono l'apparecchio, in modo che il telefono li renda anche abbastanza sensibili all'udito, avviene che questi ultimi avranno sempre (e per le caratteristiche stesse della trasmissione, e per il non esatto *accordo* dell'apparecchio ricevente su di essi) una *nota diversa* da quella ottenuta dai primi e l'apparecchio per la registrazione non verrà, in generale, disturbato. Ciò è specialmente per la ricezione di trasmissioni a *onde persistenti*, le quali — per la necessità di produrre, per riceverle, *battimenti* locali variabili, entro certi limiti, a volontà — si prestano a più ampie variazioni di *nota*.

Così, dunque, anche con un apparecchio ricevente non eccessivamente selettivo, la registrazione risulta soddisfacentemente pura e netta (anche dai *parassiti atmosferici*, quando questi non siano fortissimi e continui). Qui, all'Osservatorio, noi con un buon " 5 valvole „ registriamo perfettamente tutte le stazioni europee, su cronografo o su Morse. Perfino i segnali delle stazioni automatiche (rapidissimi) vengono seguìti benissimo dall'apparato e dallo stesso relais secondario; ma, per averli segnati sulla carta, occorrerebbe un sistema scrivente adatto, poichè l'àncora della Morse comune mal si presta — per la sua inerzia — a seguire delle vibrazioni così rapide.

Digitized by Google

Per la costruzione di tale apparato (come pure per tutto ciò che descriverò in seguito) ho avuto il valido e intelligente aiuto del Tecnico dell'Osservatorio sig. G. Latini. Avendoci poi gli Osservatori di Milano e di Trieste fatta richiesta di apparecchi simili, il sig. Latini stesso ha provveduto a costruirne di uguali, e, attualmente, essi sono in funzione presso detti Osservatori. Essi sono stati montati su elegante cassetta che comprende il relais primario, gli interruttori i e i', il milliamperometro e le resistenze $r\,r'$ e R (fot. 1) (1).



Fot. 1.

II. **Eliminazione degli errori differenziali di registrazione.** — Passiamo ora alla risoluzione del problema più importante.

È noto che la determinazione di una differenza di longitudine, col mezzo della radiotelegrafia, oggi è cosa relativamente

(1) Mentre è alle stampe il presente lavoro, ci giunge dall'Istituto Idrografico di Genova analoga richiesta per due apparecchi simili.

Digitized by Google

semplice. Il metodo consiste innanzitutto nel determinare, con molta precisione e per mezzo di osservazioni astronomiche, il *tempo locale* del luogo di cui si desidera avere la longitudine; quindi nel ricevere (preferibilmente registrandoli automaticamente) i *segnali orarî* inviati ogni giorno da diverse stazioni R.T.: per es. quella della T. Eiffel o quella di Nauen, che sono da noi le meglio ricevibili. Tali segnali sono costituiti da una serie di *battute pendolari* ad intervalli costanti, e quasi uguali a un secondo sidereo, da cui differiscono — in meno — molto poco.

Confrontando — con registrazioni simultanee su un cronografo a due punte — tali battute così ricevute con quelle del nostro pendolo (sidereo, per es.), si avrà un vero *nonio* inciso sulla striscia di carta del cronografo: vi saranno quindi delle *coincidenze* e delle *opposizioni di fase*, la cui frequenza dipenderà dalla differenza tra le durate degli intervalli delle battute dei due pendoli — quello ricevuto per Radio e quello locale —. Determinando allora gli istanti delle coincidenze in *ora locale* del luogo di ricezione e in *ora locale* di quello di trasmissione (Parigi e Nauen, veramente, trasmettono — dopo le battute pendolari — le *ore di Greenwich* della prima e dell'ultima battuta del loro pendolo, da cui poi si ricavano quelle di tutte le altre) e facendone la media, si avranno, per uno *stesso istante*, *due ore*, la cui *differenza* — se non vi fossero errori — sarebbe nient'altro che la *differenza di longitudine* fra il luogo di ricezione e quello a cui son riferite le ore delle battute inviate.

Ma un simile procedimento è soggetto a diversi errori. Vi sono gli errori di *osservazione astronomica* per la determinazione del tempo, sia del luogo di trasmissione, sia di quello di ricezione; vi sono gli errori puramente *meccanici* e *strumentali* dell'apparecchio che invia le battute pendolari della stazione trasmittente; vi sono gli errori *analoghi* della stazione ricevente. È di questi ultimi che io unicamente mi occupo.

Le battute pendolari inviate dalla stazione R. T. e ricevute da noi attraversano una serie di apparecchi e organi vibranti diversi prima di giungere ad azionare il cronografo; quelle invece del nostro pendolo di confronto arrivano direttamente all'altra punta del cronografo: da ciò una certa *differenza di registrazione* costante tra le due serie di battute. D'altra parte, l'ora locale viene determinata con osservazioni celesti (passaggi

Digitized by Google

di stelle in meridiano), inviando allo stesso cronografo, sulla stessa punta su cui si fanno giungere i segnali R. T., gli appulsi del micrometro dello strumento meridiano, mentre l'altra punta viene sempre comandata dal nostro pendolo locale di confronto: qui, dunque, ci sarà un'altra *differenza di registrazione* fra le due punte, anch'essa costante, ma *diversa* da quella precedente.

In effetti: sia, in quest'ultimo caso, t il *ritardo complessivo* (1) con cui le battute del nostro pendolo vengono incise sulla striscia cronografica, t' quello con cui vi vengono segnati gli appulsi del micrometro; la differenza $d' = t' - t$ rappresenta l'*errore* di cui sarà affetta l'*ora locale* da noi determinata con lo strumento meridiano. Quando invece riceviamo e registriamo il pendolo della stazione R. T., il ritardo — dati *gli organi vibranti diversi*: varî relais, ecc. — sarà t'' *diverso* da t', mentre quello della registrazione delle battute del nostro pendolo sarà sempre t; l'errore che affetterà la *valutazione* dell'istante delle coincidenze sarà allora la differenza $d'' = t'' - t$.

In conclusione, l'errore che si commette nel determinare la nostra *ora locale dell'istante delle coincidenze* sarà $D = d'' - d' = t'' - t'$.

Sia ora H l'*ora di Greenwich* e H' quella *locale esatta* della media delle coincidenze, la differenza di longitudine *vera* sarà: $\Delta\lambda = H - H'$; ma, invece di H', noi ne consideriamo erroneamente un'altra $H'' = H' + D$, sì che avremo $\Delta\lambda' = H - H'' = H - H' - D$, ossia $\Delta\lambda' = \Delta\lambda - D$: e la nostra differenza di longitudine $\Delta\lambda'$ sarà errata di $-D$.

Ora, se noi potessimo conoscere esattamente l'ammontare di tale differenza D e applicarla ad H'', o, meglio, se potessimo *annullare* addirittura D, sì da rendere senz'altro confrontabili l'ora locale con quella del meridiano origine, tutto sarebbe risolto. Alcuni han tentato di eliminare l'inconveniente cercando di valutare i varî ritardi con ingegnosi artificî (2): ma non pare

(1) Tale ritardo dipende da molte cause, quali: caratteristiche elettromagnetiche dell'elettrocalamita; forza elettromotrice; tensione della molla antagonista della punta cronografica; inerzia meccanica e attrito della leva di questa; distanza di essa dalla elettrocalamita e dalla carta.

(2) V. in proposito l'acuta disamina di tali errori fatta dal prof. G. Silva in *Sulle differenze di longitudine determinate mediante la telegrafia con o senza fili.* " Mem. della Soc. Astr. italiana „ nuova serie, vol. II, n° 4.

Digitized by Google

lecito correggere una quantità — che si vuole esatta entro *un centesimo di secondo* per lo meno (l'errore medio dovuto ai soli errori *accidentali*, in buone determinazioni di longitudine, non supera il 1/2 centesimo di secondo) — di errori sistematici ammontanti a valori ben più alti, e sulla cui determinazione permane, a sua volta, per lo meno un'incertezza dell'ordine della precisione che si desidera (1). Si è anche pensato di avvicinarsi alla condizione $D = 0$ proponendo di far passare gli appulsi micrometrici attraverso il relais secondario che comanda il cronografo. Ma con ciò il problema si risolve solo *in parte*, chè del ritardo t'' rimarrà sempre la parte dovuta al ritardo del relais primario (2) e ad eventuali differenze tra le correnti delle diverse pile azionanti i varî circuiti.

Nella Nota già indicata il prof. Silva afferma che " nelle applicazioni della radiotelegrafia alle operazioni di longitudine non sono stati ancora trovati e studiati dispositivi elettrici tanto atti alla eliminazione degli errori sistematici quanto nelle applicazioni della telegrafia ordinaria „. Ora, col metodo da me ideato e applicato, io son convinto di essere riuscito a colmare questa lacuna, giungendo a risolvere -- credo compiutamente — l'importante problema e ad ottenere in modo semplicissimo e rigoroso l'uguaglianza di t' e t'', ossia a rendere assolutamente $D = 0$.

La mia prima idea fu quella di costruire un piccolo apparecchio *trasmittente* comandato dal micrometro come se esso fosse

---

(1) Il prof. Silva - nota citata - trova che il ritardo della registrazione di un segnale R. T., escluso quello dovuto al cronografo, è di alcuni centesimi di secondo e, ciò che è peggio, è eminentemente variabile da sera a sera, anche con uno stesso apparecchio di registrazione.

(2) Tale ritardo dipende - nel caso di un apparato registratore del nostro tipo - e dalle caratteristiche elettromagnetiche delle bobine del ricevitore telefonico, e dalla inerzia della membrana di questo e, infine, dal ritardo con cui la levetta *l* segue gli impulsi impressile dalla membrana.

Quest'ultima parte è valutabile quando si conosca la *nota* con cui la membrana vibra. Infatti già dissi che, nella condizione di risonanza, si ha *quadratura di fase* tra le vibrazioni della membrana e quelle della levetta: questa segue quindi gli impulsi di quella col *ritardo* di 1/4 del periodo della vibrazione stessa. Se la nota fosse compresa fra il do_3 e il do_4, il ritardo suddetto sarebbe compreso all'incirca fra 1/1000 e 0.5/1000 di secondo.

Digitized by Google

un tasto di manipolazione R. T. Le prove riuscirono benissimo, ma — oltre all'inconveniente di poter disturbare eventuali stazioni riceventi vicine — si aveva una non indifferente complicazione di apparecchi, con batterie di pile separate, ecc.

In seguito giunsi al sistema più semplice e — per lo meno in pratica — ugualmente rigoroso, che descrivo.

Supponiamo di avere un apparecchio ricevente R. T. ad *autodina* (o *a reazione*), ossia capace di *produrre* — per un sufficientemente stretto accoppiamento del circuito " di placca „ della valvola rettificatrice con quello " di griglia „ di un'altra precedente — delle *oscillazioni persistenti*. Come è noto, tali apparecchi sono indispensabili per la ricezione della radiotelegrafia a *onde persistenti*, poichè, per rendere queste ricevibili, è necessario produrre *battimenti* (interferenze) tra esse e le oscillazioni locali — tra loro leggermente differenti in lunghezza d'onda — prodotte dal nostro apparecchio.

Ora, quando si spinge verso il massimo la *reazione* (staccando naturalmente l'" antenna „ e, anche, la " terra „ per non produrre disturbi su eventuali apparecchi riceventi vicini) è noto che l'apparecchio produce, al telefono, un *fischio* continuo e robusto, di *nota* variabile secondo l'accoppiamento più o meno stretto della reazione. Veramente, si tratta piuttosto di un vero *urlo*, il quale è composto di una *nota fondamentale* e di molte *armoniche*. La spiegazione del fenomeno, data la prima volta dall'Armstrong nel 1915, è la seguente.

Quando si accoppia il circuito " di placca „ con quello " di griglia „ di una valvola, il primo *restituisce* al secondo una parte dell'energia in quest'ultimo dissipata per smorzamento; stringendo sempre più l'accoppiamento, si giunge a un punto in cui il *compenso* è *integrale*: è *allora* che l'apparecchio comincia a emettere delle oscillazioni persistenti. Queste però — pur rettificate — non possono agire sulla membrana telefonica per la loro alta frequenza (al di là di quelle *udibili*): perchè esse riescano a far vibrare la membrana stessa, occorre che vengano *frazionate* periodicamente in *treni* e che la frequenza di questi sia appunto nel campo udibile. È ciò che precisamente avviene quando, stringendo ancora più la reazione, il telefono comincia a emettere il *fischio*. Vediamo come si produce questo frazionamento in *treni*.

Digitized by Google

Nel circuito di griglia di una valvola raddrizzatrice è — nel sistema di rettificazione più usato — inserito un piccolo condensatore shuntato da una resistenza (di solito di 2 ÷ 4 megahoms): in tal modo, anche nel detto circuito — oltre che in quello di placca — si stabilisce una debolissima corrente continua di regime; ora, quando — mercè l'accoppiamento dei due circuiti — si fa a quello di griglia *ridare* energia da parte di quello di placca, nel primo, oltre alla corrente di regime, circola un'altra corrente (le oscillazioni prodotte, rettificate) la quale — pel *senso* stesso che viene ad avere — carica *negativamente* l'armatura del detto condensatore che è collegata alla griglia e, quindi, la griglia stessa. Questa allora comincia a *respingere*, impedendo che passino alla placca, degli elettroni. Maggiore, naturalmente, è l'energia ceduta (più stretto l'accoppiamento) e maggiormente negativo diventa il potenziale di griglia; finchè si arriva a un punto in cui questa *interrompe* addirittura il funzionamento della valvola perchè *respinge tutti* gli elettroni emessi dal filamento.

Se non vi fosse la resistenza che shunta il condensatore e la griglia fosse perfettamente *isolata*, il funzionamento della valvola sarebbe allora del tutto interrotto, finchè durano quelle condizioni; ma invece avviene che — per la presenza di quella specie di *ponte* o di *fuga* costituita dalla resistenza — un certo numero di *ioni positivi* (liberati — per *urto* degli elettroni — dagli atomi di gas residuo nella valvola) comincia, giungendo alla griglia, a *neutralizzare* la sua carica negativa, fino a far *rientrare nuovamente in funzione* la valvola stessa. Evidentemente la *durata* di tutto questo è funzione e dell'accoppiamento griglia-placca e del valore della resistenza: per quello o questo grandissimi si può giungere ad avere *treni* molto distanziati (fino a qualche secondo); e diminuendo via via l'uno o l'altro, si giunge a *treni* rapidissimi.

In un comune apparecchio ricevente, la *frequenza* di essi va da circa 500 (accoppiamento massimo della reazione: suono molto basso al telefono) a qualche migliaio (inizio del fischio) al secondo.

Dunque, facendo avvenire tale fenomeno, la membrana del ricevitore telefonico vibra e, variando la nota fondamentale del fischio, si giunge a far funzionare l'apparecchio di registrazione

Digitized by Google

(levetta *l* della fig. 1, relais secondario, cronografo): la punta del cronografo rimarrà costantemente attratta, essendo il fischio continuo. Ma se, nel circuito *anodico* (o " di placca „) dei triodi, noi *inseriamo* un interruttore (tasto di manipolazione R. T.: *micrometro*), avremo che, a interruttore *aperto*, l'apparecchio *tace* e il cronografo è in riposo; ma, non appena *chiudiamo* l'interruttore, la corrente anodica arriva alle valvole, l'apparecchio *oscilla*, il telefono *fischia* e, se è in funzione l'apparato registratore, la punta del cronografo incide la carta.

Come si vede, il metodo è semplicissimo. Tutto si riduce (v. fig. 2: in cui ho rappresentato gli ultimi due triodi dell'apparecchio ricevente) a disporre il micrometro sul circuito che va dal + batteria anodica alle placche. A questo scopo, I è un commutatore che, posto in a, fa funzionare l'apparecchio R. T. come normalmente si ricevono i segnali R. T. (1); ma se I è in b, la spina S'' in 13, quella S''' in 14, la corrente anodica è costretta a passare per $+ 80 \div S'' \div 13 \div C$: giunge alla sala meridiana, passa per $S''' \div 14 \div$ micrometro (se questo è *chiuso*), e ritorna per $14 \div S''' \div 9 \div 13 \div S'' \div b \div I \div$ telefono $\div$ placche *Pl.* ecc.

Gli appulsi del micrometro, dunque, vengono registrati attraverso gli *identici* organi con cui si registrano i segnali R. T.

Ora è facile vedere come con questo metodo non vi è più alcun errore D da temere, poichè — almeno praticamente — tutto procede *come se* al posto del tasto manipolatore R. T. o dell'interruttore pendolare di una stazione trasmittente *supposta vicinissima* (2) noi ponessimo il nostro micrometro.

---

(1) Naturalmente *Rt*, in figura, è solo il *simbolo* del ricevitore telefonico: al suo posto, per la registrazione, va messa la spina *Sp* della fig. 1 e, quindi, tutto l'apparato di registrazione.

Per chiarezza poi è bene indicare che, nella fig. 2, il circuito del micrometro — dall'app. R. T. a C e 9 — è tolto dalla fig. 3 che poi descriverò in questa, però, non figura il resto di detto circuito, che si trova alla sala meridiana. La spina S''' con la *presa* 14 è necessaria perchè - come chiarirò più avanti - essa può anche essere collegata, con altra *presa*, al pendolo della stessa sala, per i *confronti* da farsi tra esso (come tra ogni altro pendolo dell'Osservatorio) e il pendolo fondamentale.

(2) In realtà, le onde elettromagnetiche impiegano un certo tempo per giungere dalla stazione emittente; ma tal ritardo (2/1000 di secondo per

Digitized by Google

In effetti: nel caso della ricezione R. T., sul ricevitore telefonico agiscono le *variazioni* rapidissime e rettificate della corrente continua anodica di *regime* — che circola normalmente — variazioni dovute ai *treni* di oscillazioni in arrivo (nel caso di onde *smorzate*) o ai *battimenti* fra esse oscillazioni e quelle prodotte dall'apparecchio stesso (nel caso di onde *persistenti*); nel caso invece descritto della interruzione del circuito anodico col mezzo del micrometro, mentre l'apparecchio produce *treni* di oscillazioni, sono *questi stessi* — invece di quelli in arrivo, o dei battimenti — che, a circuito anodico chiuso, producono sulla corrente anodica di regime le *variazioni* che, come prima, agiscono sul ricevitore. Essendo gli audions, in sostanza, dei relais sensibilissimi la cui *inerzia* è zero poichè non son dotati di nessun organo in movimento, non c'è a temere alcuna differenza, negli effetti, fra i due casi. L'unica differenza invece è in ciò: che, mentre nel primo caso la corrente di regime *c'è sempre* e le oscillazioni in arrivo non fanno che produrre in essa delle *variazioni*, nel secondo caso invece è *tutta* la corrente di regime che viene interrotta, e le oscillazioni locali si producono solo nell'istante della chiusura del circuito anodico. Ma tale differenza è da presumersi sia solo *apparente*, data appunto l'assenza d'inerzia dei triodi, la quale fa sì che il tempo perchè, chiuso il circuito, si stabilisca la corrente di regime sia — almeno in pratica — assolutamente trascurabile: basti pensare alla meravigliosa prontezza con cui gli audions seguono, in *tutte le loro fasi*, oscillazioni la cui *frequenza* è dell'ordine perfino di *parecchi milioni* di periodi al secondo, per convincersi che la cosa — ripeto: almeno in pratica — non deve preoccupare.

Sembra lecito quindi affermare che, con questo metodo della registrazione degli appulsi stellari, una determinazione di diffe-

---

600 km. - che è all'incirca la distanza della T. Eiffel da Torino - avendo tali onde la velocità di 300.000 km. al secondo) oltre ad essere valutabile quando si conosca la distanza della stazione trasmittente, si può, d'altra parte, ritenere compreso negli errori sistematici di tutto il complesso strumentale di quest'ultima. Questi errori però non hanno più alcuna influenza quando, anzichè con la *stessa stazione* che emette i segnali, si facciano determinazioni di differenza di longitudine fra due stazioni *diverse* le quali si servano della ricezione di quegli *stessi* segnali R. T. solo per fissare uno *stesso istante* a cui riferire le singole ore locali.

Digitized by Google

renza di longitudine — col mezzo della R. T. — fra due stazioni *diverse* da quella emittente, non resti affetta che dai *soli errori* accidentali e sistematici di osservazione allo strumento meridiano; errori che non superano — in una *buona* determinazione di tempo — il *centesimo* di secondo. Nella determinazione di longitudine, invece, fra due stazioni, di cui una sia quella emittente, a quegli errori si aggiungeranno tutti gli altri — strumentali e di osservazione — dovuti a quest'ultima.

Con questo metodo — nell'agosto 1925 — il prof. Volta ha appunto compiuta la determinazione di longitudine Greenwich-Pino (ricevendo le emissioni pendolari della T. Eiffel e di Nauen) e, dai primi calcoli fatti, sembra appunto confermata la suddetta previsione (1).

Sarebbe desiderabile eseguire determinazioni di differenza di longitudine tra due stazioni diverse dalla emittente, per potere così — escludendo, nella differenza, gli errori dovuti a quest'ultima — dare un giudizio definitivo sulla esattezza del metodo stesso.

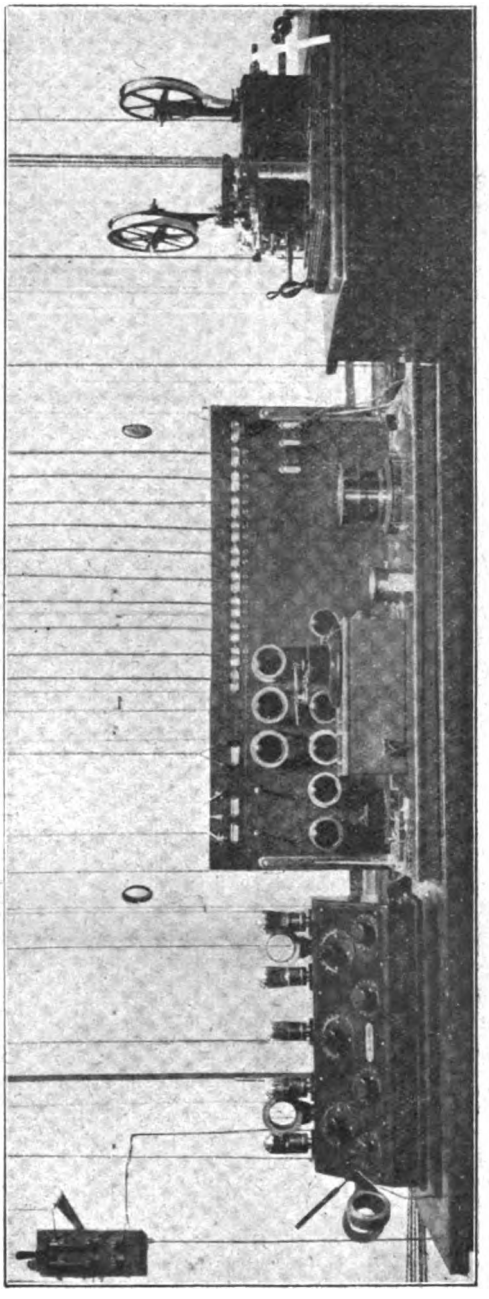
III. **Descrizione di tutto il complesso dei circuiti per la registrazione sia dei segnali R. T. che degli appulsi micrometrici e per i confronti pendolari.** — Ritengo ora anche interessante accennare alla sistemazione che — per desiderio del prof. Volta — ho data a tutto l'insieme dei circuiti, e che, per la sua semplicità e comodità, facilmente si presta ad essere attuata. Un unico *quadro* (fot. 2 e fig. 3) rende possibile sia di ottenere la registrazione dei segnali R. T. o degli appulsi micrometrici, sia di eseguire — pure registrandoli — i *confronti* fra il pendolo Riefler fondamentale e un altro qualunque dell'Osservatorio, o, anche, fra due pendoli qualsivoglia dell'Osservatorio stesso.

Come si vede nelle dette illustrazioni, sul quadro, in alto, è sistemata una serie di *morsetti*: ai primi 5 di sinistra sono attaccate

---

(1) In detta determinazione, infatti, mentre l'errore medio sul complesso delle determinazioni di tempo locale è inferiore a 0ˢ.005, l'errore medio invece che affetta tutta la determinazione di longitudine sembra essere dell'ordine di 0ˢ.008. La *differenza* è certamente dovuta agli errori di tempo e di trasmissione delle stazioni emittenti.

Digitized by Google



Fot. 2.

Digitized by Google

le tre batterie di pile (la anodica di 80 volta, e le due P e P' della fig. 1) occorrenti per il funzionamento di tutto il complesso. Dal morsetto C parte il *filo comune*, che va a uno dei contatti di ogni pendolo (escluso il Riefler), o, se si vuole, a uno dei contatti del micrometro (fig. 2). Da tutti gli altri morsetti partono le linee speciali: dal 1° una che va a un tasto per eventuali appulsi da farsi a mano; dal 2° all'8° altrettante linee ognuna delle quali va all'altro contatto di ciascun pendolo; dal 9° una che va alla spina S''' della fig. 2, la quale ultima può — nella sala meridiana — introdursi sia nella *presa* 14, pel micrometro, sia in un'altra per il pendolo della stessa sala. L'ultimo morsetto è libero. A ognuno dei serrafili 1-10 son sottoposte due *boccole* entro cui può introdursi una spina S di cui le punte sono collegate fra loro. Lo stesso può fare S' in 11 oppure in 12. Ai morsetti Mo è collegata una spina che può attaccarsi alla Morse o alla seconda punta del cronografo (la prima punta di questo viene direttamente comandata dal pendolo di riferimento Riefler, con un circuito a parte e attraverso un'altra spina non segnata in figura). La spina S'' con 13 è la stessa di quella della fig. 2 e serve unicamente a inserire il micrometro nel circuito anodico dell'app. R. T. Vi sono poi sistemati la cassettina che porta il relais primario (nel nostro apparecchio il milliamp.^{tro}, i e i' sono a parte e non sulla stessa cassetta come in quelli inviati a Milano e a Trieste) e il relais secondario Siemens: in essi, circuiti e lettere corrispondono a quelli della fig. 1. Vi è poi il commutatore I già descritto nella fig. 2 e le due spine Sp e $S'b$ che collegano all'app. R. T. il relais primario e le batterie di accensione (4 volta) e anodica (80 volta). Vi è infine un'altra spina Sb a tre poli con prese corrispondenti a cui arrivano i poli di queste ultime batterie.

Vediamo ora come si adopera l'apparato.

a) *Ricezione a udito dei segnali R. T.* — Attaccate Sp e $S'b$ all'apparecchio ricevente, e introdotta Sb nella sua presa, si pone il commutatore I in a. In tal modo la corrente anodica va direttamente all'apparecchio. La levetta l si può sollevare (per non disturbare la ricezione) e quindi i si pone a destra per non sprecare corrente nel relais. Tutte le altre spine sono staccate: la S è posta in 10 (posizione di *riposo*).

Digitized by Google

b) *Registrazione cronografica dei segnali R. T.* — Tutto come prima, meno *l*, che si abbassa su *M*, e *i*, che si pone a sinistra (*i'* a destra o a sinistra secondo che si vuole introdurre o meno il milliamperometro). Spina *S'* in 12. Accordata la *nota* della staz. R. T. da ricevere, fino a far vibrare *l*, questa (come nella descrizione della fig. 1) interrompe il circuito della batteria *P* in uno dei due rami del relais secondario; la leva di questo cade su *c* e quindi chiude il circuito di *P'* attraverso 12 (chiuso da *S'*) e il cronografo (o la Morse) a cui sarà stata attaccata la spina di *Mo*.

c) *Registrazione cronografica degli appulsi del micrometro.* — Introdotte le spine *Sp*, *S'b* e *Sb*, si pongono: *I* in *b*, *S''* in 13, *S'* in 12, *S* in 10, *i* a sinistra. Alla sala meridiana si collega il micrometro col circuito (*S'''* in 14, fig. 2). *Mo* si collega al cronografo. Staccate quindi l'*antenna* e la *terra* dall'app. R. T., si regola la *reazione* fino ad aversi (ponendo momentaneamente *I* in *a*) il *fischio* di nota giusta alla membrana *M*. Portato quindi *I* in *b*, l'apparecchio tace; ma non appena il micrometro venga chiuso, la corrente della batteria anodica circola per $+ 80 \div S'' \div 13 \div C \div$ micrometro $\div 9 \div 13 \div S'' \div b \div I \div$ app. $\div$ relais prim. $\div$ valvole ecc. $\div - 80$: la membrana vibra e, facendo vibrare *l*, fa funzionare come prima il resto del circuito fino al cronografo.

d) *Registrazione dei confronti fra il pendolo fondamentale e un altro qualunque; o fra due pendoli qualunque.* — Staccate le spine e aperti gli interruttori di tutto ciò che ha relazione con l'apparecchio ricevente e di registrazione R. T. (quindi staccate *Sb*, *S''* e la *S'''* della sala meridiana, che normalmente va collegata al pendolo; aperto *i*), si pone *S'* in 11 e *S* in una qualunque delle prese $2 \div 9$ (1 serve per il tasto a mano); *Mo* si collega al cronografo. In tal modo la seconda punta di questo (la prima è sempre comandata direttamente dal pendolo fondamentale, per mezzo della propria spina già detta) viene eccitata *direttamente* dal pendolo corrispondente alla presa $2 \div 9$ messa in circuito da *S* e precisamente secondo il circuito $+ P' \div 11$ (chiusa da *S'*) $\div C \div$ filo comune $\div$ pendolo $\div$ morsetto corrispondente $\div$ presa corrispondente (chiusa da *S*) $\div Mo \div 2^a$ punta cronografo $\div Mo \div - P'$.

Digitized by Google

Nel caso poi che si volessero confrontare tra loro *due pendoli qualunque*, basta dal circuito della prima punta del cronografo staccare la spina del pendolo fondamentale e collegarvi il pendolo che si desidera con *altra* spina, la quale ha uno dei suoi poli collegato al $-P$, mentre l'altro termina con uno spinotto che si introduce nel *foro di destra* della presa corrispondente al pendolo a cui ci si vuol riferire. In tal modo, mentre la seconda punta del cronografo viene comandata (come prima, a mezzo di S) da uno dei pendoli $2 \div 9$, la prima viene invece azionata da *un altro* di questi ultimi attraverso $+P+11$ (chiusa da S') $\div C \div$ filo comune $\div$ pendolo $\div$ morsetto corrispondente $\div$ foro di *destra* $\div$ prima punta cronografo $\div -P$; e i pendoli saranno *contemporaneamente* registrati, ognuno su una punta.

In conclusione: le spine Sb, $S'b$ e Sp vengono introdotte nelle prese corrispondenti *solo se deve funzionare l'apparecchio ricevente R. T.*; I va in a se si tratta di *ricezioni o registrazioni R. T.*, in b se di *appulsi micrometrici*; i va a *sinistra* se deve funzionare il sistema di *registrazione*; S'' va messa in 13 *solo* per la registrazione degli *appulsi micrometrici*; S' in 11 pei *confronti pendolari*, in 12 per le *registrazioni cronografiche* (di segnali R. T. o di appulsi); S va in una delle prese $2 \div 9$ se si tratta di *confronti pendolari*, in 10 negli altri casi.

Sul quadro, dei cartellini indicatori facilitano l'esecuzione di tali manovre.

IV. — Ero per dare alle stampe il presente lavoro, quando mi venne fatto d'immaginare e sperimentare un *notevole perfezionamento* nel sistema di registrazione degli appulsi del micrometro. Poichè con esso *non si interrompe più* il circuito anodico, ma gli appulsi micrometrici vengono, per così dire, ricevuti anch'essi sul serrafilo di *antenna*, il nuovo metodo elimina *nel modo più completo* qualunque *differenza* nel modo di funzionare dell'app. R. T. nei due casi (registrazione di segnali R.T. e registrazione di appulsi), differenza che, per quanto trascurabile certamente *in pratica*, pure, teoricamente per lo meno, può rendere non assolutamente rigoroso il metodo.

Basta dunque *inserire* il micrometro tra il serrafilo di *antenna* e quello di *terra*: per tentativi si riesce a trovare una posizione della reazione e dei comandi di sintonia dell'app. ri-

Digitized by Google

cevente, per cui l'apparecchio stesso *oscilla* e il telefono *fischia solo se il micrometro chiude in corto circuito* i due serrafili su cui è inserito. Non appena esso *interrompe il contatto*, l'app. cessa di oscillare e il telefono di *fischiare*. Si ha quindi la registrazione — come prima — a ogni *chiusura* dei contatti del micrometro; ma — a differenza di prima — l'apparecchio R. T. è *sempre in funzione*, poichè la batteria anodica è sempre in circuito.

L'*identità* ora è rigorosa: nel caso della ricezione dei segnali R.T., i *treni* di oscillazioni di questi (o i *battimenti*) provocano *variazioni* del potenziale di griglia rispetto al filamento e, quindi, della corrente continua anodica di regime, le quali, rettificate, vengono ricevute; nel caso della chiusura, da parte del micrometro, del serrafilo di antenna con quello di terra, l'apparecchio — per la *variazione* intervenuta nelle *caratteristiche* del circuito di griglia stesso (a quei serrafili connesso), ed essendo appunto l'apparecchio *così regolato* — emette *treni* di oscillazioni che agiscono precisamente come quelli del primo caso sulla corrente anodica di regime. È dunque *proprio come se* l'apparecchio *ricevesse* delle oscillazioni elettromagnetiche inviategli dal micrometro.

Naturalmente, con questo secondo metodo, diventano inutili (v. fig. 2 e 3) il commutatore I con b, la spina S'' con 13, e, nella sala meridiana, S''' con 14. Il filo comune da C e il filo da 9 verrebbero direttamente — come gli altri — collegati al pendolo della sala meridiana, mentre con circuito a parte si potrebbe — staccando l'*antenna* e la *terra* dall'app. R. T. — collegare ai serrafili corrispondenti i due contatti del micrometro, quando si dovessero registrare gli appulsi di questo.

Un altro vantaggio che si ha con questo metodo è quello di *non avere* passaggio di corrente sensibile — quindi scintille — come prima avveniva, attraverso i contatti del micrometro.

C'è però un inconveniente: perchè tutto proceda bene occorre che l'apparato di ricezione e di registrazione sia *molto vicino* allo strumento meridiano che porta il micrometro, in modo che i fili che collegano questo ai serrafili di *antenna* e di *terra* siano *brevissimi* (qualche metro). Ciò perchè altrimenti tali fili costituirebbero una vera *antenna* con *contrappeso*, cosa che provocherebbe possibili disturbi nella registrazione degli appulsi — per la ricezione contemporanea di eventuali e diverse sta-

Digitized by Google

zioni R. T. — e disturbi ad altri apparecchi riceventi che fossero nelle vicinanze — per irradiazione delle oscillazioni a ogni chiusura del micrometro.

In conclusione: se tutto l'apparato ricevente e registratore può trovar posto *nella sala meridiana*, è preferibile — perchè *anche teoricamente* rigoroso — il secondo metodo; in caso contrario, bisogna accontentarsi del primo, il quale, però, se forse non in teoria, in pratica per lo meno è altrettanto preciso.

Pino Torinese, marzo 1926.

L'Accademico Segretario
ORESTE MATTIROLO

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

CLASSE
DI
SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza dell'11 Aprile 1926

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. C. F. PARONA
VICEPRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci D'Ovidio, Peano, Guidi, Somigliana, Panetti, Pierantoni e Repossi, che funge da Segretario.

Scusano l'assenza il Presidente Senatore Ruffini, il Segretario Mattirolo ed i Soci Sacco e Naccari.

Il Segretario legge il verbale dell'adunanza precedente, a proposito del quale il Socio Guidi osserva che per le Note da lui presentate a nome del Socio Panetti deve farsi dichiarazione analoga a quella fatta dal Socio D'Ovidio per la Nota presentata dal Segretario Mattirolo a nome del Socio Somigliana. Dopo di che il verbale è approvato.

Il Presidente comunica la notizia della morte del prof. Heike Kamerlingh Onnes, Socio straniero dell'Accademia. Il Socio Somigliana ne ricorda brevemente i meriti scientifici e s'incarica, previo accordo col Socio Pochettino, della commemorazione.

Il Presidente comunica in seguito l'invito pervenuto all'Accademia, da parte dell'Associazione Italiana di Chimica, di partecipare ufficialmente al 2° Congresso Nazionale di Chimica Pura ed Applicata che avrà luogo nel venturo maggio in Palermo ed in occasione del quale verrà celebrato il centenario della nascita di Stanislao Cannizzaro.

Per tale partecipazione verranno interpellati i Soci chimici.

Digitized by Google

Dal sig. Pietro Parenzan di Pola giunge una lettera, di cui il Presidente dà lettura, nella quale quegli annuncia che in fine d'anno partirà una spedizione scientifica da lui organizzata per la regione dei Laghi Africani e si mette a disposizione dell'Accademia per eventuali incarichi di ricerche od osservazioni.

Il Socio Somigliana presenta in omaggio il suo discorso su *L'orientamento della scienza pura verso le applicazioni*, da lui tenuto all'inaugurazione della XIV Riunione della Società Italiana per il progresso delle scienze svoltasi nel maggio 1925 in Pavia.

Il Socio Pierantoni legge in seguito un'applaudita commemorazione del defunto Socio G. B. Grassi, che sarà pubblicata negli *Atti*. Il Presidente lo ringrazia vivamente ed il Socio Somigliana propone che d'ora innanzi a commemorazioni così importanti come quella tenuta dal Pierantoni siano invitate entrambe le Classi dell'Accademia. Al Somigliana si associano anche il Socio D'Ovidio e tutti i presenti.

Il Socio Pierantoni presenta ed illustra brevemente una sua Nota su *Un nemertino del Piemonte*, specie nuova rinvenuta nelle acque di Millefonti.

Il Socio Peano riferisce sull'incarico avuto di esaminare la Nota inviata dal matematico polacco T. Ciuropailowicz sul teorema di Fermat. Conclude ch'egli non ritiene opportuno di pubblicarla.

Il Presidente lo ringrazia e lo incarica di rispondere in tal senso all'Autore.

Digitized by Google

LETTURE

BATTISTA GRASSI

Commemorazione letta dal Socio UMBERTO PIERANTONI

Il 4 maggio del 1925 è mancato ai vivi in Roma il Prof. Senatore Battista Grassi, professore di Anatomia e Fisiologia Comparate in quella Università e dal 1922 socio della nostra Accademia.

La figura di questo grande scienziato e geniale zoologo e parassitologo è così nota e così grande la sua fama di profondo conoscitore di queste scienze e di scopritore di fatti che hanno avuto larga eco in tutto il mondo scientifico, che non è facile còmpito quello di farne la commemorazione nei limiti di una breve seduta accademica.

Malgrado la vastità dell'impresa, debbo tuttavia ascrivere a mio sommo onore quello di dover parlare di Lui, che fu maestro un po' di noi tutti cultori di scienze biologiche, anche di quelli che, come me, non discesero direttamente dalla sua scuola, perchè tutti, anche fra le più discusse opinioni sul suo carattere e fra i più agitati commenti sulla sua attività d'insegnante e di giudice dell'opera altrui, fummo perennemente concordi nel considerarlo come la più alta figura di biologo e la più rara tempra di studioso e nel doverlo prendere a modello per il suo caldo entusiasmo per la ricerca, che fece di lui, più che un grande cultore, un vero apostolo della scienza.

Nato a Rovellasca (Como) il 27 maggio 1854 e compiuti ivi ed a Como i primi studi, il Grassi si laureò a Pavia nel 1878 in Medicina e Chirurgia. Sebbene avesse dimostrato di poter con grande profitto seguire la via della medicina pratica, per avere già da studente rivelato il grande suo acume nelle osservazioni di clinica, pure, contro il volere dei suoi maestri e di suo padre, egli, sentendosi irresistibilmente attratto dagli studi

Digitized by Google

e dalle osservazioni scientifiche pure, volle seguirne la via ed abbandonò la clinica.

Restò tuttavia nei primi anni nel campo degli studî parassitologici, che con la medicina hanno la maggiore affinità.

Già da studente aveva iniziato e compiuto l'esame di alcuni anchilostomi, con osservazioni originali ed interessanti. Tali studi continuò dopo la laurea, estendendoli all'Anchilostoma umano: studî che furono un primo passo verso le maggiori conoscenze acquistate poi in occasione dell'epidemia verificatasi durante il traforo del Gottardo e più recentemente.

E nel campo dei nematodi lavorò il Grassi posteriormente fino al 1888 segnalandosi per importanti scoperte, come quella del ciclo di sviluppo eterogonico dello *Strongyloides stercoralis*, dello sviluppo e trasmissione dell'*Ascaris lumbricoides* e *mystax*, nonchè sugli ospitatori intermedî della *Spiroptera sanguinolenta* e della *Filaria immitis*.

Nel frattempo egli non trascurava le osservazioni sui Cestodi. È saldamente in questo campo legata al suo nome l'importante scoperta dello sviluppo della *Taenia nana* senza ospitatore intermedio, scoperta che da prima accolta con scetticismo, è stata di recente e definitivamente confermata in seguito a studî compiuti all'estero.

Nello stesso periodo in cui egli compiva questi studî sui vermi e cioè fra il 1879 e il 1882, l'attività del Grassi si manifestò anche con le ricerche sui protozoi parassiti dell'uomo e degli animali, con descrizioni di nuove forme, specialmente di amebe. E le osservazioni sui protozoi occuparono anche in seguito non piccola parte della sua attività di studioso. Basta ricordare i lavori sui flagellati delle Termiti venuti in seguito e di grande valore morfologico e biologico.

Una precipua caratteristica della attività scientifica ed un segno non comune di elasticità e capacità mentale fu la facoltà che ebbe il Grassi di poter trattare spesso anche nello stesso tempo gli argomenti più disparati.

Contemporaneamente agli studî su menzionati il Grassi fra il '75 e l''8. compiva la monografia dei Chetognati, pubblicata nella Fauna e Flora del Golfo di Napoli della Stazione Zoologica di quella città, importante contributo alla conoscenza di questi animali, allora imperfettamente noti.

Digitized by Google

Continuare cronologicamente la esposizione, anche in semplice elenco, degli studi del Grassi importerebbe un lavoro assai voluminoso ed io non farei d'altra parte utile cosa, perchè ripeterei il diligente ed accurato riassunto pubblicato dal Silvestri in occasione delle onoranze tributate al Grassi pochi mesi prima della sua morte, in occasione del compimento del suo 70° anno di età e 40° anno di insegnamento.

Non posso tuttavia tacere delle scoperte che hanno più gloriosamente portato il suo nome per tutto il mondo, rendendolo noto anche fuori del campo degli studi biologici.

Voglio dire specialmente delle sue scoperte sullo sviluppo dei murenoidi, sulla diffusione della malaria e, nel campo agricolo, sul ciclo biologico delle fillossere. Studi che, se pei loro risultati furono per lui fonte delle maggiori soddisfazioni, furono anche spesso, e non di rado per malvolere ed invidia degli uomini, una fonte di grande amarezza nella sua vita di ricercatore entusiasta.

L'inizio delle osservazioni del Grassi sui murenoidi rimonta al 1887, anno in cui, da appena quattro anni professore nella R. Università di Catania, ebbe occasione di istituirle nel suo laboratorio e con frequenti corse a Messina accrescerne la efficacia col rinvenimento di ricco e prezioso materiale.

La scoperta del Delage della metamorfosi di un Leptocefalo (forma di pesce abissale fino allora ritenuto come aberrante ed in via di estinzione) in Grongo, avvenuta in acquario un anno prima, diede lo spunto al Grassi per intuire la grande verità, da lui più ampiamente dimostrata in una poderosa serie di studi (in parte compiuti in collaborazione col Calandruccio), che tutte le forme di leptocefali fino allora note fossero da ritenersi come stadi larvali dei pesci murenoidi od anguilliformi. Delle più importanti specie egli ricostruì lo sviluppo dall'uovo, attraverso il leptocefalo, all'adulto. Il lavoro definitivo sull'argomento è di data recente: fu pubblicato nel 1913. Notevole sovratutto la ricostruzione dello sviluppo dell'anguilla del *Leptocephalus brevirostris*, di cui egli seguì sperimentalmente la trasformazione in ceca ed anguillina (1896). Sulla base di questi studi è sorta oggidì tutta una letteratura di ricerche sulla maniera di sviluppo e sulle contemporanee migrazioni, attraverso fiumi e mari, di questo misterioso animale, con una serie di problemi

Digitized by Google

che ancora oggi affaticano gli studiosi per il loro grande significato scientifico e pratico.

Le ricerche del Grassi sulla Fillossera rimontano nel loro inizio, al 1905, anno in cui gli vennero affidate dal Ministero di Agricoltura.

Con la sua consueta larghezza di veduta scientifica, il Grassi volle estendere lo studio a tutti i fillosserini italiani, onde gli fu necessario di distribuire parte del lavoro a suoi valorosi allievi. Il magnifico volume che fu pubblicato nel 1912 sull'argomento, ricco di 19 tavole in parte a colori e di 450 pagine, contiene tutte le importanti osservazioni e la ricostruzione del ciclo completo, fin allora ignoto, di sei delle dodici specie studiate. La somma delle nuove conoscenze venute fuori da questi studi è tale, che giustamente il volume fu ritenuto anche all'estero come un vero monumento di sapere ed è anche oggi la base di tutte le conoscenze scientifiche e pratiche ed il punto di partenza di tutte le nuove ricerche sull'importante argomento.

Gli studi che il Grassi condusse sulla malaria, e che occuparono quasi tutta la sua vita di studioso, erano ancora nel loro pieno vigore il giorno in cui la morte colse l'illustre scienziato. Essi furono da lui iniziati nel 1890, anno nel quale insieme col Feletti prese a studiare la malaria degli uccelli, per poi passare allo studio dei plasmodi della malaria umana. Sostenne allora la teoria della differenza specifica delle forme umane e discusse poi e sperimentò le maniere di infezione escludendo il valore dei *Culex* nella diffusione del male. Quando egli tornò nel 1898 a questi studi era venuta in maggior onore la teoria della diffusione della malaria per mezzo di zanzare, specialmente per le ipotesi lanciate da studiosi stranieri ed italiani e per le osservazioni del Ross che, studiando la malaria degli uccelli (e fra l'altro la stessa specie di plasmodio descritta e studiata pochi anni prima dal Grassi, *Proteosoma praecox* Grassi), era venuto alla conclusione che il ciclio biologico di questo parassita si compie in una specie di *Culex* (*C. fatigans*). Ma fu in parte contemporaneamente a questi studi del Ross e certamente in maniera del tutto indipendente ed anche prima di averne avuto conoscenza, che il Grassi, da prima in collaborazione coi professori Bignami e Bastianelli e poi da solo, con

Digitized by Google

incessanti ricerche sperimentali, giungeva nel 1899 alla conclusione, che è la base granitica di tutte le conoscenze biologiche e profilattiche sulla malaria umana, che questa viene diffusa sempre ed unicamente da zanzare del genere *Anopheles*. Questa verità ancora oggi luminosamente da tutti riconosciuta, scaturisce dal suo magnifico libro " Studi di uno zoologo sulla malaria „ in cui ricostruisce tutto il ciclo, nelle sue numerose tappe, quel ciclo che addita la via sulla quale per un quarto di secolo si è esercitata la profilassi, che ha risanato o messo sulla via del risanamento tante regioni e che ha diminuito di tanto le vite umane mietute in Italia e fuori dal terribile flagello.

Il merito del Grassi nelle sue scoperte sul ciclo biologico dei parassiti della malaria umana venne riconosciuto luminosamente e definitivamente anche in epoca relativamente recente, mentre nei primi anni, dopo l'avvenuta scoperta, gli venne aspramente contrastato con astiose polemiche che profondamente amareggiarono il sommo maestro. Venne riconosciuto tale merito dall'Università di Lipsa che nel 1908 gli conferiva, principalmente per questi suoi studi e con esplicita dichiarazione in proposito, il diploma di dottore " honoris causa „, mentre appena due anni prima della morte del Grassi l'Eckstein, in un pregevole scritto, ricostruiva con esatta documentazione la vera storia della importante scoperta, rivendicandola totalmente al nostro illustre consocio.

Certo nessuna questione scientifica può dirsi studiata al punto che la mente umana e la mano dello sperimentatore non abbia ragione di ritornarvi su. E ciò specialmente quando a tale ricerca è legata la vita e l'economia di intere popolazioni. Fu per questo che il Grassi morì, come si suol dire, sulla breccia. Egli tornava e ritornava ancora quasi ogni giorno a Fiumicino, in quella plaga semidesolata che dall'opera di lui aspettava il suo risanamento e dove il grande biologo, quasi a monito perchè i suoi successori dovessero continuare e perpetuare il suo grande apostolato, volle che giacessero perennemente le sue spoglie mortali.

Questi tre monumenti scientifici costituiscono una massa di ricerche geniali ed una serie di fatti nuovi dovuti alle sue scoverte. E questi fatti nuovi sono tanti che basterebbero da soli a costituire la fama di più insigni scienziati: ma non furono

Digitized by Google

che una parte della grande, della formidabile attività scientifica del Grassi.

Basta ricordare, per semplice cenno, gli studi del Grassi sui ditteri (Mosca domestica e flebotoni), sullo sviluppo della colonna vertebrale, sull'embriologia delle Api e sulla morfologia e fisiologia degli Artropodi, sulla biologia delle Termiti, ecc. ecc.

E malgrado questa grande, incessante attività di studioso il Grassi seppe essere anche un grande maestro, un appassionato didatta. Sembrerà strano, ma se un difetto si dovesse trovare nell'attività didattica del Grassi, noi dovremmo dire che egli sapeva troppo per poter essere un buon insegnante.

La grande foga di apprendere, la sua formidabile memoria e la conseguente mole smisurata di conoscenze, facevano perdere spesso al cattedratico il senso della misura della capacità mentale dei discenti. Molti dissero che insegnava troppe cose, gli alunni spesso si lagnarono di dover troppo studiare. Ciò fu forse un suo difetto, ma sono certo che nessuno di coloro che molto studiarono e molto intesero dalla voce del maestro rimpiange oggi per aver troppo imparato!

Natura esuberante, pienezza di vita, attività instancabile dimostrò il Grassi in tutte le manifestazioni della sua esistenza e specialmente in quelle che lo avvicinarono allo scopo principale della sua vita, alla scienza, considerata tanto come forza creatrice, la ricerca, che come attività assimilatrice, lo studio e la comunicazione ad altri del suo sapere. Sotto l'impulso di una così viva attività fu forse talora eccessiva anche la sua valutazione del merito, come del demerito altrui. Ciò lo fece apparire qualche volta ingiusto e qualche volta avventato nei suoi giudizi, espressi per giunta non di rado con un'eccessiva franchezza.

Fu per questo ad alcuni non accetto: ma soltanto a chi ebbe a conoscerlo superficialmente. Chiunque lo potè avvicinare con frequenza ed ebbe la ventura di entrare nella sua domestichezza riscontrò i pregi indiscutibili del suo carattere e della sua indole, buona nel fondo, scevra di pretensione, cordiale verso i più, propensa alla ammirazione per l'opera altrui, desiderosa di elevarla, quando questa se ne mostrasse meritevole.

Per quanto vivamente presa dallo studio e dalle ricerche, la mente del Grassi non rifuggì dallo spaziare anche nelle con-

Digitized by Google

siderazioni astratte. Egli, traendo argomento dalla sua profonda cultura e seguendo le teorie che sgorgano dalla osservazione e dall'esperienza, sentì talora il bisogno di manifestare in forma sintetica il successivo evolversi del suo pensiero filosofico. Convinto evoluzionista nel fondo, non cessava di segnalare anche ai suoi discepoli lo sviluppo delle nuove dottrine e di esercitarne egli stesso la critica. Già nel 1897 egli dichiarava il fallimento del materialismo puro, manifestando in un discorso inaugurale sulla " Critica della filosofia Zoologica „ la sua tendenza verso uno spiritualismo a base scientifica. E tale tendenza confermava pienamente nel 1906, nel discorso tenuto alla seduta reale dei Lincei e nell'ultimo anno di sua vita, affermando che egli poneva la scienza a fondamento del progresso umano verso i più alti ideali del vero, del bello e del buono.

E, coerente a sè stesso, a questi tre Ideali informò tutta la sua vita Battista Grassi, il nostro grande biologo, che tanto onorò l'Italia e che tanto ne tenne alto il prestigio di fronte a tutto il mondo scientifico, che degnamente oggi ne rimpiange la immatura scomparsa.

Digitized by Google

Un nemertino del Piemonte

Nota del Socio naz. resid. UMBERTO PIERANTONI

Il gruppo dei nemertini, così ricco di forme marine, è rappresentato solo da pochissime forme d'acqua dolce e fra queste soltanto una o due appartengono alla fauna italiana. Il Monticelli, in un suo lavoro nel quale illustrava nel 1916 una specie del fiume Sebeto, piccolo corso d'acqua dei dintorni di Napoli, registra come rinvenuta in Italia solo un'altra forma, che fu descritta dal Garbini, del lago di Garda.

La specie che è oggetto del presente scritto fu da me rinvenuta nella scorsa primavera a Torino, nei piccoli corsi d'acque lente che sgorgano di fra le roccie, in contrada Millefonti, a pochi metri dalla riva sinistra del Po, fra le molte erbe acquatiche che tappezzano in quella contrada le pozze d'acqua e gli angusti canali.

Di questa specie io rinvenni varii esemplari, potei tenerne anche in acquario per qualche mese, ed assistere alla deposizione delle uova ed allo sviluppo di queste, senza però che gli embrioni ottenuti in cattività potessero raggiungere il completo sviluppo in forme libere.

La specie a cui appartengono gli esemplari di Millefonti è molto affine alla specie che fu rinvenuta nel 1892 dal Böhmig in Germania e descritta col nome di *Prostoma graecense*, ma differisce da essa per varii caratteri, che mi hanno permesso di istituire una nuova specie che, per la località ove fu rinvenuta, ho contraddistinto col nome di *Prostoma padanum*.

Il *P. padanum* n. sp., è una specie assai piccola, non oltrepassando, allo stato di media distensione, i 7 od 8 mm. di lunghezza per una larghezza di 0,50 mm. Assai lievemente appiattita, sì che la sezione trasversale è quasi circolare, ha un colorito

Digitized by Google

giallo carnicino, lievemente rossastro verso il capo. Questo non è più largo del resto del corpo, e si presenta ristretto verso l'estremo anteriore, in modo da apparire grossolanamente conico quando l'animale cammina. La parte posteriore del corpo è poco assottigliata. Non si notano setole sensitive prominenti nè all'estremo anteriore nè al posteriore.

Gli occhi sono in numero di due paja, un pajo innanzi ed uno dietro le fossette cefaliche, ma negli esemplari bene sviluppati macchiette pigmentali concentrate o sparse si raccolgono in due altri gruppetti, costituendo nel loro insieme un terzo pajo di occhi interposto fra le due paja suddette.

Per quanto riguarda l'interna organizzazione, credo di far cenno qui soltanto delle caratteristiche che possono essere utili per la distinzione di questa specie del Piemonte dall'altra affine rinvenuta in Germania dal Bömig (*P. graecense*).

La bocca è stretta e si continua con un sottile rincostomodeo che si slarga poi, all'altezza del 1° pajo di occhi, in una camera in cui confluiscono l'intestino e la proboscide. L'intestino scorre come un tubo rettilineo, con sacculazioni laterali, dalla bocca all'ano, e si mostra più slargato nella regione del corpo corrispondente ai due terzi anteriori, occupata dalla proboscide e dal rincocele. Lungo il suo percorso, nella parete intestinale, si notano nelle altissime cellule epiteliali dell'intestino, degli inclusi di color giallastro contenenti ciascuna un vacuolo, i quali per la loro struttura ed il loro colorito dimostrano essere delle alghe unicellulari (zooclorelle) che vivono in simbiosi con questo animale e forse contribuiscono al processo respiratorio ed a dare in parte, viste per trasparenza, anche il colorito giallastro che si riscontra nel tronco dell'animale.

La proboscide è contenuta in un rincocele che si estende pei due terzi circa dell'intera lunghezza del corpo (v. fig. 1, *rc*). Essa si distingue, come di consueto, in una parte anteriore estroflettibile, ed una posteriore interna. Allo stato di riposo la prima parte è in lunghezza circa due volte la seconda, e, quel che è specialmente particolare di questa specie, il calibro della parte estroflettibile in media distensione non è maggiore di quello dell'altra. Quest'ultima si termina assottigliandosi ed attaccandosi ad un retrattore lungo e circonvoluto (*r*) tanto da permettere a quest'ultimo tratto della proboscide di ripiegarsi in avanti.

Digitized by Google

L'armatura della proboscide non si allontana dal tipo consueto. Lo stiletto (*st*) principale è circa tre volte più lungo degli stiletti di riserva, posti in due gruppi di tre, nelle due piccole tasche ai lati di esso (*sta*). Il sistema circolatorio ed escretore sono del tipo comune costante nei metanemertini.

Per una più precisa definizione dei caratteri della specie, mi intratterrò sul sistema riproduttore e su alcune osservazioni biologiche che ho potuto compiere sugli animali vivi, che, come ho detto, potei tenere per qualche tempo in cattività.

In animali maturi sessualmente si scorgono anche per trasparenza gli organi sessuali in due serie ai lati del corpo, che si iniziano dalla regione corrispondente all'inizio del terzo anteriore del rincocele. Non è facile di contare questi organi perchè in quello di ciascun lato talora vi è un solo grosso uovo, talora due e qualche volta solo piccole uova e l'apertura esterna della camera sessuale non è sempre visibile. Nella specie da me studiata mi pare però di poter concludere che vi siano dieci paja di organi sessuali, per quanto la serie delle grosse uova ascenda a 15-17 per ciascun lato (fig. 1, *ov*). Ciascun organo sessuale è fatto da una gonade mista che produce spermatogonie ed oogonie senza una netta divisione delle regioni dei due sessi, per quanto la produzione delle spermatogonie prevalga nelle cellule più prossime alla parete del corpo, mentre le oogonie nascono a preferenza in una regione più profonda e perciò più prossima all'intestino. Uova e spermatozoi maturi ed in evoluzione si trovano frammisti in una camera sessuale (fig. 2, *ov*, *spz*), che all'epoca della maturità degli elementi si mette in comunicazione con l'esterno. Tali comunicazioni sono assai ben visibili, anche nell'osservazione *in toto*, nei segmenti posteriori del corpo (fig. 3, *as*).

La biologia sessuale dei nemertini d'acqua dolce è stata spesso oggetto di particolare indagine e non di rado è rimasta notevolmente oscura. Per quanto l'ermafroditismo sia assicurato in varie specie, pure non sempre si comprende se vi sia un avvicendamento della funzionalità dei due sessi o se ne sia contemporaneo lo sviluppo. Per quanto riguarda la specie più vicina alla presente, ossia il *P. graecense*, il Böhmig parla di maturazione contemporanea dei due sessi, mentre altri, come il Rimsky-Korsakow è propenso a ritenere che sia il caso della

Digitized by Google

protoginia, per quanto in seguito ammetta anche la possibilità di una autofecondazione.

In *P. padanus* io potei seguire da vicino la maniera di vita degli individui maturi ed assistere alla deposizione delle uova. È indubitato che questi individui, durante l'epoca della deposizione delle uova, si rinvengono per solito appaiati, ma è certo anche che essi, pur vivendo così a paja, non differiscono fra loro per la maturità dei loro elementi sessuali. Il caso della protoginia mi sembra da escludere, come quello della protandria. Io in verità per le mie osservazioni tenderei ad escludere anche la autofecondazione. Nelle camere sessuali si trovano uova e spermi maturi, e questi ultimi si vedono non di rado anche nel plasma delle cellule ovariche, ma mai si vedono figure nucleari che possano far pensare ad un processo di maturazione e fecondazione interna. La fecondazione deve quindi avvenire certamente dopo che le uova sono state deposte.

Ora quest'osservazione può dar luogo a due ipotesi: *a)* che l'uovo fuoriesca con uno spermatozoo proveniente dalla gonade dello stesso individuo e poi compia fuori il processo fecondativo, dopo essersi maturato; e ciò potrebbe far pensare il fatto della frequente presenza di spermi nel plasma ovulare; *b)* che malgrado la contemporaneità della maturazione degli elementi dei due sessi nello stesso individuo, la fecondazione avvenga liberamente nell'acqua dopo deposizione e per opera di spermi provenienti da altro individuo; ed a tale conclusione farebbe propendere l'osservazione biologica dell'unione degli individui a due a due nel periodo della deposizione delle uova. Il Child che ha studiato la biologia sessuale di *Prostoma asensoriatum*, forma americana anch'essa di acqua dolce, propende nella specie da lui studiata per ritenere che sia possibile un'autofecondazione esterna per opera di spermi dello stesso individuo che fuoriescono insieme con le uova. Maturazione e fecondazione avverrebbero sotto lo stimolo dell'acqua appena le uova fuoriescono. Ciò farebbe ritenere anche il fatto che i pori genitali non sono perforati, quindi gli spermi non potrebbero entrare prima che le uova fuoriescano. Nella specie da me illustrata nel presente studio tale osservazione non ha valore, dato che le comunicazioni tra l'esterno e l'interno della camera genitale sono stabilite anche prima che le uova vengano deposte. Ma il fatto della co-

Digitized by Google

stante assenza dei fenomeni di maturazione e fecondazione nelle cellule ovulari interne fa concludere senz'altro per la fecondazione esterna. Resta da indagare sulla questione dell'autofecondazione o della fecondazione incrociata. Io propendo per quest'ultima, dato che la presenza di spermi inattivi nel plasma ovulare e la tendenza ad avvicinarsi ed a riunirsi a paja degli individui all'epoca della deposizione delle uova avvalora piuttosto tale ipotesi che non l'altra.

Lo studio delle uova deposte nulla può chiarire, dato che è impossibile di assodare l'origine dello spermio fecondante anche se vi si possono cogliere le fasi della fecondazione esterna.

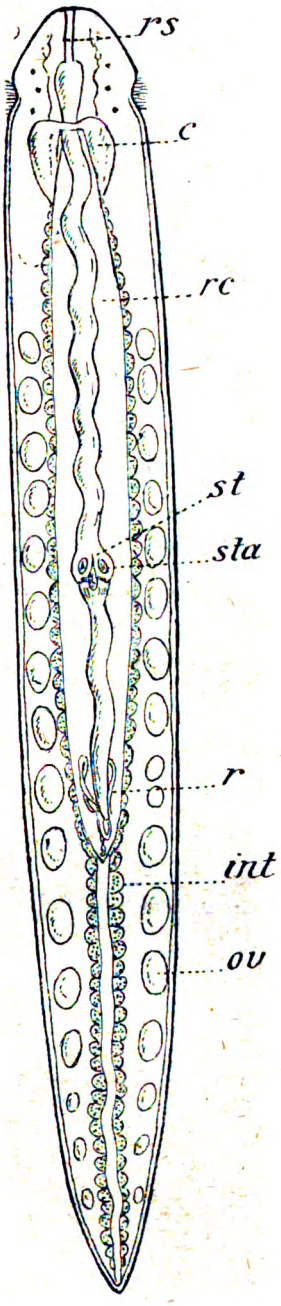
Nella specie in parola io ottenni, come ho detto sopra, la deposizione delle uova. Queste abbandonavano il corpo isolate e sparse qua e là, lontane l'una dall'altra, senza preferenza di sede nè in rapporto con la natura del fondo, nè con le condizioni di luce. Queste uova si segmentavano nello stesso giorno della deposizione; la segmentazione era totale, uguale ed a tipo spirale. Entro il periodo di tre o quattro giorni si notavano le piccole larve ciliate contenute nell'uovo. Di solito però morivano prima di schiudere. Non ottenni perciò i piccoli vermi liberi, nè potei assistere a fenomeni di incistidamento.

Riassumendo i caratteri di questa interessante specie di nemertino di acqua dolce, credo di poterne tracciare le principali caratteristiche differenziali nella seguente diagnosi:

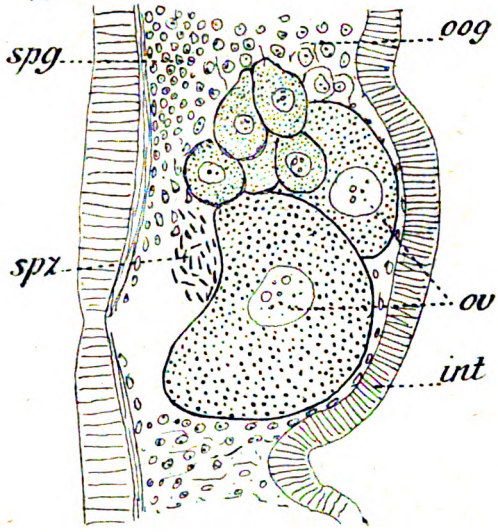
Prostoma (Stichostemma) padanus n. sp.

Piccolo nemertino di non oltre 8 mm. di lunghezza, per 0,50 mm. di larghezza, con capo assottigliato in avanti, quasi conico, colorito carnicino rossiccio verso la regione cefalica. Manca di setole tattili sporgenti dagli estremi, ma è provvisto di organo di senso frontale. Tubo rincostomodeale sottile, slargantesi in larga camera di confluenza dell'esofago e del tubo proboscideo. Rincocele protraentesi pei due terzi della lunghezza del corpo. Proboscide con parte estroflettibile quasi dello stesso calibro della porzione non estroflettibile interna e quella due volte questa in lunghezza. Ermafrodito isogonico a fecondazione esterna e probabilmente incrociata.

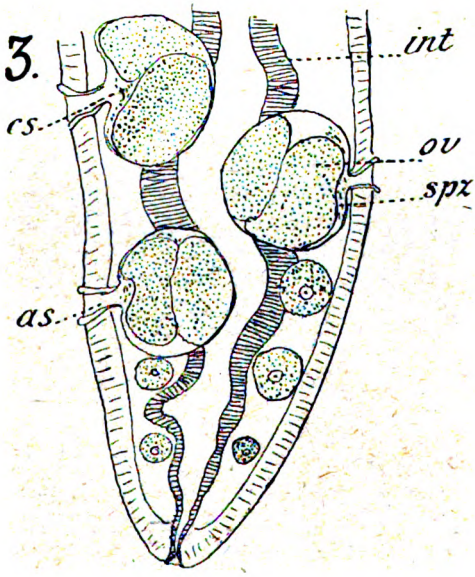
Digitized by Google



2.



3.



Digitized by Google

SPIEGAZIONE DELLE FIGURE

Fig. 1. Aspetto complessivo schematico del *Prostoma padanum* ingrandito circa 20 volte. — Fig. 2. Sezione a livello di una camera genitale. — Fig. 3. Estremo posteriore con alcune camere genitali già in comunicazione con l'esterno: *as*, apertura sessuale; *c*, ganglii cerebroidi; *cs*, camera sessuale; *int*, intestino; *oog*, oogonie; *ov*, uova; *r*, retrattore della proboscide; *rc*, rincocele; *rs*, rincostomodeo; *spg*, spermatogonie; *spz*, spermatozoi; *st*, stiletto; *sta*, stiletti accessorii.

OPERE CITATE

Böhmig L., *Beiträge zur Anatomie und Histologie der Nemertinen* (*Stichostemma graecense* Böhmig). " Zeit. wiss. Zool. „, 64 Bd., p. 479.

Bürger O., *Nemertinen*, in " Das Thierreich „, 20 Lief., 1904, Berlin.

— *Nemertini*, in " Bronn's Klassen und Ordnungen des Thierreichs „, 4 Bd., Supplement, Leipzig, 1907.

Child C. M., *The habits and natural history of Stichostemma*, " Amer. Natur. „, vol. 35, 1901, p. 975.

Garbini A., *Intorno ai Nemertini del Lago di Garda ed alla loro origine*. " Z. Anz. „, 19 Bd., 1896, p. 125.

Monticelli Fr. Sav., *Descrizione del " Prostoma sebethis „* Mont., " Archiv. Zool. Ital. „, vol. 8, 1816, p. 401.

Rimsky-Korsakow M., *Zur Biologie der Süsswassernemertinea* (*Stichostemma graecense*), " Biol. Centralbl. „, 30 Bd., 1910, p. 561.

L'Accademico Segretario
Oreste Mattirolo

Digitized by Google

CLASSI UNITE

Adunanza del 18 Aprile 1926

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE FRANCESCO RUFFINI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti:

della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali: i Soci GUIDI, PARONA, GRASSI, SOMIGLIANA, PANETTI, PONZIO, MAJORANA, HERLITZKA, POCHETTINO, BOGGIO, GARELLI;

della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche: i Soci STAMPINI, BRONDI, EINAUDI, SCHIAPARELLI, PATETTA, PRATO, CIAN, FAGGI, LUZIO, JANNACCONE, SOLARI, BERTONI, RONDOLINO e VIDARI il quale funge da Segretario.

Scusano l'assenza i Soci D'OVIDIO, NACCARI, MATTIROLO, SACCO, MOSCA, DE SANCTIS.

Si legge e si approva l'atto verbale della precedente adunanza.

Il Socio SOLARI legge la Relazione da lui stesa a nome della Commissione e già distribuita ai Soci per il conferimento del premio Gautieri di filosofia (triennio 1921-23), ed illustra le conclusioni e la proposta di dividere in parti uguali l'ammontare del premio fra due valorosi cultori, l'uno delle discipline filosofiche pratiche, l'altro delle discipline filosofiche teoretiche, cioè i professori Giorgio DEL VECCHIO e Michele LOSACCO.

Nessuno prende la parola; onde il Presidente mette ai voti la Relazione; la quale risulta approvata alla unanimità, rimandandosi alla successiva seduta la votazione per il conferimento del premio.

Gli Accademici Segretari:
ORESTE MATTIROLO
GIOVANNI VIDARI

Digitized by Google

CLASSE
DI
SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 25 Aprile 1926

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE FRANCESCO RUFFINI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci GUIDI, PARONA, GRASSI, SOMIGLIANA, PANETTI, SACCO, POCHETTINO, BOGGIO, GARELLI, REPOSSI e il Segretario MATTIROLO.

Scusano l'assenza i Soci D'OVIDIO e NACCARI.

Il Segretario dà lettura del verbale della precedente adunanza, che risulta approvato, senza osservazioni.

Il Presidente comunica all'Accademia il generoso dono del fascicolo LXIX dei *Résultats des Campagnes scientifiques accomplies sur son Yacht par Albert I^r prince de Monaco*, accompagnato da un volume di Tavole che si riferiscono a ricerche sui *Copepodi batipelagici* eseguite da G. O. Sars.

L'Accademia ringrazierà ufficialmente il munifico donatore.

Il Socio GUIDI fa omaggio all'Accademia della 2ª edizione della sua *Statica delle Dighe di sbarramento per Laghi artificiali* ricordando che questa edizione presenta sulla 1ª notevoli addizioni. Il Presidente ringrazia.

Il Socio Vice-Presidente PARONA, in nome del Dott. Piero GIAI-LEVRA, presenta per l'inserzione negli *Atti* una Nota sulle *Diatomee postglaciali della Torbiera di Trana.*

Il Socio SOMIGLIANA una Nota del Prof. Giovanni SILVA dal titolo: *Sulla precisione delle osservazioni di gravità relativa, compensate col metodo del Venturi.*

Il Socio Direttore della Classe presenta questa Nota anche nel nome del Socio GRASSI avendo egli già impiegate il numero delle pagine a lui concesse dall'Accademia.

Digitized by Google

LETTURE

Sulla precisione delle osservazioni di gravità relativa, compensate col metodo del Venturi

Nota del Prof. GIOVANNI SILVA
presentata dal Socio nazionale residente Guido Grassi

1. — La determinazione della precisione delle misure di gravità relativa è problema alquanto complesso, al quale i varî osservatori non dànno soluzione concorde. La questione ha notevole importanza quando si vogliano paragonare risultati ottenuti da operatori diversi, specialmente se tali risultati devono servire a stabilire una rete di stazioni di riferimento fondamentali, nelle quali siano state eseguite molteplici osservazioni, ed ha pure importanza quando si voglia accertarsi che dette misure di gravità possono essere utilizzate per le moderne ricerche sull'isostasi terrestre. Per queste ragioni il problema fu oggetto di discussione in epoca recente, sia da parte della Commissione geodetica italiana, sia da parte della Sezione di Geodesia dell'Unione internazionale geodetica e geofisica. In seguito a ciò ho preso in esame il procedimento usato dal Venturi [1] per la compensazione delle sue numerose osservazioni gravimetriche, procedimento adottato anche da altri osservatori italiani e l'ho paragonato con il metodo dovuto al Borrass [2], più frequentemente usato all'estero e, nelle epoche più recenti, anche in Italia.

[1] A. Venturi, *La compensazione dei risultati nelle misure di gravità relativa terrestre.* " Nuovo Cimento „, serie IV, tomo XI, 1900, pag. 33.

[2] E. Borrass, *Relative Bestimmungen der Intensität der Schwerkraft* etc. " Veröffentlichung des Kön. Preusz. Geodätischen Institutes „, Neue Folge, No. 23, 1905.

Digitized by Google

Espongo in questa Nota i risultati di tale ricerca e precisamente dimostro in essa che le correzioni alle durate di oscillazione dei pendoli osservate, quali risultano dal complesso procedimento del Venturi, coincidono con *residui* che si ottengono con calcolo semplicissimo quando si adotta il procedimento del Borrass, e dimostro altresì che l'error medio della variazione della gravità da una stazione all'altra, al quale si giunge con quel procedimento, coincide — quando sia corretto un errore sfuggito al Venturi nella deduzione della formola finale — con una determinata parte dell'error medio a cui conduce il metodo del Borrass.

Il confronto teorico sarà illustrato da esempi e dati numerici relativi alle osservazioni gravimetriche italiane nelle quali è stato adottato il metodo del Venturi, il che permette di meglio riconoscere la precisione di queste osservazioni.

2. — Per la determinazione della gravità relativa fra due stazioni un solo pendolo sarebbe sufficiente; poichè se ne adopera ordinariamente un numero maggiore, le durate di oscillazione dei varî pendoli devono soddisfare a determinate equazioni di condizione; di qui il metodo delle *osservazioni condizionate* adottato dal Venturi.

Indichiamo con r il numero delle stazioni e supponiamo eguale a 4 il numero dei pendoli. Sia $s_{h,i}$ la media durata di oscillazione ottenuta per il pendolo h^{esimo} nella stazione i^{esima}; $\delta_{h,i}$ la correzione più attendibile che ad essa si deve apportare e tale che la durata di oscillazione corretta

$$\sigma_{h,i} = s_{h,i} + \delta_{h,i} \qquad (h = 1, 2, 3, 4;\ i = 1, 2, \dots r) \tag{1}$$

soddisfaccia alle equazioni di condizione sopra nominate.

Indicando con h, k due pendoli diversi, con i, j due stazioni diverse, le dette equazioni saranno del tipo

$$\frac{\sigma_{h,i}}{\sigma_{h,j}} = \frac{\sigma_{k,i}}{\sigma_{k,j}} \tag{2}$$

poichè ciascuno dei due rapporti eguaglia l'inverso del rapporto fra le radici quadrate dei valori della gravità nelle due stazioni.

Digitized by Google

Scrivendo la (2) sotto la forma

$$\sigma_{h,i}\,\sigma_{k,j} - \sigma_{k,i}\,\sigma_{h,j} = 0\,,$$

introducendo le (1), e trascurando, come è lecito, i prodotti delle δ fra loro, si ottiene

$$(3) \qquad s_{k,j}\,\delta_{h,i} - s_{h,j}\,\delta_{k,i} - s_{k,i}\,\delta_{h,j} + s_{h,i}\,\delta_{k,j} + W = 0$$

nella quale

$$(4) \qquad W = s_{h,i}\,s_{k,j} - s_{k,i}\,s_{h,j}\,.$$

Evidentemente si potrebbero scrivere $C_{4,2} \cdot C_{r,2}$ equazioni del tipo (3), ma è facile verificare che il numero delle equazioni indipendenti è $3\,(r-1)$. Il Venturi le ottiene facendo in primo luogo $h=1$ e $k=2, 3, 4$, combinando cioè il primo pendolo con gli altri tre, ed in secondo luogo $i=1, 2, \ldots (r-1)$ e $j=i+1$, combinando cioè ogni stazione con la successiva.

Il problema, teoricamente determinato dalla condizione $[\delta^2] = \textit{minimum}$, può essere trattato al solito modo, ma, anche per valori non molto grandi di r, la soluzione è notevolmente laboriosa e, nonostante le geniali formule ricorrenti trovate dal Venturi, anche il calcolo numerico delle incognite correzioni δ e dell'error medio unitario è alquanto faticoso.

Pur seguendo il procedimento delle osservazioni condizionate, la soluzione potrebbe rendersi più facile in primo luogo facendo nelle (3) la semplificazione che il Venturi introduce solo nel successivo sistema delle equazioni normali che determina i coefficienti correlativi. Si può infatti osservare che le $s_{h,i}$, eguali a circa $0^s,5$, non differiscono generalmente fra loro che per qualche decimillesimo di secondo, sicchè, indicandone con s un valore medio arbitrario, saranno pure trascurabili di fronte a $s\delta$ i prodotti $(s - s_{h,i})\,\delta$. Ponendo quindi $w = W : s$, la (3) può scriversi [3]

$$(3') \qquad \delta_{h,i} - \delta_{k,i} - \delta_{h,j} + \delta_{k,j} + w = 0.$$

---

[3] A questa forma lineare delle equazioni di condizione con i coefficienti delle correzioni eguali a $+1$ o -1, il prof. G. Cassinis nella sua Nota, *Sulla compensazione delle osservazioni gravimetriche* (Pubbl. dell'Istituto

Digitized by Google

In secondo luogo converrebbe ricavare le $3(r-1)$ equazioni indipendenti facendo, con maggiore uniformità, $h=1$, $k=2, 3, 4$ e $i=1$, $j=2, 3, \ldots r$. Si potrebbe allora dimostrare anche per via algebrica il risultato al quale conduce il ragionamento di questo paragrafo.

Ma gli sviluppi algebrici sarebbero pur sempre complessi, mentre si può giungere ad una soluzione elementarissima del problema dando ai residui w altra forma opportuna che ne metta in luce il significato; questa soluzione permetterà anche l'immediato raffronto tra il metodo del Venturi e quello del Borrass.

L'espressione (4) di W può scriversi:

$$W = s_{h,j}\left\{(s_{h,i} - s_{k,i}) - \frac{s_{h,i}}{s_{h,j}}(s_{h,j} - s_{k,j})\right\}.$$

La quantità

$$\frac{s_{h,i}}{s_{h,j}}(s_{h,j} - s_{k,j})$$

è la differenza fra le durate di oscillazione dei due pendoli h, k osservata nella stazione j, e *ridotta alla stazione* i, essa cioè può ritenersi la differenza fra quelle durate di oscillazione quale si sarebbe ottenuta, *commettendo gli stessi errori di osservazione* se, soltanto, nella stazione j la gravità fosse stata uguale a quella della stazione i. Riteniamo infatti che nelle (1) le σ siano le durate di oscillazione vere e le δ gli errori di osservazione e sostituiamo le (1) stesse nel secondo membro della relazione seguente, che si deduce dalla (2),

$$\sigma_{h,i} - \sigma_{k,i} = \frac{\sigma_{h,i}}{\sigma_{h,j}}(\sigma_{h,j} - \sigma_{k,j}).$$

A meno di quantità che, per ragioni già indicate, si possono ritenere trascurabili, potremo scrivere:

---

di Geodesia della R. Scuola di Appl. per gl'Ingegneri in Roma „, N° 4, 1921) giunge con maggiore generalità circa i valori delle durate di oscillazione dei pendoli, considerando come incognite i logaritmi delle σ e determinando le correzioni ai logaritmi delle s. I residui w ai quali perviene il Cassinis risultano dell'ordine $W : s^2$.

Digitized by Google

$$\sigma_{h,i} - \sigma_{k,i} = \frac{s_{h,i}}{s_{h,j}} (s_{h,j} - s_{k,j}) + (\delta_{h,j} - \delta_{k,j}),$$

il che giustifica quanto è stato sopra asserito.

Ricordiamo ora che per il significato delle equazioni di condizione i residui W ricalcolati con i valori compensati delle incognite devono risultare nulli; si può quindi dire che le correzioni δ alle durate di oscillazione osservate devono essere tali da rendere costanti per tutte le stazioni le differenze fra le durate di oscillazione osservate per ciascuna coppia di pendoli e ridotte a una stazione unica. Come tale immaginiamo scelta la stazione fondamentale di riferimento.

Sieno $S_{h,i}$, $S_{k,i}$ le durate di oscillazione così ridotte per una generica coppia di pendoli (h, k) e per le varie stazioni $(i = 1, 2, \ldots r)$. Il valore costante più plausibile che le differenze $S_{h,i} - S_{k,i}$ dovrebbero avere e al quale devono quindi ridursi dopo applicate le correzioni $\delta_{h,i}$, $\delta_{k,i}$ è la loro media aritmetica, cioè la differenza $\Sigma_h - \Sigma_k$ fra le medie aritmetiche delle $S_{h,i}$ e delle $S_{k,i}$. Osserviamo inoltre che, affinchè le dette differenze si riducano tutte alla loro media aritmetica, è necessario e sufficiente che ciò avvenga fra le analoghe differenze $S_{h,i} - S_{m,i}$ (ridotte sempre alla stazione fondamentale) fra le medie durate di oscillazione di un pendolo nelle varie stazioni e quelle corrispondenti $S_{m,i}$ medie dei quattro pendoli (o, come suol dirsi, *del pendolo medio*). Detta Σ_m la media delle $S_{m,i}$, ossia anche la media delle Σ_h, le differenze $S_{h,i} - S_{m,i}$ si riducono al loro valor medio se, e soltanto se alle singole $S_{h,i}$ (o, ciò che è lo stesso, alle $s_{h,i}$ ben poco diverse dalle $S_{h,i}$) vengono applicate correzioni $\delta_{h,i}$ del tipo $C - V'_{h,i}$, dove C è una costante e $V'_{h,i}$ è lo scostamento

$$V'_{h,i} = (S_{h,i} - S_{m,i}) - (\Sigma_h - \Sigma_m). \tag{5}$$

Ma la costante C deve essere evidentemente nulla sia perchè, secondo il principio dei minimi quadrati, la somma delle δ^2 deve essere minima, sia perchè la compensazione, influendo soltanto sulle differenze delle durate di oscillazione delle varie coppie di pendoli, non può alterare le durate medie.

Si può quindi concludere che le correzioni $\delta_{h,i}$ che soddisfanno alle equazioni di condizione e che col metodo del Venturi

Digitized by Google

si ottengono con lungo procedimento di calcolo devono coincidere, tranne il segno, con gli scostamenti $V'_{h,i}$ che si calcolano con tutta facilità nel determinare la precisione delle osservazioni gravimetriche col metodo del Borrass (4).

Ed ecco a riprova due esempi numerici.

Nella Tabella I sono contenuti i risultati osservati dal prof. Venturi nella sua *Terza campagna gravimetrica in Sicilia nel 1905* (5) compensati col suo procedimento di calcolo.

Nella Tabella II è contenuto il calcolo completo dei residui $V'_{h,i}$, a spiegazione del quale osserveremo soltanto che attribuendo l'indice 1 alla stazione fondamentale e l'indice i ad una generica stazione, la riduzione $c_{h,i}$ di una differenza osservata $s_{h,i} - s_{m,i}$ alla stazione fondamentale può ottenersi con precisione più che sufficiente mediante la formola:

$$c_{h,i} = (s_{h,i} - s_{m,i}) \frac{s_{m,i} - s_{m,1}}{s} ,$$

(4) Reina e Cassinis nella pubblicazione: *Determinazioni di gravità relativa compiute nel 1912*, ecc. (" Memorie della R. Acc. dei Lincei „, serie 5ª, vol. IX, CCCX, 1913) *per ottenere una seconda determinazione dell'error medio indicato dal Borras con* λ, introducono anche gli scostamenti:

$$V''_{h,k,i} = (S_{h,i} - S_{k,i}) - (\Sigma_h - \Sigma_k).$$

Evidentemente i residui W delle equazioni del Venturi sono della forma

$$W = s\,(V''_{h,k,i} - V''_{h,k,j})$$

essendo s un valor medio arbitrario delle durate di oscillazione dei varî pendoli. Adottando il tipo (3′) delle equazioni di condizione nell'espressione dei residui w mancherà il coefficiente s: di più essendo evidentemente

$$V''_{h,k,i} = V'_{h,i} - V'_{k,i} \quad ; \quad V''_{h,k,j} = V'_{h,j} - V'_{k,j}$$

risulta

$$w = V'_{h,i} - V'_{k,i} - V'_{h,j} + V'_{k,j}$$

che, confrontata con la (3′), conferma la conclusione trovata che le correzioni δ e gli scostamenti V' sono eguali e di segno contrario.

Noteremo qui incidentalmente che dalle relazioni tra i V' e i V'' si può dedurre l'identità

$$[V''V''] = 4\,[V'V']$$

in causa della quale si può concludere che dai V'', piuttosto che *una seconda determinazione di* λ si può ottenere un controllo del calcolo fatto mediante i V'.

(5) " Rendiconti della R. Accademia dei Lincei „, vol. XVI, serie 5ª, 2° sem. 1907.

Digitized by Google

Tabella I.

Risultati ottenuti dal Venturi nella sua " Terza Campagna gravimetrica „

(in unità della settima decimale del secondo).

Pend.	Palermo	Mazzara	Sciacca	Girgenti	Licata	Vittoria	Terranova
	Valori osservati $s_{h,i}$ delle durate di oscillazione: 5000000 +						
116	62952	63142	63177	63554	63356	63209	63281
117	70015	70229	70256	70629	70404	70281	70347
118	72119	72305	72367	72723	72500	72380	72428
119	71840	72031	72088	72450	72240	72093	72143
medio	69231.5	69426.8	69472.0	69839.0	69625.0	69490.8	69549.8
	Correzioni $\delta_{h,i}$ alle durate di oscillazioni osservate						
116	— 0.4	+ 4.1	+15.2	+ 4.2	—11.8	+ 1.3	— 12.7
117	+ 7.1	—14.3	+ 4.7	— 0.5	+11.6	— 1.3	— 7.3
118	— 4.0	+ 6.5	—10.7	+ 0.6	+ 8.5	— 6.4	+ 5.6
119	— 2.7	+ 3.7	— 9.2	— 4.3	— 8.4	+ 6.5	+ 14.4
	Valori compensati $\sigma_{h,i} = s_{h,i} + \delta_{h,i}$ delle durate di oscillazione: 5000000 +						
116	62951.6	63146.1	63192.2	63558.2	63344.2	63210.3	63268.3
117	70022.1	70214.7	70260.7	70628.5	70415.6	70279.7	70339.7
118	72115.0	72311.5	72356.3	72723.6	72508.5	72373.6	72433.6
119	71837.3	72034.7	72078.8	72445.7	72231.6	72099.5	72157.4
	Differenze $\sigma_{h,i} - \sigma_{h,1}$ fra le durate di oscillazione compensate di una generica stazione e quelle della fondamentale						
116	—	+ 194.5	+ 240.6	+ 606.6	+ 392.6	+ 258.7	+316.7
117	—	192.6	238.6	606.4	393.5	257.6	317.6
118	—	196.5	241.3	608.6	393.5	258.6	318.6
119	—	197.4	241.5	608.4	394.3	262.2	320.1

Digitized by Google

Tabella II.

Calcolo delle correzioni $\delta_{h,i}$ col procedimento dei residui $V'_{h,i}$

(in unità della settima decimale del secondo).

Pend.	Palermo	Mazzara	Sciacca	Girgenti	Licata	Vittoria	Terranova
	Differenze $s_{h,i} - s_{m,i}$ fra le durate di oscillazione osservate dei singoli pendoli e quelle del pendolo medio						
116	− 6279.5	−6284.8	−6295.0	−6285.0	−6269.0	−6281.8	−6268.8
117	+ 783.5	+ 802.2	+ 784.0	+ 790.0	+ 779.0	+ 790.2	+ 797.2
118	+ 2887.5	+2878.2	+2895.0	+2884.0	+2875.0	+2889.2	+ 2878.2
119	+ 2608.5	+2604.2	+ 2616.0	+2611.0	+2615.0	+2602.2	+2593.2
	Calcolo delle correzioni $c_{h,i}$ per ridurre le differenze precedenti alla stazione fondamentale (Palermo)						
	$s_{mi} - s_{m1}$	195	241	608	394	259	318
	$(s_{mi} - s_{m1})/s$	385	475	1199	777	511	628
116	$c_{h,i}$	+ 0.2	+ 0.3	+ 0.8	+ 0.5	+ 0.3	+ 0.4
117		0.0	0.0	— 0.1	— 0.1	0.0	0.0
118		— 0.1	— 0.1	— 0.3	— 0.2	— 0.1	— 0.2
119		— 0.1	— 0.1	— 0.3	— 0.2	— 0.1	— 0.2
	Differenze sopra scritte ridotte alla stazione fondamentale $S_{h,i} - S_{m,i} = s_{h,i} - s_{m,i} + c_{h,i}$						
116	− 6279.5	−6284.6	−6294.7	−6284.2	−6268.5	−6281.5	−6268.4
117	+ 783.5	+ 802.2	+ 784.0	+ 789.9	+ 778.9	+ 790.2	+ 797.2
118	+ 2887.5	+2878.1	+2894.9	+2883.7	+2874.8	+2889.1	+2878.0
119	+ 2608.5	+2604.1	+2615.9	+2610.7	+2614.8	+2602.1	+2593.0

Digitized by Google

Segue TABELLA II.

Pend.	Palermo	Mazzara	Sciacca	Girgenti	Licata	Vittoria	Terranova
	Correzioni $\delta_{h,i} = -V'_{h,i} = -(S_{h,i} - S_{m,i}) + (\Sigma_h - \Sigma_m)$ essendo $\Sigma_{116} - \Sigma_m = -6280.2$; $\Sigma_{117} - \Sigma_m = +789.4$; $\Sigma_{118} - \Sigma_m = +2883.7$; $\Sigma_{119} - \Sigma_m = +2607.0$						
116	− 0.7	+ 4.4	+ 14.5	+ 4.0	− 11.7	+ 1.3	− 11.8
117	+ 5.9	− 12.8	+ 5.4	− 0.5	+ 10.5	− 0.8	− 7.8
118	− 3.8	+ 5.6	− 11.2	0.0	+ 8.9	− 5.4	+ 5.7
119	− 1.5	+ 2.9	− 8.9	− 3.7	− 7.8	+ 4.9	+ 14.0
	Valori compensati $\sigma_{h,i}$ delle durate di oscillazione: 5000000 +						
116	62951.3	63146.4	63191.5	63558.0	63344.3	63210.3	63269.2
117	70020.9	70216.2	70261.4	70628.5	70414.5	70280.2	70339.2
118	72115.2	72310.6	72355.8	72723.0	72508.9	72374.6	72433.7
119	71838.5	72033.9	72079.1	72446.3	72232.2	72097.9	72157.0
	Differenze $\sigma_{h,i} - \sigma_{h,1}$ fra le durate di oscillazione compensate di una generica stazione e quelle della fondamentale						
116	—	195.1	240.2	606.7	393.0	259.0	317.9
117	—	195.3	240.5	607.6	393.6	259.3	318.3
118	—	195.4	240.6	607.8	393.7	259.4	318.5
119	—	195.4	240.6	607.8	393.7	259.4	318.5

Digitized by Google

essendo s senza indici il solito valor medio arbitario delle durate di oscillazione dei pendoli.

I valori dei $V'_{h,i}$ cambiati di segno sono abbastanza concordanti con le correzioni $\delta_{h,i}$ ottenute dal Venturi; le lievi differenze devono essere imputate all'accumularsi degli errori che può intervenire nel lungo procedimento di calcolo del Venturi per non sufficiente accuratezza o forse semplicemente per gli arrotondamenti dell'ultima decimale. I valori compensati della Tabella I non soddisfanno infatti così bene come quelli della Tabella II alle equazioni di condizione e lo si riconosce facilmente dalle differenze $\sigma_{h,i} - \sigma_{h,1}$ fra le durate di oscillazione compensate di una generica stazione e quelle corrispondenti della fondamentale, le quali dovrebbero risultare proporzionali alle σ stesse. Ciò avviene per i valori della Tabella II, mentre per quelli della Tabella I le discordanze superano anche le 4 unità della settima decimale del secondo.

Dò nella Tabella III i risultati riassuntivi di un altro confronto e cioè le correzioni $\delta_{h,i}$ calcolate col metodo del Venturi dal prof. G. Cicconetti per le durate di oscillazione da lui osservate in una campagna gravimetrica nei dintorni di Napoli (6) e le stesse correzioni calcolate come residui $V'_{h,i}$ cambiati di segno. Qui i risultati sono in ottimo accordo, poichè le differenze non superano la mezza unità della 7ª decimale del secondo.

3. — Poichè le equazioni di condizione sono $3(r-1)$, l'error medio ϵ di una durata di oscillazione osservata è dato dalla relazione

$$\epsilon^2 = \frac{[\delta\,\delta]}{3(r-1)} = \frac{[V'V']}{3(r-1)} \tag{6}$$

la quale nel metodo del Borrass ha un preciso significato.

Ricordiamo infatti che il metodo del Borrass si può applicare quando in ogni stazione si sono eseguite un certo numero di serie di osservazione di tutti e quattro i pendoli. L'errore di una durata di oscillazione si può allora considerare come idealmente composto di quattro errori elementari: u, x, y, z, essendo:

---

(6) *Determinazioni di gravità relativa eseguite a Napoli e dintorni nel 1908*, "Annali del R. Istituto tecnico di Napoli „, 1910.

Digitized by Google

TABELLA III.

Pend.	Capodimonte		Pozzuoli		Capo Miseno		Procida		Porto d'Ischia	
	$\delta_{h,i}$	$-V'$	δ	$-V'$	δ	$-V'$	δ	$-V'$	δ	$-V'$
141	− 13.3	− 13.2	− 21.8	− 21.7	+ 7.8	+ 8.1	+ 3.3	+ 2.8	+ 24.0	+ 24.1
142	+ 17.3	+ 17.1	+ 3.4	+ 3.5	− 13.9	− 13.7	− 5.2	− 5.0	− 1.8	− 1.8
143	− 3.9	− 4.2	+ 6.9	+ 7.3	+ 4.3	+ 4.1	+ 16.8	+ 16.8	− 24.1	− 23.9
144	− 0.1	+ 0.3	+ 10.9	+ 10.9	+ 1.6	+ 1.7	− 14.5	− 14.6	+ 1.9	+ 1.8

Digitized by Google

u la parte costante per tutte le osservazioni fatte in una stazione;

x una parte costante solo nelle osservazioni dei quattro pendoli in una medesima serie, ma accidentale quando si considerano osservazioni di serie diverse;

y una parte costante solo nelle osservazioni di uno stesso pendolo in una stazione, ma accidentale quando si considerano osservazioni di pendoli diversi, o anche dello stesso pendolo in stazioni diverse;

z la parte rimanente dell'errore, prettamente accidentale, variabile quindi generalmente da una osservazione a una qualunque altra.

La prima parte u si elimina in tutti gli scostamenti fra i risultati delle osservazioni singole e le loro medie; essa non può quindi essere messa in luce mediante residui e può essere determinata solo ricercando le cause che possono produrla e valutandone gli effetti, il che spesso esige criteri soggettivi.

È invece possibile mettere in luce, mediante opportune combinazioni delle osservazioni, gli effetti delle tre altre parti degli errori e determinare gli errori medî κ, λ, μ di una durata di oscillazione osservata quali sarebbero se esistessero da soli rispettivamente gli errori x o y o z.

Limitandoci a ciò che qui interessa, osserviamo che nelle differenze $s_{h,i} - s_{m,i}$, e perciò anche nelle differenze stesse ridotte alla stazione fondamentale $S_{h,i} - S_{m,i}$, non solo si elimina completamente l'errore u, ma altresì l'errore x costante per tutte le durate di oscillazione di una serie e quindi anche per la loro media. L'errore y, che è costante per le durate di oscillazione di un pendolo in una stazione rimane inalterato nella media $s_{h,i}$, sicchè se le serie osservate nella stazione i^{esima} sono n, quella parte dell'errore di una $s_{h,i}$ che varia da pendolo a pendolo è del tipo

$$y + \frac{1}{n}(z_1 + z_2 + \ldots + z_n)$$

e dà quindi origine ad un error medio m il cui quadrato è

$$m^2 = \lambda^2 + \frac{1}{n}\mu^2.$$

Digitized by Google

Se n è variabile da stazione a stazione si avrà in media

$$m^2 = \lambda^2 + \frac{1}{r}\left[\frac{1}{n}\right]\mu^2$$

rappresentando con [ ] il solito simbolo di sommatoria usato nella teoria degli errori.

Osservando poi che, ad. es.,

$$s_{1,i} - s_{m,i} = \frac{3}{4}\,s_{1,i} - \frac{1}{4}\,s_{2,i} - \frac{1}{4}\,s_{3,i} - \frac{1}{4}\,s_{4,i}$$

si deduce che il quadrato dell'error medio della differenza $s_{1,i} - s_{m,i}$, o in generale di una differenza $S_{h,i} - S_{m,i}$, è

$$m'^2 = \left(\frac{9}{16} + \frac{1}{16} + \frac{1}{16} + \frac{1}{16}\right)m^2 = \frac{3}{4}\left(\lambda^2 + \frac{1}{r}\left[\frac{1}{n}\right]\mu^2\right).$$

Ora l'error medio m' si può dedurre dagli scostamenti $V'_{h,i}$ tra i valori $S_{h,i} - S_{m,i}$ che le suddette differenze hanno nelle singole stazioni e il loro valor medio $\Sigma_h - \Sigma_m$, e precisamente, se si considerano i $4r$ scostamenti relativi ai 4 pendoli e alle r stazioni, si ha

$$m'^2 = \frac{[V'V']}{4r-4} = \frac{[V'V']}{4(r-1)}.$$

Segue quindi

$$\epsilon^2 = \frac{[V'V']}{3(r-1)} = \frac{4}{3}\,m'^2 = m^2 = \lambda^2 + \frac{1}{r}\left[\frac{1}{n}\right]\mu^2.$$

L'error medio unitario ϵ, cioè l'error medio della media durata di oscillazione di un pendolo in una stazione determinato dal Venturi, è dunque quello che si avrebbe se esistessero soltanto gli errori accidentali z e gli errori di carattere misto y, che, come è noto, dipendono dalle variazioni accidentali nella lunghezza matematica dei pendoli, le quali non mancano generalmente di presentarsi nei trasporti da una stazione all'altra.

La stessa conclusione vale naturalmente anche per l'error medio $\epsilon/2$ di una durata di oscillazione del pendolo medio in una stazione; il Venturi in luogo di questo dà l'error medio E di una durata di oscillazione compensata:

$$E = \frac{\epsilon}{2}\sqrt{\frac{r+3}{r}}.$$

Digitized by Google

Si ha dunque per una stazione, in cui sono state eseguite n serie di osservazioni dei 4 pendoli:

$$(7) \qquad \frac{\epsilon}{2} = E\sqrt{\frac{r}{r+3}} = \sqrt{\frac{\mu^2}{4n} + \frac{\lambda^2}{4}} .$$

Si tenga invece conto anche dell'errore x che rimane invariato nella media delle durate di oscillazione dei 4 pendoli in ciascuna serie e che, come è noto, dipende essenzialmente dagli errori dell'andamento dell'orologio che si adopera. La media $s_{m,i}$ di quelle medie è perciò affetta anche da un errore del tipo

$$\frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \ldots + x_n)$$

e quindi il suo error medio (escluso però sempre l'errore u costante in ogni singola stazione) è

$$(8) \qquad M_S = \sqrt{\frac{\mu^2}{4n} + \frac{\lambda^2}{4} + \frac{\kappa^2}{n}} .$$

Senza entrare in ulteriori particolari relativamente alla determinazione separata di μ, κ, λ col procedimento del Borrass, diamo nella Tabella IV un raffronto, relativo a varie serie di osservazioni gravimetriche italiane, fra l'error medio $\epsilon/2$ di una media durata di oscillazione del pendolo medio in una stazione, calcolato con il formulario del Venturi in base ai residui W delle equazioni di condizione, e lo stesso error medio $\epsilon'/2$ calcolato mediante gli scostamenti V' del metodo del Borrass (7).

Poichè i due calcoli si fondano su residui diversi, e in particolare poichè i risultati iniziali e finali della stazione di riferimento vengono computati separatamente nel metodo del Borrass, mentre il Venturi, l'Aimonetti e il Cicconetti li riuniscono generalmente in un'unica media, la concordanza non può essere assoluta; varî errori di stampa nei dati pubblicati ed altre ragioni l'hanno forse resa meno buona. Il disaccordo tra

(7) Nel calcolo di μ, κ, λ con il procedimento del Borrass ebbi notevole aiuto dal dott. G. Peisino nel tempo in cui egli rimase presso questo Gabinetto di Geodesia.

Digitized by Google

TABELLA IV.

Anno	r	n	Unità della 7ª decimale del secondo						Unità: dine		Annotazioni
			μ	κ	λ	$\frac{\epsilon}{2} = E\sqrt{\frac{r}{r+3}}$	$\frac{\epsilon'}{2} = \sqrt{\mu^2 + \frac{\lambda^2}{4n} + \frac{\lambda^2}{4}}$	$M_S = \sqrt{\mu^2 + \frac{\lambda^2}{4n} + \frac{\lambda^2}{4} + \frac{\kappa^2}{n}}$	$M_g = \frac{2g\sqrt{2}}{s} \cdot \frac{\epsilon}{2}$	M_g'	
			+	±	+	+	+	+	+	±	
			Osservazioni del Venturi								
1899	7	4	18	28	12	8.2	7.5	15.7	0.0045	0.0086	(1)
1904	6	4	18	21	4	4.4	4.9	11.6	0024	0055	
1905	7	4	19	15	3	4.9	5.0	9.0	0027	0043	
1906	7	4	11	14	3	3.9	3.1	7.7	0021	0036	
1907	3	4	7	19	0	2.1	1.8	9.7	0011	0053	(2)
1908	5	4	8	8	2	2.7	2.2	4.6	0015	0021	(3)
1910	4	4	9	10	3	3.3	2.7	5.7	0018	0027	
			Osservazioni dell'Aimonetti								
1902	10	3	14	13	10	6.6	6.4	9.9	0.004	0.005	
1904	18	3	11	15	11	5.2	6.4	10.8	003	005	(4)
			Osservazioni del Cicconetti								
1908	5	4	21	12	12	8.0	8.0	10.0	0.0044	0.0047	(5)

(1) La stazione di riferimento (Martorana) venne ripetuta solo ad un anno di distanza e dei risultati, che denotano una diminuzione media di $29^s \times 10^{-7}$ nella durata di oscillazione dei pendoli avvenuta nell'intervallo non è stato tenuto conto. M_g' è stato quindi calcolato con la formola (12).

(2) Nella stazione di riferimento è stata fatta una sola serie di osservazioni; M_g' è stata quindi calcolata con la (12).

(3) Nella stazione di riferimento sono state fatte tre serie di osservazioni; si è quindi adoperata la formola: $M_g' = \frac{2g}{s}\sqrt{\frac{4}{3}}\,Ms$.

(4) Essendosi verificata una variazione media di $-33^s \times 10^{-7}$ nelle durate di oscillazione a Torino da prima a dopo la campagna, l'Aimonetti ridusse le durate osservate nelle varie stazioni a una medesima data supponendo avvenuta una contrazione nella lunghezza dei pendoli proporzionale al tempo. Di questa correzione non è tenuto conto nel calcolo fatto col metodo del Borrass; di qui il maggior disaccordo tra $\epsilon/2$ e $\epsilon'/2$.

(5) I valori di ϵ e di M_g non coincidono con quelli che si trovano nella pubblicazione del Cicconetti e che non corrispondono ai dati numerici che servono a calcolarli.

Digitized by Google

i due valori $\epsilon/2$ ed $\epsilon'/2$ non è però mai molto forte. Invece è notevolissimo l'aumento che all'incertezza dei risultati reca l'importo generalmente considerevole di κ, come risulta dai valori dell'error medio M_S dato nella tabella.

Per rendere più completo il raffronto calcoliamo con i due metodi anche l'error medio M_g della differenza fra i valori g_1 e g_i che la gravità ha nella stazione di riferimento e in una generica stazione di campagna.

Il Venturi osserva che, dopo la compensazione tutti i pendoli conducono al medesimo risultato e quindi che, considerandone uno qualunque (h), si ha:

$$g_i = g_1 \left(\frac{\sigma_{h,1}}{\sigma_{h,i}}\right)^2. \tag{9}$$

Il Venturi applica allora il metodo che dà l'error medio di una funzione di due misure ($\sigma_{h,1}$, $\sigma_{h,i}$) di noto error medio (E) ed osservando che si ha approssimativamente

$$\frac{\partial g_i}{\partial \sigma_{h,1}} = -\frac{\partial g_i}{\partial \sigma_{h,i}} = \frac{2g}{s}$$

essendo g ed s valori approssimati rispettivamente della gravità e delle durate di oscillazione dei pendoli, ottiene quale error medio di g_i (o, ciò che è lo stesso, di $g_i - g_1$):

$$M_g = \frac{2g}{s} E\sqrt{2} = \frac{2g\sqrt{2}}{s} \cdot \frac{\epsilon}{2}\sqrt{\frac{r+3}{r}}. \tag{10}$$

Ma le due σ, derivando da una stessa compensazione, non sono due misure fra loro indipendenti, sicchè il procedimento da applicare in tal caso doveva essere quello che dà l'error medio di una funzione di quantità compensate. Il procedimento non è semplice, e per esporlo occorrerebbe richiamare anche tutto il complesso formulario del Venturi, sicchè mi limito a dare il risultato al quale esso conduce:

$$M_g = \frac{2g\sqrt{2}}{s} \cdot \frac{\epsilon}{2}\sqrt{\frac{r+6}{r}}. \tag{10'}$$

Non è però giustificata nemmeno l'affermazione che il calcolo dell'*error medio* della differenza di gravità $g_i - g_1$ debba essere

Digitized by Google

fondato sulle durate di oscillazione compensate di un solo pendolo, anche se il calcolo di quella differenza conduce allo stesso risultato qualunque sia il pendolo che si considera. Conviene invece ricorrere a una formola più simmetrica che tenga conto delle osservazioni di tutti e quattro i pendoli, come ad es.

$$(9') \qquad g_i = g_1 \frac{(\sigma_{1,1} + \sigma_{2,1} + \sigma_{3,1} + \sigma_{4,1})^2}{(\sigma_{1,i} + \sigma_{2,i} + \sigma_{3,i} + \sigma_{4,i})^2} .$$

Calcolando allora l'error medio di g_i quale funzione delle 8 quantità compensate che in essa si trovano si giunge al risultato:

$$(11) \qquad M_g = \frac{2g\sqrt{2}}{s} \cdot \frac{\epsilon}{2} .$$

E che tale debba essere l'espressione di M_g lo si deduce anche dal fatto che la compensazione non influisce sulla durata di oscillazione del pendolo medio, sicchè, come nota lo stesso Venturi, deducendo la gravità relativa mediante le durate di oscillazione *osservate* dei quattro pendoli, la media dei quattro valori coincide con quello che si ottiene da una qualunque coppia delle durate compensate o dalla coppia delle loro medie usata nella (9'). Se dunque è ϵ l'error medio di una durata di oscillazione *osservata*, l'error medio di un valore g_i calcolato mediante la (9) ove a $\sigma_{h,1}$, $\sigma_{h,i}$ sieno state sostituite le durate di oscillazione osservate di un pendolo, cioè $s_{h,1}$, $s_{h,i}$, è $(2g : s)\,\epsilon\sqrt{2}$, sicchè quello della stessa quantità g_i (o di $g_i - g_1$) dedotta dai quattro pendoli, quale media di quattro valori indipendenti, avrà precisamente l'espressione M_g data dalla (11). Il risultato (10) del Venturi deve essere dunque corretto moltiplicandolo per $\sqrt{r : (r+3)}$.

Naturalmente esso, così corretto, dà soltanto quella parte dell'error medio di $g_i - g_1$ che deriva dagli errori y e z delle durate di oscillazione osservate. Volendo tener conto anche degli errori x dovremo sostituire M_S ad $\epsilon/2$ e scrivere:

$$(12) \qquad M_g' = \frac{2g\sqrt{2}}{s} M_S .$$

Quando però, come generalmente accade, nella stazione di riferimento si hanno due valori $s'_{m,1}$ ed $s''_{m,1}$ della durata di

Digitized by Google

oscillazione del pendolo medio, determinati al principio e alla fine della campagna, la gravità in una stazione generica si ottiene mediante la formula:

$$(9'') \qquad g_i = g_1 \, {}^{\frac{(s'_{m,1} + s''_{m,1})^2}{4\, s_{m,i}^2}}$$

ed in conseguenza risulta:

$$(12') \qquad M_g' = \frac{2g}{s} \sqrt{\frac{3}{2}} \, M_S .$$

Occorrerebbe infine tener conto di quegli errori v delle durate di oscillazione che sono costanti in ogni singola stazione e variabili da stazione a stazione; occorrerebbe cioè determinare l'*importo medio* delle differenze $u_i - u_1$, l'indice i riferendosi alle varie stazioni di campagna e l'indice 1 a quella di riferimento.

Per quanto l'indagine esuli da questa ricerca e non possa condurre ad un apprezzamento sicuro, è il caso di notare che nelle osservazioni del Venturi sono state fatte generalmente tre determinazioni di tempo, così che le incertezze di queste restano già incluse negli errori x e quindi in M_S e in M_g'. Le differenze $u_i - u_1$ comprendono invece per intero la differenza fra le riduzioni per la cosidetta flessione del supporto, non determinabile con le vecchie mensole, e derivano pure dalle incertezze delle costanti dei pendoli e da eventuali variazioni sistematiche nelle correzioni dei termometri e del barometro. Accettando per l'errore di invariabilità della mensola da muro in una stazione il valore $\pm 6^s.5 \times 10^{-7}$ calcolato dall'Alessio in seguito a particolari esperienze (8), e ammettendo che le altre cause non abbiano influenza superiore a queste, il valore di M_S^2 non dovrebbe essere aumentato per più di $(9^s \times 10^{-7})^2$, il che porterebbe in media il valore di M_g delle osservazioni del Venturi a $\pm 0^{cm}.006$ (9), escludendo solo le osservazioni

(8) *Esperienze comparative sopra alcuni apparati gravimetrici e nuova determinazione...* eseguite da A. Alessio e G. Silva. "Annali del R. Istituto idrografico della Marina „, vol. 7°, Genova, 1910.

(9) Lo specchietto delle osservazioni del Venturi mette in evidenza con i piccoli valori di λ la buona qualità dei pendoli del Gabinetto di Geodesia

Digitized by Google

del 1899 per il maggior importo dei loro errori e perchè non è escluso sieno intervenute durante esse variazioni progressive nella lunghezza dei pendoli (V. nota in calce alla Tabella IV).

Le stesse considerazioni possono estendersi alle osservazioni del Cicconetti perfettamente omogenee con quelle del Venturi e ad alcune di quelle dell'Aimonetti, delle quali sono state considerate nella tabella solo quelle di cui venne calcolato l'error medio col metodo del Venturi.

Se si considera che nelle moderne ricerche sulle migliori ipotesi da adottare per la riduzione della gravità al livello del mare, l'errore di ipotesi lascia sussistere anomalie residue i cui valori assoluti hanno importo medio non generalmente inferiore a $0^{cm}.020$, si può concludere che osservazioni del tipo di quelle del Venturi sono pur sempre utilizzabili per dette ricerche, anche se gli apparati gravimetrici e i metodi di osservazione più recenti permettono di raggiungere una precisione sensibilmente maggiore.

---

di Palermo, e con la diminuzione dei valori di μ e κ il progressivo affinamento delle osservazioni pendolari e delle determinazioni di tempo; l'esistenza però di errori costanti, valutati qui con l'importo medio $+9^{s} \times 10^{-7}$, ha per conseguenza che i valori che si dovrebbero in definitiva attribuire ad M_g scendono solo da $+0^{cm}.007$ (1904) a $\pm 0^{cm}.005$ (1908 e 1910).

Digitized by Google

Diatomee postglaciali della Torbiera di Trana

Nota del Dott. PIERO GIAJ LEVRA

presentata dal Socio nazionale residente C. F. Parona

Il materiale esaminato in questa Nota è stato raccolto nell'anno 1918 dal mio amico carissimo Prof. Dott. Giovanni Negri, Direttore del R. Orto e Museo Botanico di Firenze, nella Torbiera di Trana, sopra il Lago omonimo (altezza sul livello del mare m. 359), nell'anfiteatro morenico di Rivoli Torinese.

Durante gli anni della guerra, a quanto mi riferì il Prof. Negri, il Municipio di Torino, preoccupato dalla scarsezza di combustibile, aveva tentato lo sfruttamento di parecchi depositi di torba e di lignite della Provincia e, fra i primi, di quello di questa nota Torbiera, già illustrato dal Prof. F. Sacco (1) e dal Dott. F. Bogino (2).

La mediocre qualità del combustibile ed il costo eccessivo dell'estrazione e della lavorazione fecero abbandonare quest'impresa. Le fosse furono ricolmate ed il terreno rimesso in coltivazione.

Il materiale studiato costituiva il fondo dell'antico Lago estendentesi a tutta l'area invasa poi dalla formazione torbosa ed era costituito da un limo terroso-polverulento, bianco-grigiastro, uniformemente frammisto a gusci di piccoli molluschi (*Bythinia*). Riposava immediatamente sotto il banco torboso, assumendo in media lo spessore di circa 40 centimetri.

(1) F. Sacco, *I bacini torbiferi di Trana e di Avigliana* (" Boll. Club Alpino Italiano „, N° 52, 1885); *Anfiteatro morenico di Rivoli* (" Boll. del R. Comitato Geologico „, 1887, pag. 36).

(2) F. Bogino, *I mammiferi fossili della Torbiera di Trana* (" Boll. della Società Geologica Italiana „, vol. XVI, 1897).

Digitized by Google

Trattato con gli acidi per il consueto processo di preparazione delle Diatomee, si scioglieva con viva effervescenza, lasciando un residuo quasi esclusivamente costituito dai gusci silicei delle Diatomee, analogamente a quanto già aveva osservato l'Ing. Enrico Clerici (*Diatomee della farina calcarea raccolta presso il Lago d'Avigliana*, " Boll. della Soc. Geologica italiana „, vol. XXVI, Roma, 1907) per quelle da lui raccolte presso l'emissario del Lago d'Avigliana attiguo a quello di Trana.

Nei preparati ottenuti ho determinato 109 Diatomee, fra le quali si trovano assieme forme di monte e forme di pianura, come già avevo osservato per quelle viventi, da me studiate, dei dintorni di Torino ed in genere della regione subalpina piemontese. Vi sono comprese quasi tutte quelle della farina calcarea d'Avigliana esaminata dall'Ing. Clerici.

Forme predominanti sono: *Fragilaria Harrisonii* Grun., *Neidium iridis* Pfitzer, *Neidium amphigomphus* (Ehr.) Pfitzer, *Navicula vulpina* Ktz., *Navicula tuscula* V. H., *Navicula oblonga* Ktz., *Cymbella Ehrenbergii* Ktz., *Amphora ovalis* Ktz. e *Nitzschia denticula* Grun.

Sono frequenti: *Cyclotella comta* var. *radiosa* Grun., *Fragilaria mutabilis* Grun., *Eucocconeis flexella* Cl., *Neidium bisulcatum* Lagst., *Caloneis latiuscula* Cl., *Caloneis silicula* (Ehr.) Cl., *Stauroneis phoenicenteron* Ehr., *Navicula pupula* Ktz., *Cymbella lanceolata* Ehr., *Cymbella cymbiformis* Bréb., *Epithemia sorex* Ktz., *Epithemia argus* Ktz. e *Nitzschia linearis* W. Sm.

Rare infine sono: *Mastogloia Smithii* Thw., *Anomoeoneis exilis* Cl., *Gyrosigma Spenceri* Cl., *Cymbella Cesatii* Grun., *Nitzschia Brébissonii* W. Sm. e *Cymatopleura elliptica* W. Sm.

Aprile 1926.

Digitized by Google

Elenco delle Diatomee della Torbiera di Trana

Melosira arenaria Moore
Cyclotella comta var. *radiosa* Grun.
„ *Meneghiniana* Ktz.
Fragilaria capucina Desm.
„ *construens* Grun.
„ *mutabilis* Grun.
„ *Harrisonii* Grun.
Synedra ulna var. *subaequalis* Grun.
„ *acus* Ktz.
„ „ var. *delicatissima* Grun.
„ *capitata* Ehr.
„ *longissima* W. Sm.
Eunotia monodon Ehr.
„ *praerupta* Ehr.
„ *arcus* Ehr.
„ „ var. *bidens* Grun.
Cocconeis placentula Ehr.
„ „ var. *lineata* V. H.
Eucocconeis flexella Cl.
„ *minuta* var. *alpestris* Cl.
Microneis microcephala Cl.
„ *exilis* Cl.
Achnanthidium lanceolatum Bréb.
Mastogloia Smithii Thw.
Diploneis elliptica Cl.
Neidium bisulcatum Lagst.
„ *iridis* Pfitzer
„ „ var. *ampliata* (Ehr.) Pfitzer
„ *amphigomphus* (Ehr.) Pfitzer
Caloneis latiuscula Cl.
„ *silicula* (Ehr.) Cl.
„ „ var. *major* (M. P. et J. Hérib.) Meister
„ „ var. *signata* Meister
„ *fasciata* Cl.

Digitized by Google

Anomoeoneis exilis Cl.
Gyrosigma Spenceri Cl.
Stauroneis phoenicenteron Ehr.
„ „ var. *amphilepta* (Ehr.) Cl.
„ *anceps* Ehr.
„ „ var. *amphicephala* (Ktz.) Cl. (*St. linearis* Grun.).
Navicula pupula Ktz.
„ „ var. *major* Hérib.
„ *cuspidata* Ktz.
„ *viridula* Ktz.
„ „ var. *rostellata* Cl.
„ *radiosa* Ktz.
„ „ var. *acuta* Grun.
„ *vulpina* Ktz.
„ *tuscula* V. H.
„ *oblonga* Ktz.
„ *gastrum* Donk.
„ *placentula* Grun.
„ „ var. *lanceolata* Grun.
„ *dicephala* W. Sm.
Pinnularia viridis Ehr.
„ *major* Rabh.
„ *nodosa* W. Sm.
„ *legumen* Ehr.
„ *stauroptera* Rabh.
„ *divergens* var. *elliptica* Cl.
„ *Brébissonii* Rabh.
„ *mesolepta* var. *stauroneiformis* (Grun.) Cl.
„ *interrupta* var. *stauroneiformis* Cl.
Gomphonema constrictum Ehr.
„ *capitatum* Ehr.
„ *intricatum* Ktz.
„ „ var. *vibrio* Cl.
„ *acuminatum* Ehr.
Cymbella cistula Kirchn.
„ *helvetica* Ktz.
„ „ var. *curta* Cl.
„ *lanceolata* Ehr.
„ *maculata* Ktz.

Digitized by Google

Cymbella cymbiformis Bréb.
„ *affinis* Ktz.
„ *delicatula* Ktz.
„ *naviculiformis* Auersw.
„ *cuspidata* Ktz.
„ *Ehrenbergii* Ktz.
„ „ var. *pumila* Meister
„ *aequalis* W. Sm.
„ *prostrata* Cl.
„ *ventricosa* Ktz.
„ *gracilis* Cl.
„ *Cesatii* Grun.
Amphora ovalis Ktz.
„ „ var. *perlonga* Meister
„ „ var. *gracilis* V. H.
„ „ var. *libyca* Cl.
„ *perpusilla* V. H.
Epithemia Hyndmannii W. Sm.
„ *turgida* Ktz.
„ „ var. *granulata* Grun.
„ „ var. *Westermannii* Grun.
„ *sorex* Ktz.
„ *argus* Ktz.
„ „ var. *alpestris* Grun.
„ *zebra* Ktz.
Hantzschia amphioxys Grun.
Nitzschia angustata Grun.
„ *denticula* Grun.
„ *sigmoidea* W. Sm.
„ *Brébissonii* W. Sm.
„ *linearis* W. Sm.
Cymatopleura solea W. Sm.
„ *elliptica* W. Sm.
„ „ var. *gigantea* (Pant.) Meister
Surirella biseriata Bréb.
„ *constricta* Ehr.

L'Accademico Segretario
ORESTE MATTIROLO

Digitized by Google

CLASSI UNITE

Adunanza del 25 Aprile 1926

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE FRANCESCO RUFFINI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti:

della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali: i Soci GUIDI, PARONA, MATTIROLO, GRASSI, SOMIGLIANA, PANETTI, SACCO, POCHETTINO, BOGGIO, GARELLI e REPOSSI;

della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche: i Soci BOSELLI, STAMPINI, PATETTA, CIAN, FAGGI, LUZIO, SOLARI, RONDOLINO, SABBADINI e VIDARI che funge da Segretario.

Scusano l'assenza i Soci D'OVIDIO, NACCARI, DE SANCTIS, EINAUDI, BRONDI, JANNACCONE, PACCHIONI e MOSCA.

Si legge e si approva l'atto verbale della seduta precedente.

Il Presidente, in conformità dell'art. 7 del Regolamento vigente, invita l'Accademia a procedere al conferimento del premio Gautieri per la filosofia, in base alla Relazione approvata nell'adunanza precedente. Messa a partito la proposta di divisione del premio fra le opere di Giorgio DEL VECCHIO e di Michele LOSACCO, essa viene all'unanimità accolta.

Il Presidente dà quindi la parola al Socio SABBADINI relatore della Commissione per il conferimento del premio Vallauri per la Letteratura latina.

Il Socio SABBADINI legge la Relazione e ne illustra le conclusioni, che sono per la divisione del premio fra le opere di EDUARD NORDEN e di WALLACE M. LINDSAY.

Il Presidente, ringraziato il Relatore, apre la discussione; ma, poichè nessuno prende la parola, si mette ai voti la Relazione, che viene all'unanimità approvata, rimandandosi la votazione per il conferimento del premio alla prossima adunanza.

Digitized by Google

CLASSI UNITE

Adunanza del 2 Maggio 1926

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE PROF. FRANCESCO RUFFINI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti:

della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali: i Soci D'Ovidio, Guidi, Grassi, Somigliana, Panetti, Sacco, Garelli, Boggio e il Segretario Mattirolo;

della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche: i Soci Boselli, Stampini, Brondi, Schiapparelli, Patetta, Prato, Pacchioni, Faggi, Luzio, Jannaccone, Solari, Bertoni e Rondolino.

Scusano l'assenza i Soci Einaudi, Vidari, Parona, Cian e Naccari.

Il Segretario dà lettura del verbale della seduta precedente che risulta approvato senza osservazioni.

Prima di passare allo svolgimento dell'ordine del giorno, il Presidente legge all'adunanza l'articolo 7 del Regolamento interno per il conferimento dei Premi Vallauri. Tale articolo regola il procedimento per la votazione di conferimento del Premio, e contempla le modalità di votazione, quando la Commissione abbia proposto di dividere il premio per metà tra due opere egualmente meritevoli, come è oggi stato proposto.

Si vota quindi a schede segrete sulla divisione del premio.

Digitized by Google

Accertato il numero dei votanti, che sono 22, e il numero corrispondente delle schede, la votazione si svolge col risultato seguente:

Votarono a favore della divisione del premio N° 20 Soci e 2 furono i voti contrari.

Il premio è quindi, senz'altro, attribuito alle due opere indicate dalla Commissione, come dispone il Regolamento.

Dopo di chè, esaurito l'ordine del giorno, l'adunanza a Classi Unite è dichiarata chiusa.

Gli Accademici Segretari
ORESTE MATTIROLO
GIOVANNI VIDARI

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

CLASSE
DI
SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 9 Maggio 1926

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE PROF. FRANCESCO RUFFINI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci D'Ovidio, Guidi, Parona, Grassi, Somigliana, Panetti, Herlitzka, Boggio e il Segretario Mattirolo.

Scusano l'assenza i Soci Sacco, Repossi e Naccari.

Il Segretario dà lettura del verbale della precedente adunanza, che risulta approvato senza osservazioni.

Il Socio Boggio, a nome della D^ssa^ Luisa Pelosi, presenta per l'inserzione negli *Atti* una Nota dal titolo: *Un'applicazione idrodinamica della funzione di Green.*

Tale Nota stabilisce dapprima una nuova formola integrale relativa alla funzione di Green, e ne fa poi l'applicazione alla determinazione delle pressioni esercitate sopra una superficie cilindrica, da una massa fluida che scorra fra la superficie cilindrica considerata ed un'altra superficie cilindrica che abbraccia la prima. In particolare se le superficie cilindriche sono circolari si ritrovano subito le formole stabilite dal prof. Cisotti e da altri in recenti lavori.

Il Socio Tesoriere Panetti fa rilevare l'importanza del lavoro della D^ssa^ Pelosi per ciò che il suo studio può avere

Digitized by Google

interesse per la costruzione delle macchine idrauliche nelle quali si trovano le stesse condizioni studiate dall'autrice della Nota.

Il Socio Segretario MATTIROLO presenta per la inserzione negli *Atti* un suo lavoro, che si riferisce allo studio dei vegetali scoperti dalla Missione Archeologica italiana diretta dal nostro Socio Senatore SCHIAPARELLI nella tomba dell'Architetto Khà e della sua moglie Mirit nella Necropoli di Tebe.

Il Socio Segretario brevemente riassume il risultato delle sue indagini, le quali hanno rilevata la presenza di 18 specie, perfettamente determinabili, delle quali *quattro* assolutamente nuove per la Flora faraonica. I vegetali conservati nella tomba di Khà contano circa 3500 anni di permanenza nel deposito funerario essendo l'Architetto vissuto nel periodo della XVIII^{a} Dinastia.

Digitized by Google

LETTURE

I vegetali scoperti nella Tomba dell'Architetto Khà e di sua moglie Mirit nella Necropoli di Tebe, dalla Missione Archeologica italiana diretta dal Senatore E. Schiaparelli.

Nota del Socio nazionale residente O. MATTIROLO

INTRODUZIONE

Per gentile e gradito invito dell'amico, e nostro insigne consocio, l'illustre Senatore Ernesto Schiaparelli, che ringrazio cordialmente, ho studiato i vegetali dell'antico Egitto, ritrovati nella dimora funeraria del Sopraintendente ai lavori della Necropoli di Tebe, di nome Khà, e di sua moglie Mirit.

La tomba dell'Architetto Khà, rinvenuta intatta dalla Missione Archeologica italiana, il giorno 11 di Febbraio dell'anno 1906, fu dallo Schiaparelli integralmente ricomposta nel Museo Egizio di Torino, nelle condizioni quasi identiche nelle quali fu scoperta.

Essa chiude in un solo ambiente di circa 20 m² la rievocazione della vita dei morti, secondo le credenze degli Egizii, i quali approvvigionavano i defunti, fornendoli di quanto era loro appartenuto in vita e doveva loro servire nella vita oltremondana, concepita come la semplice continuazione della vita terrena, con tutte le necessità inerenti.

L'Architetto Khà, come riferisce lo Schiaparelli in una breve Nota pubblicata nella *Rassegna d'Arte* di Corrado Ricci (gennaio 1920, destinata a concederci una visione preliminare della fortunatissima sua scoperta), era (come risultò dall'esame delle iscrizioni e dei suggelli ancora intatti) un dignitario di Corte, uno dei capi di Palazzo e Sopraintendente dei lavori pub-

Digitized by Google

blici, vissuto sotto i regni di TUTMOSI III, di AMENOFI II, di TUTMOSI IV, morto sotto il regno di AMENOFI III. Egli fioriva quindi nel periodo di maggior gloria e di maggior potenza dell'Egitto (Dinastia XVIII), nel quale l'arte di scolpire il legno raggiunse il più alto grado di perfezione, come lo dimostra la splendida statuetta in legno (o *doppio*) del defunto, la quale ne rappresenta la effigie, e che ora è ornamento preclaro del Museo Egizio di Torino.

La secchezza e la regolarità del clima egiziano, nonchè le condizioni dell'ambiente nel quale fu scavata la tomba di KHÀ nella roccia calcare, e le modalità usate nella raccolta, ci hanno conservati i vegetali in modo perfetto, così che oggi, malgrado sieno trascorsi parecchie migliaia di anni, si riesce ad identificarli.

Lo studio dei vegetali conservati nelle tombe allo stato di ghirlande, di offerte destinate ai pasti funebri; quello delle foglie e dei fiori staccati; dei semi e delle parti varie di vegetali conglobate nella terra plastica usata per la fabbricazione dei mattoni (che poi si facevano seccare al sole); lo studio dei tessuti, delle stuoie, dei legni, ecc. ecc., sussidiato da quello delle rappresentazioni figurate nei templi, nelle tombe, nei papiri ecc., hanno già permesso ai naturalisti botanici di riunire una enorme messe di osservazioni (V. *Bibliografia*). Esse rivestono il più alto interesse scientifico e riusciranno certamente col tempo, non solo a dare una idea esatta, e un censimento preciso della Flora egiziana dei tempi antichi, ma ad illustrare una imponente massa di questioni di ordine generale, portando chiara luce sopra una infinità di problemi attinenti alla storia, alle migrazioni dei popoli che successivamente abitarono l'Egitto, alle relazioni con i popoli vicini, alla storia dello sviluppo della civiltà e della cultura umana.

Nessun paese, tranne l'Egitto, il Perù e il Cile, ha offerto agli studiosi condizioni così adatte per lo studio della vegetazione che si svolse parecchi millennii avanti l'epoca in cui viviamo.

Giova qui accennare che anche nelle regioni poste ad occidente dell'America del Sud (Perù-Cile), come in Egitto, esistono immense Necropoli, nella massima parte inesplorate, nelle quali si contengono numerosissime le mummie accompagnate da vegetali essiccati, d'ogni sorta, da prodotti alimentari, e da vasi

Digitized by Google

che riproducono la forma delle principali piante e dei principali animali utili od usati come alimenti.

Anche in questi paesi la mancanza di pioggie e l'impregnazione del suolo di nitrato di sodio hanno permesso sia ai vegetali, sia agli animali di conservarsi per millennii in uno stato perfetto.

Ricordo infine che la Tomba dell'Architetto KHÀ appartiene al secolo XVI avanti l'êra volgare e che per ciò i vegetali da me studiati contano quindi, almeno, un'età di circa 3500 anni.

La descrizione degli oggetti e delle iscrizioni ritrovati in questa tomba, che riveste un eccezionalissimo valore artistico e documentario, non è certo il còmpito che mi fu affidato. Io fui chiamato, nella mia qualità di botanico, ad occuparmi dei vegetali rinvenuti nella tomba e su di essi intendo riferire, determinandone la natura e le proprietà.

Tutta la suppellettile vegetale della Tomba di KHÀ si può dividere in tre categorie:

1° La prima comprende i vegetali coi quali furono intessute le ghirlande che adornavano i tre sarcofagi dell'Architetto e la sua Statuetta, ossia il suo " *doppio* „.

2° La seconda, molto più ricca di materiali botanicamente anche più interessanti, comprende i frutti, i semi, ecc. contenuti nelle rozze scodelle di cotto, nei panieri di vimini e di striscie di foglie di palme, che dovevano servire alle necessità alimentari nel viaggio d'oltre tomba.

3° La terza risulta invece formata da vari fasci di vegetali e da altri oggetti che i pii congiunti o gli ammiratori del defunto avevano depositato nella tomba, nel desiderio di augurare a lui ed alla sua consorte il rinnovamento nell'altra vita, in tutta la sua pienezza.

I materiali considerati al numero *2°*, sono oggi conservati per la massima parte nella vetrina grande che ospita la statuetta di KHÀ, e nelle due altre vetrine laterali contigue, in una delle quali si conservano gli strumenti di misura usati dall'Ingegnere.

I vegetali considerati al numero *3°* sono sparsi in altre vetrine e per ognuno di essi sarà indicata la posizione.

Di queste tre serie di materiali diremo quindi separatamente.

Digitized by Google

I.

Fiori ed erbe delle ghirlande che adornano i sarcofagi e la statuetta di Khà.

Le ghirlande sono nel numero di quattro. Tre di esse furono depositate sui due coperchi dei sarcofagi interni, i quali racchiudevano, messi l'uno nell'altro, la salma mummificata dell'Architetto; mentre la quarta adorna il collo e il petto della mirabile statuetta o " *doppio* „ del defunto (1).

Esse, botanicamente considerate, risultano confezionate cogli stessi vegetali, i quali si alternano con un ritmo pressochè uguale.

Sopra un corrente, o sostegno, formato da tenace intreccio di liste di foglie di Palma e di Papiro, sono, con delicata industria, piegati o meglio accavallati i gambi dei fiori e delle erbe componenti le ghirlande, tenacemente stretti al corrente di sostegno da lieve fascia di listerelle di foglie di palma alternate e intrecciate, ciò che concede ai fiori ed alle erbe di pendere libere alla guisa di piccole artistiche frangie.

La scelta dei fiori e delle erbe, dimostra nei congiunti dell'Architetto una rara facoltà di percezione delle armonie cromatiche; imperocchè il verde tenero dei *Melilotus*, ed i tenui grappoli dei loro bianchi fiorellini, sposati all'azzurro carico dei fiori delle *Nymphaee* e al celeste delle *Centaureae*, doveva offrire, colla vaga unione delle loro tinte, un effetto delicato e grazioso.

Le specie impiegate a formare le varie ghirlande, botanicamente considerate, sono le seguenti:

I. ***Nymphaea coerulea*** Sav. — Questa *Nymphaea* è fra le specie più comunemente studiate dagli Autori. Essa, si può dire, è ovunque riprodotta e figurata nei papiri, nelle pitture, ecc. Celebri sono per questa pianta le Ghirlande di Ramses II e di Amenofi I illustrate dallo Schweinfurth e da lui pubblicate

(1) Le Ghirlande di fiori erano riservate come *alte* offerte ai Faraoni, ai principi ed ai grandi dignitari; la loro comparsa in questa tomba indica la grande importanza del personaggio colà deposto.

Digitized by Google

nell'anno 1884 (v. *Bibliografia*); la prima delle quali il GILG ha riprodotto in cromotipia (v. GILG, loc. cit. in *Bibliografia*).

II. ***Centaurea depressa*** M.B. — La *Centaurea depressa*, pianta annua, che ha un " habitat „ assai esteso, il quale si svolge dall'Indo all'Ellesponto; comune fra le messi in Grecia, nella Siria, nella Palestina, ecc. doveva essere certamente coltivata nell'antico Egitto, dove secondo il MUSCHLER (*A Manual Flora*, loc. cit., pag. 1035) trovasi ancora presso Abd-el-Qâdr presso Mariut nei terreni deserti, inselvatichita.

Secondo BONNET (*Le piante egiziane nel Museo di Torino*, pag. 24), in una curiosa pittura della Tomba d'*Apui*, illustrata nelle *Mémoires de la Mission française du Caire* (vedi fascicolo 4, pag. 612, tav. I, la quale rappresenta degli operai che inaffiano un giardino sulle sponde del Nilo), fra le piante in esso coltivate sarebbe, a prima vista, riconoscibile la *Centaurea depressa*, coi suoi caratteristici bei fiori di colore azzurro-violacei e le sue foglie bianche, ricoperte da densa pelurie.

Fig. 1. — Ghirlanda che adorna il collo della statuetta di Khà.

La *Centaurea depressa* fu la prima volta osservata dallo SCHWEINFURTH fra i fiori che componevano le ghirlande che ornavano il sarcofago della Principessa NSI-KHONSOU. Il Sig. NEWBERRY ha pure determinato la specie fra quelle ritrovate dal Sig. PETRIE ad Hawara, come risulta dalla Flora faraonica del LORET (v. *Bibliografia*, pag. 65).

Digitized by Google

Il Museo di Torino conserva pure una ghirlanda (frammento) studiata dal BONNET (loc. cit., pag. 24) formata di foglie di *Mimusops Schimperi* Hochst ripiegate, che servono di sostegno ai capolini della *Centaurea*.

Quantunque la *Centaurea depressa* sia pianta asiatica, che il DELILE non ha potuto trovare spontanea in Egitto, pure è opinione degli Egittologi che vi fosse coltivata nei giardini, e di questa opinione è pure lo SCHWEINFURTH.

III. ***Melilotus parviflora*** Desf. " Flora atlantica „, vol. II, pag. 192.

Melilotus indica Allioni, " Flora Pedemontana „, vol. I, pag. 308.

Melilotus indica All. MORIS, " Flora Sardoa „, vol. I, pag. 459, tav. LVI; " Iconographia Taurinensis „, vol. XXI, tav. 18, sotto il nome di *Trifolium Melilotus lutea*... (1).

Melilotus parviflora Desf. in BOISSIER, " Flora orientalis „, vol. IV, pag. 108.

Melilotus indicus (Linn.) All., in " Ascherson et Schweinfurth Illustration de la Flore D'Égypte „, pag. 63.

Questa specie (che dovrebbe figurare sotto il nome datole dall'ALLIONI nostro, che primo la descrisse scientificamente nell'anno 1785, ma che invece è generalmente oggi indicata col nome datole da DESFONTAINES), comune in tutta la regione mediterranea e nell'Egitto, ossia tanto nella regione nilotica, quanto in quella delle Oasi, e non mancante neppure nella regione del deserto istmico, ivi generalmente nota col nome di " hendaqouq „, appare qui per la prima volta nella tomba di KHÀ fra le piante faraoniche.

Essa fu usata per la confezione delle ghirlande non solo, ma come pianta floreale, anche nella confezione di quel semplice mazzo, che unitamente a fasci di Papiri e a rami di *Mimusops* si osserva nella vetrina che conserva la lettiera completa dell'Architetto.

---

(1) MATTIROLO O., *Nomenclator Allionianus sive Index specierum Carolo Allionio adscriptarum*, in *Scritti botanici* pubblicati nella ricorrenza centenaria della morte di Carlo Allioni, 30 luglio 1804. " Malpighia „, 1904, Genova.

Digitized by Google

II.

Vegetali conservati nella vetrina grande che ospita la Statuetta di Khà, e nelle due vetrine laterali contigue.

In un cestello di vimini si contengono numerosi grossi galbuli di una *Cupressinea* di forma ovato-globosa, rivestiti da n. 6 squame embriciate, disposte su due verticilli alternati. Ogni squama presenta contorni segnati da un bordo leggermente prominente. Tali galbuli mostrano una superficie irregolarmente raggrinzita, così che l'osservatore riceve l'impressione che essi, in origine, dovessero essere ricoperti da uno strato carnoso; impressione che la pruina glauca, cerosa che qua e là appare sulla loro superficie avvalora. Il colore atro-purpureo accompagnato dai riflessi glauchi della pruina, fanno assomigliare questi galbuli a grossi acini di uva essiccata al forno.

Nell'interno, un unico nocciolo triloculare racchiude i semi.

Questi caratteri concordano esattamente con quelli proprii ai galbuli di una *Cupressinea* alla quale il Labillardière (che primo la descrisse con metodo scientifico nell'anno 1791) diede il nome di: *Juniperus drupacea*, derivando questo nome specifico dalla parvenza della particolare fruttescenza; il *Juniperus drupacea* (*Arceuthos Drupacea* Ant. et Kot; Oesterreich. Wochenschr. 1854), che oggi si trova allo stato selvatico in Grecia (nei monti della Laconia); nell'Asia Minore (nei monti del Tauro caramanico, del Tauro cilicico e del Tauro cataonico); che in Siria abita i monti del Libano e dell'Antilibano, e che si trova ancora in altri luoghi dell'Asia occidentale e secondo Clusius anche in Egitto, ad altezze che variano fra i 1000 e i 1500 m., fu introdotto in Europa nell'anno 1854 da Teodoro Kotschy (V. Th. Kotschy, *Nadelholtzer*, pag. 310) ed oggi si coltiva qua e là come pianta ornamentale nei giardini.

Il *J. drupacea* era noto sino dai tempi omerici.

Nella pianta indicata da Dioscoride col nome di *Arceuthos* e da Teofrasto con quello di *Thia* o di *Thio* (Lib. IV, cap. I, 5; Lib. V, cap. III, 7; Lib. I, 93) e collo stesso nome ricordato da Plinio (lib. XIII, cap. XVI), i commentatori riconoscono

Digitized by Google

questa specie, la quale era ed è tuttora nota agli indigeni col nome di *Habel*, *Abhel*, *Habhel*.

Lasciando da parte le questioni che si riferiscono alla interpretazione dei testi classici, vediamo che la specie fu ricordata e descritta dai principali botanici del secolo XVI, i quali si dimostrarono tutti concordi nel ritenere che essa fosse già nota a DIOSCORIDE e a TEOFRASTO, siccome risulta dalle indicazioni che abbiamo riferito.

La prima illustrazione xilografica dei galbuli di *J. drupacea* comparve nella celebre *Rariorum plantarum historia* (Ediz. Plantiniana di J. Moreto, 1601, pag. 37, di cui diamo la riproduzione) (fig. 2).

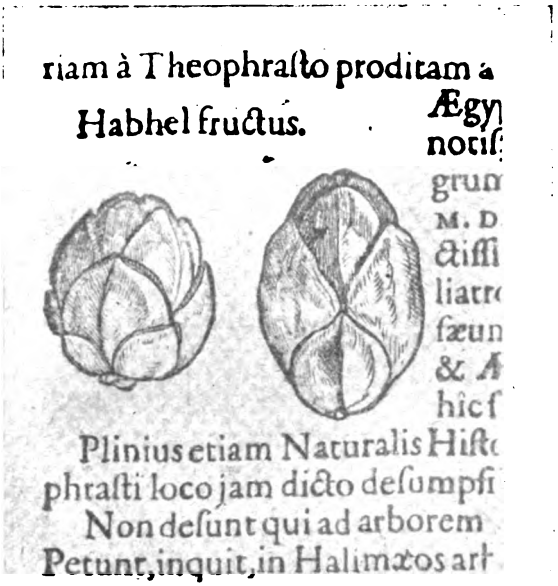

riam à Theophraſto proditam a
Habhel fructus. Ægy
notiſ
grun
M. D
diſſi
liatr
fœun
& A
hicf
Plinius etiam Naturalis Hiſt
phraſti loco jam dicto deſumpſi
Non deſunt qui ad arborem
Petunt, inquit, in Halimæos ar

Fig. 2. — Prima rappresentazione xilografica di *Juniperus drupacea*. Da *Clusius* (1601). Plant. Hist. Lib. I, pag. 37.

Essa presenta i galbuli (*Habhel fructus*), che CLUSIO aveva ricevuto nell'anno 1579 da BERNARDO PALUDANO FRISIO, reduce da un viaggio in Siria e nell'Egitto e che egli esattamente definì con queste parole:

Digitized by Google

Habhel fructus toto Oriente notissimi, pilularum cupressi magnitudine, colore rufo in nigrum declivi.

La figura data da CLUSIO fu copiata nell'*Historia plantarum* di J. BAUHIN e di J. E. CHERLER (1619, vol. I, pag. 283).

Quanto all'uso dei galbuli, tutti indistintamente gli Autori, antichi e moderni, sono concordi, e lo stesso BOISSIER (*Flor. Orient.*, vol. V, 1884, pag. 706) scrive a questo proposito: *Fructus dulces, edules, ceraso majore interdum fere pollicem longi.*

GASPARE BAUHIN, nel suo celebre *Pinax*, ricorda in più luoghi la nostra pianta colle seguenti frasi:

Cupresso similis arbor in Syria; an Cedrus major Dioscoridis (pag. 488).

Thya forte Theophrasti, cujus fructus pilularum cupressi magnitudine in Oriente notissimi (pag. 489, VI).

Juniperus major fructus nucis magnitudine juniperus major in Cypressi altitudinem assurgens, fructu dulci, gallae quodammodo simili, eduli, nuce nucleo olivae nucleis similis...

E questo infine il: *Juniperus latifolia arborea Cerasi fructus,* che anche TOURNEFORT ricorda nel Corollarium delle *Institutiones*, pag. 41 (1719).

L'*Arceuthos* era già noto, come si è veduto, sin dai tempi di TEOFRASTO.

Così ce lo descrive MATTHIOLI nei commentarii all'opera di DIOSCORIDE: *Ginepro che ritrovasi qualche volta alcuni dei loro frutti grossi come noci et come nocciole rotondi et odorati, nel mangiarli dolci et alquanto amaretti li quali chiamano Arceuthide, cioè Bacche di Ginepro.*

MATTHIOLI, ediz. 1548, pag. 102.

Juniperi alterius fructus, vero fabam aequat et rotundus est, odoratus, dulcis in mandendo ac subamarus, Arkeutis, id est Juniperi bacca dictus.

DIOSCORIDE, *Ex nova interpretatione Jani Antonii Saraceni,* pag. 55, 1598.

Juniperus major in Monte Tauro in Cupressi altitudinem assurgens fructu dulci nucis fere magnitudine..... quo indiginae vescuntur.

BELON, *Observ. ap. Clus. Exotic.,* pag. 162 (1589).

ID., *De Arboribus Coniferis,* 1553. Introd.

Digitized by Google

Il *Juniperus Drupacea* compare qui per la prima volta nel novero delle specie dell'antico Egitto.

La determinazione fu avvalorata dal parere del Prof. CHIOVENDA della R. Università di Catania, esimio conoscitore della Flora Africana, che ringrazio cordialmente per le indicazioni che mi ha favorite, nonchè da numerosi confronti sopra materiali di collezione e di Erbario dei Musei di Torino e di Firenze (fig. 3).

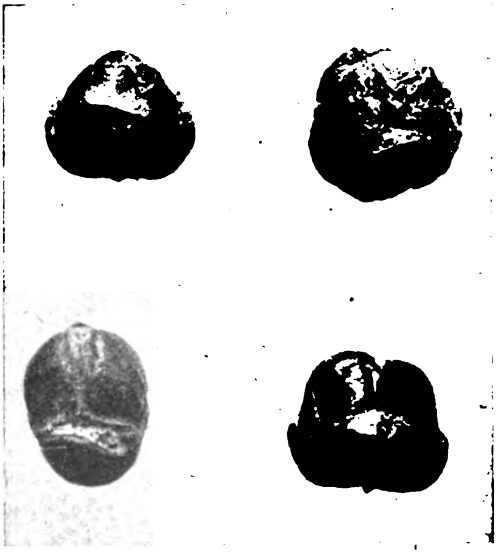


Fig. 3. — Galbuli della *Juniperus drupacea* della Tomba di Khà. Grandezza naturale.

Nulla posso dire sui caratteri organolettici della carne di queste fruttescenze così apprezzate dagli orientali.

Lepidium sativum Linn.

Una notevole quantità di semi di questa Crucifera sono contenuti in un piccolo artistico cestello di vimini.

Il *Lepidium sativum*, originario d'Oriente (*Nasturzio degli Orti* o *Sergoncello* degli italiani; *Crésson alénois* dei francesi, *Pepper wort* degli inglesi); era coltivato e molto usato dagli

Digitized by Google

Egiziani antichi, fino dai tempi più remoti, ed è oggi ancora in tutto l'Oriente coltivato e largamente usato.

I semi di questa piantina contengono un glucoside, molto simile al mironato potassico (*sinigrina*), che per l'azione di un fermento mirosinico dà glucosio ed un olio essenziale (isosolfocianato di benzile $= C^6H^5CH^2 - CNS$).

Essi venivano usati, come da noi si adoperano quelli della Senape nera e della Senape bianca, per ottenere un principio eccitante, il quale come condimento è largamente usato.

Dai giovani germogli si ottiene una insalata molto usata in Piemonte, dove a Torino è notissima sotto il nome di *insalata dei Frati*.

Il *Sergoncello*, secondo i più accreditati Autori, quali ad esempio: De-Candolle, Pickering, Dragendorf, Rosenthal, ecc., sarebbe il *Cardamon* di Dioscoride e di Ippocrate, ossia il *Lepidion* di Galeno e di Scribonio Largo, che anche Carlo Magno ricorda e raccomanda nei *Capitolari*.

I semi di *Lepidio* sono elencati dal Loret nella sua *Flora Faraonica* sotto il nome arabo di *Reshad*, ricordando egli come il Migliarini abbia determinati come appartenenti a questa specie un certo numero di semi conservati nel Museo Egizio di Firenze al n. 3624 (v. Loret, pag. 110).

Ascherson e Schweinfurth nella loro *Illustration de la Flore de l'Égypte* (pag. 39) ricordano pure il Lepidio sotto lo stesso nome di *Rechad*.

I semi conservati nella Tomba di Khà sono perfettamente identici a quelli recenti, solo variano nel colore più scuro dello spermoderma e dei materiali contenuti nei parenchimi cotiledonari.

Caratteristici sono i cotiledoni incombenti, tripartiti; e molto rigonfiabile, come nei semi recenti, è lo strato gelatinoso esterno, tipico di questi semi.

Che l'azione del tempo e la lenta ossidazione delle sostanze abbia alterata la composizione chimica dei materiali contenuti nella Tomba di Khà è dimostrato dal fatto, che il fermento caratteristico di questi semi non agisce più, e quindi non ha più luogo lo sviluppo della essenza, quale invece si verifica trattando i semi recenti.

Loret et Poisson (v. Bibliografia, pag. 70) ricordano come

Digitized by Google

una ventina di semi di *Lepidio* si conservino nel Museo del Louvre, mentre qui la quantità di essi appare notevolissima.

Migliarini ha determinato semi di questa specie nei materiali segnati al n. 3624 nel Museo di Firenze, i quali furono come tali riconosciuti pure dal Bonnet (v. Bibliografia, pag. 4).

Cuminum Cyminum Linn.

In un canestro di vimini conservato nella stessa vetrina si contiene una notevole quantità di fruttini di una Ombrellifera distinta per i caratteri seguenti:

Diachenii di colore umbrino, allungati-ovoidei, leggermente compressi, e attenuati alle estremità (4-5 mill. di lunghezza × 1,5 a 2 di larghezza), strettamente attaccati al carpoforo sormontato da stilopodii brevi, divergenti, ma non riflessi e dai residui calicinali.

5 costole primarie e 4 secondarie, arrotondate, percorse da peli semplici arrotondati in punta, e da peli pluricellulari duri, resistenti.

Fra le coste primarie una *vitta* sola e due sulla faccia commissurale.

Albume a contorno reniforme.

Orbene, tutti questi caratteri sono perfettamente rispondenti a quelli che distinguono i diachenii di *Cuminum Cyminum*. L'unica differenza, che ho potuto notare paragonando esemplari freschi con quelli conservati nella Tomba di Khà, sta nel colore più scuro, quasi direi ferrugineo, degli achenietti egiziani; le sezioni dei quali corrispondono in un modo perfetto a quelle ricavate da materiali freschi.

Da quanto scrisse il Loret (loc. cit., pag. 78, ediz. 2ª) si poteva ritenere che il ritrovamento dei frutti di *Cumino* in una tomba egiziana, fosse dovuto all'esame dei frutti conservati nel Museo di Firenze al n. 3628. Senonchè il Bonnet (v. loc. cit., pag. 5 e 6), ristudiando tali materiali nel 1900, dimostrò che essi non appartenevano alla specie indicata dal Loret, ma che invece di *Cumino* e di *Apium graveolens* erano di *Amni copticum* (Boissier. *Flor. Orient.*, vol. II, pag. 891).

Il *Cumino* è ricordato da Schweinfurth e dal suo allievo L. Keimer (1924); ma questi Autori, mentre discutono sulla

Digitized by Google

identificazione e sui nomi che gli antichi scrittori davano al *Cumino*, mettono in dubbio la presenza nelle antiche tombe dei frutti di questa pianta: *ist fraglos im altägyptischen Kuchengarten vorhanden gewesen,* dice il KEIMER (loc. cit., pag. 41). Lo stesso Autore assicura che lo SCHWEINFURTH avesse abbandonata l'opinione che il *Kummel* egiziano fosse da ricercarsi fra le piante di origine mediterranea, dicendo che noi non potevamo oggi sapere a quale specie appartenesse il *Kummel* africano.

Ora il ritrovamento di una quantità di frutti di *Cumino* nella Tomba di KHÀ viene a risolvere ogni questione e a dimostrare che il *Kummel* egiziano fosse veramente il *Cumino*, specie che ancora si coltiva largamente in Egitto, dove si è reso subspontaneo, come osservarono: ASCHERSON, SCHWEINFURTH, SICKENBERG, MUSCHLER, ecc.

Secondo gli Autori, gli antichi egizi per aromatizzare le vivande usavano abbondantemente il *Cumino* e il *Carum Carvi.*

PLINIO esaltando le virtù del *Cumino* di Egitto accenna anche al suo impiego per aromatizzare il pane (PLINIO, XX, cap. XV). Il *Cumino* è pure menzionato dai Papiri medicali.

DIOSCORIDE celebra invece il *Cumino* dell'Asia Minore.

ISAIA (*Profezie*, XXVIII, 25, 27) e MATTEO (*Vang.*, XXIII, 23) ricordano il *Cumino* fra le specie coltivate e soggette a decima.

Juniperus phoenicea Linn. Spec. 1471.

Numerosi galbuli di questa specie si trovano raccolti in un cestino di offerte.

Essi corrispondono perfettamente ai materiali viventi.

LORET (loc. cit.) ricorda i galbuli di questa pianta in due tombe di Tebe a *Deir-el Bahari* e a *Drah-Abou'l-Neggah.*

Al Museo di Berlino si trova materiale di questa specie portato dall'Egitto dal PASSALACQUA; il Museo del Louvre e quello di Firenze non mancano di siffatto materiale.

I galbuli del *J. phoenicea*, secondo LORET, sarebbero stati usati dagli antichi egizi sia come medicinali, sia come profumi.

SCHWEINFURTH ricorda galbuli da lui studiati nelle tombe della XII e della XXII Dinastia.

Il LORET opina che la specie non sia originaria dell'Egitto, ma che vi fosse importata dagli egizi antichi da paesi mediter-

Digitized by Google

ranei. SCHWEINFURTH, ASCHERSON, MUSCHLER, infatti, non registrano la specie nei loro manuali della Flora egiziana odierna.

LORET è di opinione che i numerosi nomi che si trovano registrati in Egitto per indicare la specie, stieno in appoggio alla origine non egiziana della pianta.

La *Bibbia* cita molte volte il *J. phoenicea*, dal quale i popoli orientali traevano materiali per le travature delle case e col quale fabbricavano strumenti musicali.

Vaso di terra cotta.

Contiene altro vaso, oltre a numerosi frutti di dattero (alcuni ancora colla polpa essiccata, altri ridotti al solo seme nudo), *siconi di Sicomoro, acini di uva, galbuli di Juniperus phoenicea, semi di Mimusops* e *frutti di Zizyphus Spina-Christi.*

Le dimensioni dei Datteri non fanno certo pensare a varietà di pregio, ma a frutti in parte immaturi e assai ridotti nelle loro dimensioni.

Occorre osservare che i frutti migliori e più appariscenti si osservano soltanto alla superficie del vaso, mentre quelli situati sotto ai primi si presentano come materiali di scarto, mezzo abortiti o non ancora maturi.

Questi Datteri di scarto si raccoglievano sulle piante inselvatichite, non pollinizzate, e sono quelli ai quali (BONNET) (1) gli Arabi dànno il nome di Datteri " *sich* „.

I Datteri non mancano quasi mai nelle offerte funerarie.

Ciotola di terra cotta.

I frutti contenuti in questa ciotola, erano tenuti assieme da due listerelle di foglie di palma incrociate.

Hyphaene Thebaica Del. — *Phoenix Dactylifera* Linn. — *Zizyphus Spina-Christi* Wild. — *Mimusops Kummel* Bruc. — *Vitis vinifera* Linn. (Acini staccati).

Ciotola di terra cotta.

Juniperus phoenicea Linn. — *Phoenix Dactilifera* Linn. — *Vitis Vinifera* Linn. (Acini staccati).

(1) Vedi BONNET, *Végétaux antiques du Musée Égyptien de Fiorence*, pag. 3.

Digitized by Google

In una piccola cassetta di legno si notano alcuni tubercoli radicali di *Cyperus esculentus* Linn. accompagnati da endocarpi di Mandorlo (*Amigdalus communis* Linn.); due vegetali largamente ricordati nelle Flore faraoniche.

Nella stessa cassetta alcuni curiosi corpi sferoidi di color bianco latteo, che all'esame chimico si rivelarono composti di calce e di materiali terrosi.

Qui mi pare cada in acconcio una osservazione che viene suggerita dal ritrovamento dei *dolcichini* o *babbagiggi* (come volgarmente si dicono i tuberetti del *Cyperus*) (1) in compagnia delle mandorle.

Questo abbinamento farebbe ritenere che i tubercoli in discorso, di cui largamente si fa uso oggi ancora in Egitto per svariati scopi, abbiano servito nel periodo nel quale visse l'Architetto KHÀ, a confezionare delle emulsioni, quali si ottengono dalle mandorle dolci, ricche anch'esse di sostanze oleose, come lo sono i *dolcichini*, nei quali la percentuale di olii grassi è, come risulta dalle analisi, così elevata da raggiungere il 28 % (Olio di Cipero, vedi WEHMER, *Die Pflanzenstoffe*. Jena, 1911, pag. 67).

In una ciotola di terracotta si contengono numerosi frutti di *Mimusops* (la *Persea* di TEOFRASTO, di DIOSCORIDE, di PLINIO, secondo l'opinione di SCHWEINFURTH), i quali però, sia per la loro forma, sia per le loro dimensioni e per la loro lunghezza, più che al *Mimusops Schimperi*, sembrano appartenere al congenere *Mimusops Kummel*, di cui il PLEYTE ha accertata la presenza nelle tombe egiziane nel suo studio: *La couronne de la justification* (vedi *Bibliografia*); e di questo parere si dimostrò pure il Prof. E. CHIOVENDA, della Flora abissinica e africana conoscitore competentissimo, al quale ho sottoposto il mio materiale. Questa determinazione, fondata soltanto sopra le esterne parvenze dei frutti e sulle comparazioni coi materiali degli Erbarii di Firenze e di Torino; se non concede la certezza assoluta della determinazione, permette però di accedere all'opinione già espressa da A. BRAUN, ASCHERSON, PLEYTE, LORET, CHIOVENDA

(1) Vedi O. TARGIONI TOZZETTI, *Dizionario botanico italiano*, Firenze, 1825, vol. II.

Digitized by Google

che gli Egiziani antichi coltivassero le due specie abissiniche, per i loro caratteri assai vicine, e ciò contrariamente all'opinione dello SCHWEINFURTH, il quale ammetteva nelle tombe egizie la presenza di un'unica specie di *Mimusops*, cioè del solo *Mimusops Schimperi*.

Molte foglie e rami di questa ultima pianta sono pure conservati qua e là nella Tomba di KHÀ. Così, nella vetrina a sinistra di chi entra, si notano, sotto ad una lettiera completa, fasci di questi materiali unitamente a 3 grossi fasci di *Papiro* (*Cyperus Papyrus* Linn.) colle loro infiorescenze, e ad un fascetto di *Melilotus*.

Ficus Sycomorus Linn.

Numerosi sono i siconi di questa specie, contenuti in parecchi dei canestri e delle ciotole. A giudicare da questi relitti, pare si debba trattare di varietà di non grande pregio. Queste fruttescenze sono fra i materiali più comuni nelle offerte funerarie, registrati da tutti gli Autori.

Vitis vinifera Linn.

In alcuni piatti di offerte ed in parecchi altri recipienti si notano numerosi gli acini d'uva, distaccati dai grappoli. Tutti i musei egizi posseggono abbondanza di questi materiali. La nota reazione di FEHLING rivela ancora in questi acini la presenza di glucosio. Gli acini della Tomba di KHÀ appartenevano a varietà a frutto rosso, con epicarpo molto spesso, ricoperto da uno straterello di granuli cerosi (*pruina*); essi non rivelano particolarità degne di nota, nè si possono con certezza ascrivere a particolari varietà determinabili.

Allium Ampeloprasum (Linn.) (?).

Nella grande vetrina, fasci di un aglio, il quale, da quanto mi fu concesso di esaminare, ritengo presenti le più strette analogie coll'*Allium Ampeloprasum* Linn.

Però, non essendo ancora definitivamente chiarita (malgrado i magistrali studi di ASCHERSON, SCHWEINFURTH e le minuziose ricerche microscopiche del VOLKENS) la questione che si riferisce ai rapporti di parentela fra *Allium Porrum* Linn. e *Allium Am-*

Digitized by Google

peloprasum Linn., modificati da multi-secolari periodi di cultura, io non mi posso arbitrare a presentare un giudizio definitivo sulla sistemazione di questi vegetali, che pure sono fra i più comuni nelle tombe egiziane.

III.

Materiali vegetali varî.

Bastoni usati dall'Architetto Khà. — I Bastoni da passeggio si contano nel numero di dieci e di questi n. 6 deposti in varie vetrine, o addossati ai muri, non furono esaminati, perchè diligentemente avvolti in fascie di lino, non si ritenne opportuno di liberarli dal loro involucro.

L'esame botanico dovette quindi essere rivolto ai quattro rimanenti, i quali si dimostravano identici nella loro essenza. Due di essi, dalla parte della impugnatura, sono ornati da artistici motivi ornamentali, eseguiti con finissime intarsiature a quadretti di varî colori; mentre rozzi si presentavano gli altri due.

Lo studio e la determinazione della specie dalla quale furono tagliati questi lunghi bastoni, che misurano in media metri 1,40, riescì assai difficile, ma fortunatamente esatta.

Il lavoro di determinazione fu appoggiato non solo ai caratteri macroscopici, ma specialmente a quelli microscopici; e il risultato di tali analisi fu poscia corroborato con opportuni confronti con materiali di Museo e di Erbario, quali potei procurarmi dall'Istituto di Firenze e quali rinvenni nelle collezioni torinesi.

Esame macroscopico. — Legno durissimo, tenace, compatto, di colore rosso-bruno nella porzione interna (*duramen*), più chiaro, gialliccio nell'*alburno*. Midollo più scuro del legno e così sviluppato da apparire, nelle sezioni radiali, come una marcata linea scura. Corteccia lucente, bruna con riflessi rosso-scuri. La lucentezza della corteccia è dovuta ad un materiale resinoso, in parte solubile in alcool, dopo lungo trattamento.

Che la lucentezza sia naturale e ottenuta col semplice sfregamento è dimostrato dal fatto che qua e là si notano ancora residui della primitiva epidermide. Le nodosità dei punti di attacco dei rami e delle spine sono accuratamente tagliate.

Peso specifico 0,91.

Digitized by Google

Esame microscopico. — *Sezione trasversale.* — Raggi midollari piccoli, frequenti, stretti, formati in generale da una sola serie di elementi, ma non raramente anche di due o tre serie. Vasi ampi, irregolarmente sparsi, alcuni pieni di una sostanza di color giallastro, attorniati da parenchima molto scarso. Midollo composto da elementi omogenei a parete assai inspessita, ricchi di depositi amidacei; non rari gli elementi contenenti una sostanza trasparente di apparenza resinosa e di colore giallo-bruno.

Sezioni tangenziali. — Raggi midollari formati da un numero assai variabile di elementi sovrapposti; vasi areolati con parete inspessita, e con areole circolari, fittissime. Non mancano però vasi caratteristici con spirale sottile, elegante e distanziata nel passo della spirale stessa. Areole a contatto coi raggi midollari.

Sezioni radiali. — I raggi appaiono sotto forma di lamine larghe sottili, ad elementi ricchi di granuli di amido, sferoidali. Prosenchima a fibre strette solidamente lignificate. Vasi c. s.

Cerchi legnosi poco distinti. Fibre libriformi fortemente lignificate, uniformi, compatte.

Per tutti i caratteri sopra citati, ma più di tutto per i numerosi confronti istituiti col legno del congenere *Zizyphus sativa* Gaert. e con quelli di *Z. Lotus* Lam. e *Z. Spina-Christi* Wild., col quale ultimo il legno del bastone del nostro Architetto perfettamente concorda in ogni particolare sia macroscopico sia microscopico, io credo di essere esattamente nel vero ritenendo che il bastone da me studiato sia stato fabbricato con materiale ricavato da una pianta di *Zizyphus Spina-Christi*, e più facilmente da una pianta della Varietà *rectus* di Forskal, la quale si presenta in molti casi assolutamente senza spine o normalmente con pochissime spine e presenta i rami diritti, ed è quindi meglio adatta alla confezione di bastoni.

A conforto di questa determinazione potrei pure invocare il significato simbolico attribuito dagli antichi egiziani a questo albero sacro, i cui frutti si usavano come alimenti e si usano ancora per tale scopo. Pestati e in varie guise trattati, servivano, e servono tuttora, a fabbricare specie di pani, di torte, ecc. frequentemente rappresentate nelle liste delle offerte o segnate

Digitized by Google

nei geroglifici, intorno alle quali si sono sbizzarriti gli egittologi e gli storici a proposito dei *lotofagi*.

Il *Zizyphus Spina-Christi* Widl. è specie assai comune in tutta l'Africa boreale e in Asia Minore, dove lo si coltiva su vasta scala in quasi tutti i giardini. Il *Sedr* è l'albero sotto il quale gli *eletti* faranno soggiorno (*Corano*, cap. 66, v. 17) (1).

Per la questione che ci interessa giova aggiungere che il KEIMER, nel suo recentissimo studio sulle piante dei giardini dell'antico Egitto (del quale finora è uscita la prima parte (1924)), riferisce alcune osservazioni dello SCHWEINFURTH che ricordano appunto l'uso ancora oggi conservatosi in Egitto di adoperare il legno dello *Z. Spina-Christi* per la confezione dei bastoni (2).

Hyphaene Thebaica (*Del. Descrip. Egyp.*, pag. 1, Tab. 2) (*Sub* ***Cucifera***).

Nell'interno della Tomba di KHÀ, sopra la porticina di entrata, sta sospesa ad un gancio una foglia di Palma *Doum*, priva però della frangiatura dell'orlo fogliare. In questa condizione essa appare come una specie di flabello, che ricorda in modo perfetto nel suo contorno il caratteristico segno geroglifico, che nei papiri funerarii designa appunto la palma *Doum* (V. Papiro funerario nel Museo Egizio di Torino).

L'*Hyphaene* era nei tempi antichi largamente coltivata in Egitto come specie di cui si mangiavano i depositi endospermici; e però i suoi frutti si trovano assai comuni nelle offerte funerarie.

La Tomba di KHÀ ne conserva numerosi esemplari, i quali accompagnano altri frutti eduli; mentre molti di essi si osservano in tre specie di *sacchi a rete* collocati nella vetrina posta alla destra di quella che contiene gli istrumenti di misura dell'Architetto.

---

(1) TROTTER, A., *Flora economica della Libia*, Roma, 1915, pag. 215.

(2) Ecco ciò che scrive il KEIMER: denn SCHWEINFURTH *bestätigt mir ausdrücklich, dass man das zähe und feste Holz des Baumes* (*Z. Spina-Christi*) *besonders zu Stielen und* HANDHABEN *von Werkzeugen usw. noch heute verwendet* (pag. 69, loc. cit. in *Bibliografia*).

Digitized by Google

Cyperus Papyrus Linn.

A proposito del *C. Papyrus*, del quale nella tomba si contengono grossi fasci ricordati a pagg. 550-560, mi pare interessante segnalare, come il midollo di questa specie fosse usato dagli egiziani come un mezzo adatto per conservare e preservare dalla ruggine aghi, specilli di ferro, ed anche rasoi, ciò che è dimostrato da quanto si osserva nella vetrina, dove sono gli oggetti che servirono alla toeletta della Signora MIRIT.

CONCLUSIONE

Lo studio dei vegetali trovati nella Tomba dell'Architetto KHÀ e della sua moglie MIRIT, ci dà notizia della presenza in essa delle n. 18 specie seguenti:

1. *Amygdalus communis* Linn. — 2. *Centaurea depressa* M. B. — 3. CUMINUM CYMINUM Linn. — 4. *Cyperus esculentus* Linn. — 5. *Cyperus Papyrus* Linn. — 6. *Ficus Sycomorus* Linn. — 7. *Hyphaene Thebaica* Desf. — 8. JUNIPERUS DRUPACEA Lab. — 9. *Juniperus phoenicea* Linn. — 10. *Lepidium sativum* Linn. — 11. MELILOTUS PARVIFLORA Desf. — 12. MIMUSOPS KUMMEL Bruc. — 13. *Mimusops Schimperi* H. — 14. *Nymphaea coerulea* Sav. — 15. *Phoenix dactilifera* Linn. — 16. *Vitis vinifera* Linn. — 17. *Zizyphus Spina-Christi* Linn. — 18. *Allium Ampeloprasum* Linn.

Fra queste 18 specie, 4 (segnate con " stampatello „) si rivelano *nuove* per la Flora Faraonica, non essendo io, per quante ricerche abbia fatto, riuscito a trovare menzione di esse nei lavori che si occupano dello studio della Flora dell'Egitto antico.

Dalle osservazioni mie ho tratto alcune conclusioni, che stimo non prive di un certo interesse e che riferisco qui brevemente:

I. La comparazione dei vegetali trovati nella Tomba dell'Architetto KHÀ, con quelli crescenti attualmente in Egitto e altrove, parevami dovesse portare lume sulla questione della *mutazione* delle specie; ma, anche io, come tutti gli studiosi dei materiali vegetali dell'antico Egitto, ho dovuto convincermi

Digitized by Google

che i dettagli morfologici delle singole specie si sono mantenuti costanti nei secoli, e che le piante vissute alcune migliaia di anni prima di noi, offrono ancora gli stessi caratteri morfologici di quelle attuali, così che le determinazioni corrispondono perfettamente a quelle che si possono fare studiando gli individui oggi viventi.

Le ricerche più minuziose non concessero di rintracciare caratteri somatici differenziali. Le sezioni degli acheni del *Cumino*, ad esempio, trovati nella tomba di KHÀ si possono sovrapporre a quelle che si ottengono coi frutti della stessa specie oggi vivente. I semi del *Lepidio* apparvero morfologicamente identici a quelli odierni; e lo stesso potrei dire di tutte le piante da me esaminate.

Del resto, SCHWEINFURTH stesso (dopo UNGER, KUNTH, A. BRAUN, ASCHERSON, LORET, BONNET, JORET, ecc.) venne agli stessi risultati ai quali io pure sono giunto, ed ai quali ero giunto nell'anno 1897 studiando il primo volume dell'*Erbario* di ULISSE ALDROVANDI (1) composto verso la metà del secolo XVI.

SCHWEINFURTH, che ebbe fra tutti i botanici la gran ventura di poter studiare il maggior numero dei vegetali dell'Egitto antico, scoperti dal MASPERO e conservati nel Museo del Cairo o dallo SCHIAPARELLI rinvenuti nelle sue molteplici esplorazioni, così si espresse:

Les anciennes plantes... ne diffèrent guère des espèces connues, aucune laisse le moindre doute sur sa détermination.

II. Che i fruttivendoli vissuti nel periodo faraonico, nel quale fioriva l'Architetto KHÀ, avevano la stessa psiche di quelli d'oggidì.

Se, durante il viaggio per raggiungere il Regno di *Osiride*, la soave MIRIT, sentendo gli stimoli della fame, avesse affondato i suoi dentini di avorio nella carne delle frutta deliziose, che ricoprivano le ceste o le ciotole delle offerte funerarie, assaporando la carne succosa, sapida, profumata delle varie frutta, avrebbe con riconoscenza ricordati gli amici e le amiche lasciate nel mondo dei viventi; ma se colle dita affusolate avesse invece

(1) MATTIROLO O., *L'opera botanica di Ulisse Aldrovandi (1549-1605)*, Bologna, 1897.

Digitized by Google

portato alle labbra le frutta che stavano sotto a quelle superficiali, ben altro sentimento avrebbe Ella provato, e un gesto di amaro dispetto avrebbe contratto le sue rosee labbra! (1).

Ciò dimostra ad evidenza come la psiche dei fruttivendoli sia sempre stata guidata dallo stesso intento di riuscire ad ingannare i vivi e i morti!

III. A giudicare dalle proprietà mediche dei vegetali che figurano fra le offerte funerarie dedicate alla mummia dell'Architetto KHÀ, si potrebbe ragionevolmente inferire che egli fosse affetto da difficoltà di digestione, dovuta forse ad atonia stomacale, indisposizione frequente fra gli abitanti dei paesi a clima caldo.

I galbuli stimolanti del *Juniperus phoenicea*, quelli del *Juniperus drupacea*, i semi del *Lepidio*, i frutti del *Cumino*, che si trovano in copia fra le offerte, starebbero a confermare questa opinione.

BIBLIOGRAFIA

ALPINUS ROSP, *Historiae Ægypti Naturalis.* Pars I, *Rerum Ægyptiarum.* Pars II, *De Plantis Ægypti.* Lugduni Batav., 1735.

— *De Medicina Ægyptiorum.* Libri quatuor. Venetiis, 1591.

ASCHERSON e G. SCHWEINFURTH, *Illustration de la Flore d'Égypte.* Le Caire, 1887.

BOISSIER ED., *Flora orientalis sive enumeratio plantarum in Oriente a Graecia et Ægypto ad Indiae fines hucusque observatarum.* Vol. I, 1872, vol. V, 1884.

BONNET ED., *Le piante Egiziane del Museo Reale di Torino.* " Nuovo Giornale botanico italiano ". Nuova serie, vol. II, gennaio 1895.

— *Végétaux antiques du Musée Égyptien de Florence.* Associat. française pour l'avancement des Sciences. Paris. Congrès de 1900.

— *Plantes antiques des Nécropoles d'Antinoè.* " Journal de Botanique ". Tom. XVI, 1902, n. 9.

— *Plantes antiques des Nécropoles d'Antinoè* (2ème art.). " Journal de Botanique ". Tom. XIX, 1905.

(1) BONNET (*Végétaux antiques du Musée de Florence,* loc. cit., pag. 3) osserva che: *on sait du reste, que les anciens Égyptiens ne se faisaient aucun scrupule de réserver, pour les offrandes funéraires, les fruits verts ou avariés.*

Digitized by Google

Borchardt, *Die Ägyptische Pflanzensäule.* Berlin, 1897.

A. Braun, *Die Pflanzenreste des Ägyptischen Museum in Berlin.* Berlin, 1877. " Berl. Anthrop. Gesellschaft „.

Bretzl Hugo, *Botanische Forschungen des Alexanderzuges.* Leipzig, 1903.

Crépin F., *Sur les restes des Roses découvertes dans les tombeaux de la Nécropole de Arsinoè de Fayoum.* " Bullet. Soc. bot. Belg. „, XXVII, pag. 183.

De Candolle Alph., *Origine des Plantes cultivées.* IIIème édit. Paris, 1886.

Delile, *Florae aegyptiacae illustratio,* 1813.

— *Description de l'Égypte,* 1813, Paris.

Gilg E., *Prähistorische Kultur und Nutzpflanzen* in " Der Mensch und die Erde „, III vol., Berlin, 1907.

Gozzi Carlo, *La flora orientale e la Bibbia.* " Rivista di Fisica, Matematica e Scienze Naturali „, Pavia, anno IV, luglio 1903, n. 13. (Ivi sono elencati n. 71 lavori che trattano della Flora biblica).

Hamilton F., *La Botanique de la Bible.* Nice, 1871.

Hehn V., *Piante coltivate ed animali domestici.* Trad. sulla Vª ediz. tedesca. Firenze, 1892.

Joret, *Les Recherches botaniques de l'Expédition d'Alexandre.* " Journal des Savants „, sept.- nov. 1904.

— *Les jardins dans l'ancienne Égypte.* Le Puy, 1894.

— *Les plantes dans l'antiquité et au moyen âge. — Histoire. — Usages. — Symbolisme.* Paris, 1897.

Keimer Lud., *Die Gartenpflanzen in alten Ägypten.* 1 vol., Berlin, 1924. (II vol. II non è finora pubblicato).

Kunth C. S., *Examen botanique des fruits et des plantes de la collection égyptienne* (J. Passalacqua, *Catalogue raisonné et historique des antiquités découvertes en Égypte.* Paris, 1826, p. 227 et seg.).

Loret Victor, *La Flore pharaonique d'après les documents hiéroglyphiques et les spécimens découverts dans les tombes.* 2ème édit., Paris, 1892.

— *Les Tombeaux de Thoutmès III et d'Aménophis II.* Caire, 1899.

— *Le Cédratier dans l'antiquité.* Paris, 1891.

— *L'Égypte au temps des Pharaons. Faune et Flore.* Paris, 1889.
(Il Loret col signor Poisson ha pure studiato i vegetali dell'antico Egitto conservati nelle collezioni del Louvre). *Végétaux antiques du Musée Égyptien du Louvre,* Paris.

Migliarini A. M., *Indication succinte des monuments égyptiens du Musée de Florence.* Barbèra, 1859. (Esiste anche una edizione italiana).

Muschler Remo, *A Manual Flora of Egypt.* Vol. I e II. Berlin, 1912.

Passalacqua, *Recherches sur les plantes trouvées dans les tombeaux égyptiens.* " Ann. des Sciences Naturelles „. Paris, vol. VIII, 1826, pag. 418.

Petrie, *Hawara, Blahma and Arsinoè. Kahun-Gurob and Hawara.* London, 1889-1890 (*Botany* per P. E. Newberry).

Pickering Charles, *Chronological History of Plants.* Boston, 1879.

Pleyte, *Bloemen en planten nit Oud-Egypte in het Museum te Leiden* (" Iaarvergadering der Nederl. bot. Vereeniging „, Leida, 1882) (cit. da Loret).

— *La Couronne de la justification.* Leida, 1884. Trav. du VIème Congrès intern. des Orientalistes à Leide (cit. da Loret).

Digitized by Google

Schiaparelli E., *La Tomba di Khà*, " Rassegna d'Arte antica e moderna „, diretta da Corrado Ricci, anno VII, fasc. I, gennaio 1920.

Questa Nota del Senatore Schiaparelli è stata poi in gran parte riprodotta in un articolo della Signora Paola Lombroso, *L'Architetto Khà e la Signora Mirit*, " Il Piemonte „, Rivista turistica, anno IV, n. 1, pag. 27.

Schweinfurth G., *De la Flore Pharaonique*. " Bulletin de l'Institut Égyptien „, 2ème série, n. 3, Le Caire, 1882.

— *Neue Beiträge zur Flora des Alten Ægypten*. " Berichte des Deut. Bot. Gesell. „, Berlin, 1883.

— *Ueber Pflanzenreste aus altaegyptischen Gräbern*. " Berichte d. Deut. Botanis. Gesellschaft „, vol. II, Berlin, 1884, pag. 351.

— *Notice sur les restes de végétaux de l'ancienne Égypte contenus dans une armoire du Musée de Boulaq*. " Bulletin de l'Institut Égyptien „, Le Caire, 1884.

— *Les dernières découvertes botaniques dans les anciens tombeaux de l'Égypte*. " Bullet. de l'Institut Égyptien „, Le Caire, 1886.

— *Die letzten botanischen Entdeckungen in den Gräbern Ægyptens, mit Verbesserungen und Zusätzen*. " Engler's Botanischen Jahrbücher „, Leipzig, 1886.

— *Sur certains rapports entre l'Arabie heureuse et l'ancienne Égypte*. Genève, 1890. Société de Physique et d'Histoire Naturelle de Genève, 1890.

— *Aegyptens auswärtige Beziehungen hinsichtlich der Culturgewächse*. " Verhandl. der Berliner Anthropol. Gesell. „, 1891.

— *Ueber die Floren-gemeinschaft von Südarabien und Nordabessinien*. " Verhandl. f. Erdkunde zu Berlin „, 1891, Heft. 9-10.

Trotter A., *Flora Economica della Libia*. Manuali Coloniali pubblicati a cura del Ministero delle Colonie. Roma, 1915.

Unger S., *Die Pflanzen des Alten Ægyptens*. " Sitz. der K. Acad. der Wiss. „, Wien, 1858.

Woenig Fr., *Die Pflanzen in Alten Ægypten*, Leipzig, 1886.

Ho qui elencate le opere da me consultate, alcune delle quali furono gentilmente messe a mia disposizione dal Prof. Schiaparelli. Maggiori notizie bibliografiche il lettore potrà trovare a complemento di queste citate, nella *Liste des ouvrages consultés*, annessa alla *Flore Pharaonique* di Victor Loret.

Digitized by Google

Un'applicazione idrodinamica della funzione di Green

Nota della Dott.ª LUISA PELOSI
presentata dal Socio nazionale residente T. Boggio

In questa Nota espongo dapprima una proprietà integrale della ordinaria funzione di Green relativa ad un campo a tre dimensioni, o a due dimensioni.

Faccio poi vedere che considerando un fluido incomprimibile, che scorre fra due superficie cilindriche ad assi paralleli, in guisa che il moto sia permanente, irrotazionale, ed identico in ogni sezione normale dei cilindri, la proprietà stabilita per la funzione di Green nel caso di due dimensioni, permette di ottenere in modo assai semplice la risultante e il momento risultante delle pressioni esercitate dal fluido considerato sopra una delle pareti rigide che lo limitano.

Come caso particolarissimo suppongo poi i due cilindri circolari, e così ritrovo subito, in modo naturale, dei risultati stabiliti recentemente in tutt'altro modo dal prof. Cisotti, basandosi sopra certe formule idrodinamiche di Blasius e sulla teoria delle funzioni di variabile complessa.

1. — Indichiamo con τ lo spazio racchiuso da una superficie σ, con M e P due punti generici di τ, e con Γ_{MP} il valore nel punto P (che si riguarda come variabile in τ), della *funzione preliminare di Green* relativa al punto M (che si riguarda come fisso). Questa funzione preliminare è definita dalla proprietà di essere armonica in τ, e di assumere nei punti P del contorno σ gli stessi valori di $1/MP$, e perciò se si pone $r = MP$, si ha

$$\Delta_P \Gamma_{MP} = 0 , \qquad \text{in } \tau, \tag{1}$$

$$\Gamma_{MP} = 1/r , \qquad \text{su } \sigma. \tag{2}$$

Digitized by Google

Se si pone poi

$$G_{MP} = 1/r - \Gamma_{MP}, \tag{3}$$

la funzione G_{MP} si chiama *funzione di Green* relativa al punto M, ed è chiaro che soddisfa alle equazioni

$$\Delta_P G_{MP} = 0, \quad \text{in } \tau, \tag{4}$$

$$G_{MP} = 0, \quad \text{su } \sigma, \tag{5}$$

e inoltre quando P tende al punto M di τ, la G_{MP} tende verso $+\infty$, perciò essa ha un *polo* nel punto M.

Se poi indichiamo con $\boldsymbol{w}_P$ il vettore, funzione *lineare* del punto P, definito dalla espressione

$$\boldsymbol{w}_P = \boldsymbol{a} + m\,(P - O), \tag{6}$$

ove $\boldsymbol{a}$ è un vettore costante ed m un numero costante, sussiste la formula

$$\int_\sigma (\mathrm{grad}_P\, G_{MP})^2\, \boldsymbol{w}_P \wedge \boldsymbol{n}\, d\sigma = -8\pi\, \boldsymbol{w}_M \wedge (\mathrm{grad}_P\, \Gamma_{MP})_M \tag{7}$$

ove $\boldsymbol{n}$ è il vettore unitario normale alla superficie σ in P e diretto all'interno di τ.

2. — Per stabilire la (7) conviene partire da una formula di trasformazione di integrali.

Siano $\boldsymbol{u}$, $\boldsymbol{v}$ vettori funzioni finite e continue colle loro derivate prime, del punto generico P mobile in uno spazio finito e fisso τ, limitato da una superficie chiusa σ. Sussiste allora la nota formula

$$\int_\tau \left(\frac{d\boldsymbol{u}}{dP}\, \boldsymbol{v}\right) d\tau = -\int_\sigma \boldsymbol{u}.\, \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{n}\, d\sigma - \int_\tau \boldsymbol{u}\, \mathrm{div}\, \boldsymbol{v}\, d\tau \tag{8}$$

(1)

la quale può dedursi dal teorema della divergenza

$$\int_\tau \mathrm{div}\, \boldsymbol{u}\, d\tau = -\int_\sigma \boldsymbol{u} \times \boldsymbol{n}\, d\sigma$$

---

(1) Cfr. Burali-Forti e Marcolongo, *Analyse vectorielle générale*, vol. I, pag. 111.

Digitized by Google

sostituendo $u \times a \,.\, v$ al posto di u, ove a è un vettore costante arbitrario.

Poniamo ora nella (8) $w \wedge u$ al posto di u, ove w denota un vettore funzione di P ed avremo:

$$\int_\tau w \wedge \frac{du}{dP}\, v\, d\tau - \int_\tau u \wedge \frac{dw}{dP}\, v\, d\tau = \\ = -\int_\sigma w \wedge u \,.\, v \times n\, d\sigma - \int_\tau w \wedge u \operatorname{div} v\, d\tau.$$

Supponiamo, in particolare, $u = v = \operatorname{grad} \varphi$, ove φ è una funzione regolare ed armonica in τ, cioè tale che $\operatorname{div} \operatorname{grad} \varphi = 0$, e allora le formule precedenti porgeranno

$$\int_\tau w \wedge \frac{d \operatorname{grad} \varphi}{dP} \operatorname{grad} \varphi\, d\tau - \int_\tau \operatorname{grad} \varphi \wedge \frac{dw}{dP} \operatorname{grad} \varphi\, d\tau = \\ = -\int_\sigma w \wedge \operatorname{grad} \varphi \,.\, \frac{d\varphi}{dn}\, d\sigma,$$

od anche

$$\frac{1}{2} \int_\tau w \wedge \operatorname{grad} (\operatorname{grad} \varphi)^2\, d\tau - \int_\tau \operatorname{grad} \varphi \wedge \frac{dw}{dP} \operatorname{grad} \varphi\, d\tau = \\ = -\int_\sigma w \wedge \operatorname{grad} \varphi \,.\, \frac{d\varphi}{dn}\, d\sigma.$$

Se ora si assume come vettore w quello definito dalla (6) e si osserva che $dw/dP = m$, e $\operatorname{rot} w = 0$, si conclude che la precedente relazione può scriversi:

$$\int_\tau \operatorname{rot} [(\operatorname{grad} \varphi)^2 w]\, d\tau = 2 \int_\sigma w \wedge \operatorname{grad} \varphi \,.\, \frac{d\varphi}{dn}\, d\sigma,$$

od ancora, per il teorema della rotazione:

$$(9) \quad -\int_\sigma (\operatorname{grad} \varphi)^2\, w \wedge n\, d\sigma + 2 \int_\sigma \frac{d\varphi}{dn}\, w \wedge \operatorname{grad} \varphi \,.\, d\sigma = 0.$$

3. — Abbandoniamo ora l'ipotesi che la φ sia regolare in τ, anzi come funzione φ assumiamo addirittura la funzione di Green G_{MP} relativa al polo M. In tal caso la (9) non è applicabile, ma però se circondiamo il polo M con una piccola superficie sferica ω di centro M e raggio R abbastanza piccolo perchè essa risulti tutta interna a τ, potremo applicare la (9) nello spazio compreso fra le superficie σ ed ω e così avremo:

Digitized by Google

$$\int_\sigma (\text{grad } G)^2 \, \boldsymbol{w} \wedge \boldsymbol{n} \, d\sigma - 2 \int_\sigma \frac{dG}{dn} \, \boldsymbol{w} \wedge \text{grad } G \, d\sigma =$$
$$= - \int_\omega (\text{grad } G)^2 \, \boldsymbol{w} \wedge \boldsymbol{n} \, d\omega + 2 \int_\omega \frac{dG}{dn} \, \boldsymbol{w} \wedge \text{grad } G \, d\omega .$$

Trasformiamo il secondo membro, sostituendo a G il suo valore (3), e così esso diventerà:

$$- \int_\omega \left(\text{grad } \frac{1}{r}\right)^2 \boldsymbol{w} \wedge \boldsymbol{n} \, d\omega + 2 \int_\omega \text{grad } \frac{1}{r} \times \text{grad } \Gamma . \, \boldsymbol{w} \wedge \boldsymbol{n} \, d\omega -$$
$$- \int_\omega (\text{grad } \Gamma)^2 \, \boldsymbol{w} \wedge \boldsymbol{n} \, d\omega + 2 \int_\omega \frac{d \frac{1}{r}}{dn} \, \boldsymbol{w} \wedge \text{grad } \frac{1}{r} \, d\omega -$$
$$- 2 \int_\omega \frac{d\Gamma}{dn} \, \boldsymbol{w} \wedge \text{grad } \frac{1}{r} \, d\omega - 2 \int_\omega \frac{d \frac{1}{r}}{dn} \, \boldsymbol{w} \wedge \text{grad } \Gamma \, d\omega +$$
$$+ 2 \int_\omega \frac{d\Gamma}{dn} \, \boldsymbol{w} \wedge \text{grad } \Gamma \, d\omega ;$$

ora il 3° e 7° integrale si elidono in causa della (9) applicata alla funzione Γ e alla superficie ω; inoltre, nei punti della superficie ω si ha

$$\text{grad } \frac{1}{r} = - \frac{1}{r^2} \text{grad } r = - \frac{1}{r^2} \boldsymbol{n}$$

risulta allora

$$\text{grad } \frac{1}{r} \times \text{grad } \Gamma . \, \boldsymbol{w} \wedge \boldsymbol{n} = - \frac{1}{r^2} \frac{d\Gamma}{dn} . \, \boldsymbol{w} \wedge \boldsymbol{n} =$$
$$= \frac{d\Gamma}{dn} \, \boldsymbol{w} \wedge \text{grad } \frac{1}{r} ,$$

perciò il 2° e 5° integrale si elidono, mentre il 1° e 4° integrale insieme valgono

$$- \int_\omega \frac{1}{R^4} \, \boldsymbol{w} \wedge \boldsymbol{n} \, d\omega + 2 \int_\omega \frac{1}{R^4} \, \boldsymbol{w} \wedge \boldsymbol{n} \, d\omega = \frac{1}{R^4} \int_\omega \boldsymbol{w} \wedge \boldsymbol{n} \, d\omega$$

e questo 2° membro, per il teorema della rotazione, vale:

$$\frac{1}{R^4} \int_\tau \text{rot}_P \, \boldsymbol{w} \, d\tau_1 = 0 ,$$

ove τ_1 è lo spazio racchiuso dalla ω.

Digitized by Google

Rimane quindi solo il 6° integrale, cioè

$$-2\int_{\omega} \frac{d\frac{1}{r}}{dn}\, \boldsymbol{w} \wedge \operatorname{grad}_P \Gamma d\omega$$

e con un noto procedimento si trae che se ω tende a 0 esso tende a $8\pi(\boldsymbol{w} \wedge \operatorname{grad}_P \Gamma)_M$; perciò avremo:

$$\int_\sigma (\operatorname{grad}_P G)^2\, \boldsymbol{w} \wedge \boldsymbol{n}\, d\sigma - 2\int_\sigma \frac{dG}{dn}\, \boldsymbol{w} \wedge \operatorname{grad}_P G\, d\sigma = \\ = 8\pi(\boldsymbol{w} \wedge \operatorname{grad}_P \Gamma)_M.$$

Ora osserviamo che sulla σ si ha $G = 0$, quindi il vettore $\operatorname{grad}_P G$, che ha la direzione della normale alle superficie $G = \text{cost}$, è parallelo ad $\boldsymbol{n}$, perciò

$$\frac{dG}{dn}\, \boldsymbol{n} = \operatorname{grad}_P G\,, \qquad \left(\frac{dG}{dn}\right)^2 = (\operatorname{grad}_P G)^2$$

e quindi

$$\frac{dG}{dn} \operatorname{grad}_P G = (\operatorname{grad}_P G)^2 .\, \boldsymbol{n}$$

onde la formula precedente diventa

$$\int_\sigma (\operatorname{grad}_P G)^2\, \boldsymbol{w} \wedge \boldsymbol{n}\, d\sigma = -8\pi(\boldsymbol{w} \wedge \operatorname{grad}_P \Gamma)_M\,,$$

che dimostra la formula (7).

4. — Nel caso di un'area piana, limitata da un contorno s, sussiste una formula analoga alla (7) ed è:

$$(11) \qquad \int_s (\operatorname{grad}_P G_{MP})^2\, \boldsymbol{w} \wedge \boldsymbol{n}\, d\sigma = -4\pi\, \boldsymbol{w}_M \wedge (\operatorname{grad}_P \Gamma_{MP})_M\,,$$

ove

$$(12) \qquad G_{MP} = \log \frac{1}{MP} - \Gamma_{MP}\,,$$

essendo Γ_{MP} la funzione preliminare di Green relativa all'area considerata.

La (11) si può stabilire con metodo perfettamente analogo a quello adoperato per la (7).

Digitized by Google

Se, in particolare, si suppone $m = 0$, la (6) porge $\boldsymbol{w} = \boldsymbol{a}$, e allora, per l'arbitrarietà di $\boldsymbol{a}$ si deduce dalla (11):

$$\int_s (\mathrm{grad}_P\, G_{MP})^2\, \boldsymbol{n}\, ds = -4\pi\, (\mathrm{grad}_P\, \Gamma_{MP})_M\,. \tag{13}$$

Se invece si suppone $\boldsymbol{a} = 0$, la (6) mostra che $\boldsymbol{w} = m\,(P - O)$ e la (11) ci dà:

$$\int_s (\mathrm{grad}_P\, G_{MP})^2\, (P - O) \wedge \boldsymbol{n}\, ds = \\ = -4\pi\, (M - O) \wedge (\mathrm{grad}_P\, \Gamma_{MP})_M\,. \tag{14}$$

Queste formule ci saranno ora assai utili.

5. — Sia s la linea che limita un'area piana σ, e sia G_{MP} la funzione di Green avente per polo il punto M di σ.

Consideriamo poi le curve definite dall'equazione

$$G_{MP} = h \tag{15}$$

ove h è una costante e P è il punto variabile; è chiaro che se $h = 0$ si ha la curva s stessa, e se h assume valori positivi le curve ottenute sono tutte interne ad s, perchè la funzione di Green è notoriamente positiva entro l'area σ, e non hanno punti comuni, e per h crescente indefinitamente, risulta dalla (12) che esse si rimpiccioliscono sempre più intorno al punto M, fino a diventare evanescenti. Esternamente ad s la G assume valori negativi e si mantiene regolare in una conveniente regione esterna ad s.

Se ora indichiamo con α, k due costanti positive, e si pone

$$\psi_{MP} = \alpha + k G_{MP}\,, \tag{16}$$

è chiaro che la ψ sarà pure costante su ciascuna delle curve date dalla (15).

Se γ, γ' sono due curve del sistema (15) e c, c' i valori (costanti) della G su di esse, e supponiamo

$$\psi = q, \text{ sopra } \gamma, \qquad \psi = q', \text{ sopra } \gamma',$$

ove q, q' pure sono costanti, si ha:

$$q = \alpha + kc\,, \qquad q' = \alpha + kc',$$

Digitized by Google

da cui:

$$k = (q - q')/(c - c'). \tag{17}$$

La funzione ψ data dalla (16) è manifestamente armonica e regolare nell'area compresa fra le curve γ e γ'.

Supponendo che la curva γ sia *interna* alla γ', si ha $c > c'$ e $q > q'$.

6. — Consideriamo un fluido incomprimibile, di densità unitaria, che occupi lo spazio compreso fra le due superficie cilindriche, le cui sezioni normali sono le curve γ e γ', e supponiamo che il fluido circoli in modo permanente e irrotazionale entro queste due superficie, in guisa che in ogni sezione normale il moto avvenga nello stesso modo, cioè che le caratteristiche del moto siano identiche sopra ogni retta normale alla sezione considerata.

Basta allora riferirsi al moto in questa sezione: si ha una corrente che circola nella regione anulare compresa fra le curve γ e γ', che consideriamo come profili rigidi. Le linee di flusso nel problema di moto piano che studiamo sono date da $\psi = \text{cost}$, e quindi non sono altro che le curve (15), e la ψ è la *funzione di corrente* del moto stesso.

La ψ vale q su γ e q' su γ', e allora si vede facilmente che $q - q'$ è la *portata* della corrente che scorre fra i profili γ e γ'. Calcoliamo ora la risultante $\boldsymbol{R}$ e il momento risultante $\boldsymbol{M}$ delle pressioni esercitate dal fluido in moto sulla parete rigida interna γ.

Se p è l'intensità della pressione, si ha:

$$\boldsymbol{R} = \int p\,\boldsymbol{n}\,d\gamma, \qquad \boldsymbol{M} = \int p\,(P - O) \wedge \boldsymbol{n}\,d\gamma,$$

ove O è un punto fisso qualunque ed $\boldsymbol{n}$ è il vettore unitario normale a γ e diretto verso l'interno dell'area racchiusa da γ. D'altra parte le equazioni idrodinamiche, in assenza di forze di massa, si riassumono nella equazione di Bernoulli (1), cioè

$$p = -\frac{1}{2} V^2 + \text{cost}$$

(1) Cfr., ad es., Cisotti, *Idromeccanica piana*, parte 1ª, pag. 61 (Libreria Politecnica, Milano, 1921).

Digitized by Google

ove V è la grandezza della velocità; ma se ψ è la funzione di corrente, è noto [1] che le componenti della velocità valgono $\frac{\partial \psi}{\partial y}$, $-\frac{\partial \psi}{\partial x}$, quindi:

$$V^2 = \left(\frac{\partial \psi}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial \psi}{\partial x}\right)^2 = (\text{grad } \psi)^2,$$

e perciò:

$$p = -\frac{1}{2}(\text{grad } \psi)^2 + \text{cost};$$

sostituendo si ha, per formule note:

$$\boldsymbol{R} = -\frac{1}{2}\int_\gamma (\text{grad } \psi)^2 . \boldsymbol{n}\, d\tau,$$

$$\boldsymbol{M} = -\frac{1}{2}\int_\gamma (\text{grad } \psi)^2 . (P - O) \wedge \boldsymbol{n}\, d\tau,$$

od ancora, ricordando la (16):

$$\boldsymbol{R} = -\frac{1}{2} k^2 \int_\gamma (\text{grad}_P G_{MP})^2 . \boldsymbol{n}\, d\tau,$$

$$\boldsymbol{M} = -\frac{1}{2} k^2 \int_\gamma (\text{grad}_P G_{MP})^2 . (P - O) \wedge \boldsymbol{n}\, d\tau;$$

applicando ora le (13), (14) si ha senz'altro:

$$(18) \qquad \begin{cases} \boldsymbol{R} = 2\pi k^2 (\text{grad}_P \Gamma_{MP})_M, \\ \boldsymbol{M} = 2\pi k^2 (M - O) \wedge (\text{grad}_P \Gamma_{MP})_M, \end{cases}$$

ove k ha il valore (17).

Le grandezze di $\boldsymbol{R}$ ed $\boldsymbol{M}$ risultano proporzionali al quadrato della portata.

Da queste formule segue poi la notevole relazione:

$$(18') \qquad \boldsymbol{M} = (M - O) \wedge \boldsymbol{R}.$$

Si può calcolare similmente la risultante $\boldsymbol{R}'$ e il momento risultante $\boldsymbol{M}'$ delle pressioni esercitate dal fluido in moto sulla parete rigida esterna τ'. Si ha:

$$\boldsymbol{R}' = -\int_{\gamma'} p\, \boldsymbol{n}\, d\tau', \qquad \boldsymbol{M}' = -\int_{\gamma'} p\, (P - O) \wedge \boldsymbol{n}\, d\tau',$$

---

[1] Cfr., ad es., Cisotti, op. cit., parte 1ª, pag. 57.

Digitized by Google

ove n è vettore unitario normale a γ' e diretto verso l'interno dell'area racchiusa da γ'.

Da queste espressioni e dal fatto che nelle (18) soltanto la costante k dipende dai contorni γ e γ' si trae senz'altro:

$$R' = -R, \qquad M' = -M,$$

ciò che era prevedibile.

È anche facile calcolare la *circolazione* C lungo una qualsiasi curva chiusa che sia compresa fra γ e γ' e che abbracci la γ; essa è eguale alla circolazione relativa a γ, e vale, se v è il vettore velocità:

$$C = \int_\gamma v \times dP,$$

e si vede subito che si può ancora scrivere:

$$C = \int_\gamma \frac{d\psi}{dn}\, ds;$$

ove ds è l'elemento d'arco di γ, contato nel senso del fluido, e dn è l'elemento di normale interna.

Mediante la (16) e la (12) avremo quindi, posto $r = MP$:

$$C = k\int_\gamma \frac{dG}{dn}\, ds = k\int_\gamma \frac{d \log 1/r}{dn}\, ds - k\int_\gamma \frac{d\Gamma}{dn}\, ds;$$

ora l'ultimo integrale è nullo perchè Γ è funzione armonica e regolare nell'area limitata da γ, perciò da una nota formula avremo la relazione semplicissima:

$$C = 2\pi k \tag{19}$$

ove k ha il valore (17).

Da quanto precede risulta poi anche che affinchè sia possibile un moto del tipo considerato fra due profili rigidi γ e γ' è necessario e sufficiente che tali profili siano curve del sistema (15), cioè siano linee di livello per la funzione di Green relativa all'area racchiusa da γ e avente per polo un punto conveniente interno a γ'.

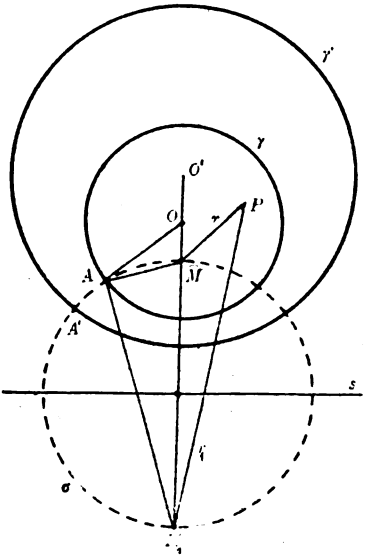
Digitized by Google

7. — Applichiamo le formule precedenti ad un caso particolare notevole.

Siano M, M_1 due punti simmetrici rispetto ad un asse s, allora se r, r_1 sono le distanze di M, M_1 da un punto variabile P, è chiaro che la funzione $\Gamma = \log \frac{1}{r_1}$ è armonica e regolare in quello dei due semipiani determinati da s nel quale cade M, inoltre si ha $r_1 = r$ nei punti di s, perciò la funzione

$$G = \log \frac{1}{r} - \log \frac{1}{r_1} = \log \frac{r_1}{r}$$

è la funzione di Green relativa al semipiano considerato e al polo M; il che del resto è ben noto.



Le curve definite dalla (15) sono quelle per cui $r_1/r = \text{cost}$ e sono notoriamente circonferenze di Apollonío rispetto ai punti M, M_1, cioè circonferenze i cui centri stanno sulla retta MM_1 e tagliano ortogonalmente il cerchio σ di diametro MM_1.

Siano γ, γ' due di tali circonferenze, allora se nella regione tra γ e γ' ha luogo un moto fluido del tipo studiato nel n. 6 le linee di flusso sono gli accennati cerchi di Apollonio e po-

Digitized by Google

tremo calcolare la risultante $\boldsymbol{R}$ e il momento risultante $\boldsymbol{M}$ delle pressioni esercitate dal fluido contro la parete rigida γ colle (18) ed avremo, osservando che $\Gamma = -\log r_1$:

$$(20) \qquad \boldsymbol{R} = -2\pi k^2 \frac{1}{r_1} (\mathrm{grad}_P\, r_1)_M = -\frac{2\pi k^2}{MM_1}\, \boldsymbol{I}$$

ove $\boldsymbol{I}$ è un vettore unitario diretto da M_1 ad M; questa risultante è quindi diretta dal centro O di γ verso il punto M.

Quanto poi al momento $\boldsymbol{M}$ rispetto ad un punto qualsiasi della retta MM_1 (ad es. rispetto al centro O di γ) le (18'), (20) mostrano che esso è sempre nullo.

Dalla (20) si ha:

$$(21) \qquad \mathrm{mod}\, \boldsymbol{R} = 2\pi k \ (MM_1),$$

e supponendo $q' = 0$ su γ' la (17) ci dà $k = q\ (c - c')$: la costante c rappresenta il valore costante della funzione di Green G sopra γ, e in particolare nel punto A d'intersezione di γ con σ, perciò $c = \log (AM_1 : AM)$; ma dai triangoli simili OAM, OAM_1, si trae:

$$\frac{AM_1}{AM} = \frac{OM}{OA} = \frac{OM}{\sqrt{OM \cdot OM_1}} = \sqrt{\frac{OM}{OM_1}},$$

perciò $c = \frac{1}{2} \log \frac{OM}{OM_1}$; analogamente se O' è il centro di γ' si ha $c' = \frac{1}{2} \log \frac{O'M}{O'M_1}$, quindi

$$(22) \qquad k = 2q \log \frac{OM \cdot O'M_1}{OM_1 \cdot O'M}$$

e sostituendo nella (21) si ha l'intensità della risultante $\boldsymbol{R}$. L'espressione che così si ottiene coincide con quella assegnata recentemente dal prof. Cisotti [1].

Se alla parete rigida γ' si sostituisce la parete rettilinea s, si deve far tendere O' all'infinito, e la espressione (22) di k tende a

$$k = 2q \log \frac{OM}{OM_1}$$

---

[1] Cisotti, *Effetto dinamico di una corrente che circola attorno a un cilindro in un tunnel* (" Rendiconti della R. Accademia dei Lincei ", serie 6ª, vol. I, 1° sem. 1925).

Digitized by Google

e il valore corrispondente di mod $\boldsymbol{R}$ coincide con quello stabilito dal prof. Cisotti (1).

Si può supporre che la circonferenza γ' sia da parte opposta di γ rispetto ad s, e allora si avrebbe un problema di moto nel quale il fluido circola attorno a due solidi cilindrici (circolari) ad assi paralleli, esterni l'uno all'altro, il moto essendo permanente, irrotazionale, ed identico in ogni sezione retta dei cilindri.

Per questo caso, che è stato trattato recentemente dal prof. Sbrana (2), sussistono inalterate le formule precedenti.

8. — Si possono ritrovare le formule generali (18) (19) mediante la teoria delle funzioni di variabile complessa.

La funzione preliminare di Green Γ è armonica e regolare nell'area racchiusa dal contorno γ, quindi esiste la sua funzione armonica coniugata Γ_1, definita a meno di una costante, dalle relazioni:

$$(23) \qquad \frac{\partial \Gamma}{\partial x} = \frac{\partial \Gamma_1}{\partial y}, \qquad \frac{\partial \Gamma}{\partial y} = -\frac{\partial \Gamma_1}{\partial x},$$

che si possono compendiare nella:

$$\operatorname{grad} \Gamma = -i \operatorname{grad} \Gamma_1,$$

ove i è il rotore di un retto nel piano, nel verso da Ox ad Oy.

Ne segue che se $z = x + iy$, si può porre

$$F(z) = \Gamma + i\Gamma_1,$$

ove $F(z)$ è una determinata funzione della z, regolare nell'area considerata.

Inoltre se c è l'affissa del punto M, è chiaro che $\log r$ è

---

(1) Cisotti, *Effetto dinamico di una corrente che fluisce tra un cilindro e una parete piana indefinita* (id., id.).

(2) Sbrana, *Effetto dinamico di un fluido che circola attorno a due cilindri ad assi paralleli* ("Rendiconti della R. Accademia dei Lincei", serie 6ª, vol. III, 1° sem. 1926).

Digitized by Google

la parte reale di $\log(z-c)$, perciò la funzione di Green G è la parte reale della funzione:

$$\log\frac{1}{z-c} - F(z),$$

e la funzione armonica ψ definita dalla (16) è il coefficente dell'immaginario della funzione

$$f(z) = i\alpha + ik\left(\log\frac{1}{z-c} - F(z)\right), \tag{24}$$

quindi se φ è la funzione armonica coniugata della ψ, cioè è il potenziale di velocità, si può porre

$$f = \varphi + i\psi.$$

D'altra parte, abbiamo già osservato (n° 6) che le componenti u, v della velocità valgono $\frac{\partial\psi}{\partial y}$, $-\frac{\partial\psi}{\partial x}$, perciò ponendo

$$w = u - iv = \frac{\partial\psi}{\partial y} + i\frac{\partial\psi}{\partial x} = \frac{\partial\varphi}{\partial x} + i\frac{\partial\psi}{\partial x},$$

la w risulta una determinata funzione di z, e si trae subito da ciò che precede la ben nota formula:

$$w = \frac{df}{dz},$$

che ci dà, in virtù della (24):

$$w = -ik\left(\frac{1}{z-c} + \frac{dF}{dz}\right), \tag{25}$$

$$w^2 = -k^2\left[\frac{1}{(z-c)^2} + \frac{2}{z-c}\frac{dF}{dz} + \left(\frac{dF}{dz}\right)^2\right]. \tag{26}$$

Ciò premesso, se diciamo R_x, R_y le componenti della risultante $\boldsymbol{R}$ delle pressioni esercitate dal fluido sulla parete rigida γ, e si pone

$$R^* = R_y + iR_x$$

(1) Cisotti, op. cit., parte 2ª, pag. 171.

Digitized by Google

si ha la formula di Blasius [1]:

$$R^* = -\frac{1}{2}\int_\Upsilon w^2\,dz; \tag{27}$$

sostituendo qui il valore (26) si ha:

$$R^* = \frac{1}{2}k^2\int_\Upsilon \frac{1}{(z-c)^2}\,dz + k^2\int_\Upsilon \frac{1}{z-c}\,\frac{dF}{dz}\,dz + \frac{1}{2}k^2\int_\Upsilon \left(\frac{dF}{dz}\right)^2 dz;$$

ora, per i noti teoremi di Cauchy, il 1° e il 3° termine del 2° membro sono nulli, mentre il 2° termine vale $k^2 \cdot 2\pi i\left(\frac{dF}{dz}\right)_c$, quindi:

$$R^* = i2\pi k^2\left(\frac{dF}{dz}\right)_c = i2\pi k^2\left(\frac{\partial\Gamma}{\partial x} + i\,\frac{\partial\Gamma_1}{\partial x}\right)_M,$$

e ricordando le (23) ne segue subito:

$$R_x = 2\pi k^2\left(\frac{\partial\Gamma}{\partial x}\right)_M, \qquad R_y = 2\pi k^2\left(\frac{\partial\Gamma}{\partial y}\right)_M,$$

che equivalgono alla prima delle (18).

Se poi diciamo M^* la componente secondo la normale al piano del moto, del momento risultante M delle pressioni, una formula del Blasius (Cisotti, op. cit.) dice che M^* è la parte reale dell'integrale

$$I = -\frac{1}{2}\int_\Upsilon w^2 z\,dz,$$

cioè, in virtù della (27), di:

$$I = -\frac{1}{2}\int_\Upsilon w^2 (z-c)\,dz + cR^*;$$

ora applicando la (26) e gli accennati teoremi di Cauchy, si deduce subito che l'integrale che qui figura vale $-2\pi i k^2$, perciò si ha:

$$I = \pi i k^2 + cR^*.$$

Digitized by Google

Se ora diciamo x', y' le coordinate di M, la parte reale di cR^* vale $x'R_y - y'R_x$, perciò si ha:

$$M^* = x'R_y - y'R_x,$$

che concorda colla (18').

Quanto alla circolazione C lungo γ, si ha:

$$C = \int_\gamma \boldsymbol{v} \times \cdot \cdot - \int_\gamma w\, dz,$$

cioè per la (25):

$$C = 2\pi k$$

e così ritroviamo la (19).

L'Accademico Segretario
ORESTE MATTIROLO

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

CLASSE
DI
SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 23 Maggio 1926

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. C. F. PARONA
VICEPRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci PEANO, GUIDI, SACCO, POCHETTINO, BOGGIO, GARELLI e REPOSSI, il quale funge da Segretario.

Scusano l'assenza il Presidente RUFFINI ed i Soci PANETTI, D'OVIDIO, NACCARI, MATTIROLO e SOMIGLIANA.

Si legge e si approva il verbale della precedente adunanza.

Il Socio POCHETTINO, a nome del Socio NACCARI, presenta per l'inserzione negli *Atti* una Nota del Dott. E. PERUCCA, avente per titolo: *Tensione superficiale e facce cristalline.*

Il Socio GARELLI ricorda che domani si celebra a Palermo il centenario del nostro Socio nazionale Stanislao CANNIZZARO e propone che l'Accademia si associ con l'invio di un telegramma, proposta che viene unanimemente accolta.

Digitized by Google

LETTURE

Tensione superficiale e facce cristalline

Nota di ELIGIO PERUCCA
presentata dal Socio naz. resid. A. Naccari

Sunto. — La teoria di Gibbs-Curie porta a valori generalmente diversi per la tensione superficiale di facce cristalline non equivalenti, in equilibrio con la soluzione satura da cui derivano; analogamente per un cristallo in equilibrio con il suo vapore saturo.

Anche dalla teoria di Born si deduce una diversa tensione superficiale su facce cristalline non equivalenti.

Ma nè le deduzioni di Gibbs e di Curie nè le deduzioni di Born si possono ritenere soddisfacenti: la particolare struttura superficiale dei cristalli, il contributo che alla tensione superficiale possono apportare gli elettroni legati degli atomi superficiali, l'esistenza di uno strato amorfo superficiale analogo a quello immaginato da Beilby anche se di spessore monomolecolare o poco più, potrebbero modificare completamente le deduzioni teoriche.

Sull'esistenza di questo ipotetico strato amorfo potrebbe ottenersi una parola decisiva da esperienze röntgenografiche col metodo di Debye e Scherrer.

È qui indicato un metodo qualitativo per tentare la risoluzione sperimentale della questione della eguaglianza o diversità della tensione superficiale su facce cristalline non equivalenti. Il metodo va applicato a facce fresche di sfaldatura, ed è stato sperimentato sull'ortoclasio. Nessuna differenza di tensione superficiale fu potuta osservare.

§ 1. **Introduzione.** — L'esistenza di una tensione superficiale alla superficie dei solidi è universalmente ammessa e si ritiene che sia dello stesso ordine di quella alla superficie dei liquidi. Ma non si conosce nessun metodo di determinazione diretta di tale tensione. La determinazione diretta sarebbe possibile, almeno in via teorica, dalla misura delle forze F producenti uguali e piccolissimi allungamenti in sbarrette di se-

Digitized by Google

zione S costante ma di perimetro P notevolmente diverso; qualora il materiale assoggettato all'esperienza avesse caratteristiche elastiche di volume perfettamente costanti e qualora la trazione fosse sufficientemente uniforme, la variazione di F al variare del perimetro P permetterebbe di ottenere la tensione superficiale del solido nelle condizioni che più si avvicinano a quelle della misura della tensione superficiale dei liquidi.

Le determinazioni indirette più attendibili della tensione superficiale dei solidi sono quelle di Hulett [1], recentemente riprese da Dundon e Mach [2].

Malgrado le incertezze che ancor dominano questo campo, da vari autori è stata anche teoricamente discussa la questione dell'eguaglianza o meno della tensione superficiale di facce cristalline non equivalenti. Le conclusioni sono state ottenute in base a considerazioni termodinamiche (Gibbs, Curie) o in base a considerazioni atomistiche (Born) e tutte si accordano nello stabilire che la tensione superficiale debba essere diversa su facce non equivalenti.

Dei cinque casi possibili (solido-sua soluzione satura; solido insolubile-liquido; solido-gas; solido-suo vapore saturo; solido-vuoto) la teoria di Gibbs-Curie tratta il primo, sebbene sia immediatamente estensibile al quarto caso che è il più notevole; la teoria di Born tratta solo l'ultimo caso, ma, a causa delle eccessive semplificazioni che introduce, essa è applicabile tal quale al quarto caso.

§ 2. **La teoria di Gibbs-Curie.** — Si immagini un cristallo in equilibrio con la soluzione satura che l'ha generato. La presenza sul cristallo di una sola specie di facce (p. es. tutte e sole facce di cubo) viene considerata come prova della diversità di tensione superficiale tra le facce esistenti e quelle non esistenti ma possibili (p. es. facce di cubo e di ottaedro nel NaCl).

Se la coesistenza è possibile, Gibbs [3] e Curie [4] giungono

---

(1) *ZS. für phys. Chem.*, *37*, 1901, p. 385.
(2) *Journ. Am. Chem. Soc.*, *45*, 1923, p. 2479.
(3) *Thermodynamische Studien*, 1892, p. 376.
(4) *Bull. Soc. Min. Franc.*, *8*, 1885, p. 145.

Digitized by Google

per vie diverse alla conclusione seguente: le superficie S_n delle varie facce cristalline e le corrispondenti tensioni superficiali σ_n devono soddisfare alla seguente condizione:

$$(1) \qquad \sum_n S_n \sigma_n = \text{minimo}$$

a volume costante del cristallo.

Questa condizione è equivalente all'altra di Wulff [5]:

$$(2) \qquad \sigma_1 : \sigma_2 : \sigma_3 : \ldots : \sigma_n = h_1 : h_2 : h_3 : \ldots : h_n ,$$

cioè la tensione superficiale σ_n è proporzionale alla distanza h_n di ciascuna faccia dal *centro* [6] del cristallo. Anche in questo caso, dunque, le tensioni superficiali di facce cristalline non equivalenti sarebbero di regola diverse.

Ma le deduzioni di Gibbs e di Curie richiedono l'ammissione di varie ipotesi discutibili per cui molti autori negano ogni valore alla (2). Basti qui citare la precisa autocritica del Curie [7], le obiezioni tanto brillanti quanto demolitrici del Friedel [8] e le considerazioni più recenti del Valeton [9]. Del resto la semplice osservazione che bene spesso si hanno cristalli del tutto in equilibrio con la soluzione satura ma con facce equivalenti disegualmente sviluppate [10], indurrebbe a concludere, in base alla (2), che a facce equivalenti possono corrispondere addirittura tensioni superficiali di un ordine di grandezza diverso!

Forse la legge (1) di Gibbs-Curie non è applicabile che a cristalli molto piccoli, le cui dimensioni sono dell'ordine di 2 μ p. es. [11], ma anche in tal caso la (1) va modificata per tener

---

[5] *ZS. für Krist., 34,* 1901, p. 512 e segg.

[6] G. Wulff, loc. cit., p. 520.

[7] Loc. cit., p. 150.

[8] *Jour. de Chim. Phys., 11,* 1913, p. 478.

[9] *Phys. ZS., 21,* 1920, p. 606.

[10] Così ad es. si osservano spessissimo cristalli di $NaClO_3$ con sole facce di cubo ma ad abito allungatissimo e che, conservati nella soluzione, non tendono a deformarsi.

[11] Freundlich, *Kapillarchemie,* 3ª ediz., 1923, p. 210; P. Ehrenfest, *An. der Phys., 48,* 1915, p. 360.

Digitized by Google

conto dell'energia non più trascurabile degli spigoli e dei vertici ([12]).

§ 3. **Il reticolato cristallino di Born.** — La teoria di Born ([13]) conduce a difficolta matematiche inestricabili qualora non se ne limiti l'applicazione a reticolati cristallini particolarmente semplici, p. es. al reticolato cubico degli alogenuri alcalini, costituito da atomioni alternativamente di alogeno e di metallo. Ciascun elemento del reticolato è a sua volta schematizzato: gli ioni alternativamente positivi e negativi sono pensati fermi e ridotti a cariche elettriche elementari puntiformi $+e$ e $-e$. Si ammette inoltre che le uniche forze agenti tra tali ioni siano la forza coulombiana $\pm \frac{e^2}{r^2}$ ($+$ per la repulsione, $-$ per l'attrazione) e, per giustificare la stabilità del sistema, una forza repulsiva anch'essa centrale e inversamente proporzionale a una opportuna potenza $(n+1)^{ma}$ della distanza r tra due ioni. Esiste allora un'energia potenziale Φ tra due ioni, data da

$$\Phi = \pm \frac{e^2}{r} + b \frac{1}{r^n}. \tag{3}$$

Infine si ammette che sugli ioni di uno strato esercitino azione sensibile solo gli ioni appartenenti ai quattro o più semplicemente ai due strati contigui; in particolare su di un ione agirebbero allora in modo sensibile solo i 26 ioni che lo circondano.

Ipotesi così energicamente semplificatrici permettono al Born e ai fisici della sua scuola di dedurre varie cose.

1) La struttura del cristallo si deve ritenere praticamente inalterata fino alla superficie cristallo-vuoto. Born giunge a questa conclusione dalla supposizione fatta che ogni strato agisca sensibilmente sui soli due strati immediatamente contigui.

2) Se mediante il lavoro W si ottiene una nuova faccia cristallina di superficie F per rottura del cristallo (sfaldatura), la relazione tra la tensione superficiale σ della nuova faccia,

---

([12]) P. Pavlow, *ZS. für phys. Chem*, *72*, 1910, p. 385.

([13]) V. p. es. l'art. di Born, in *Encycl. der Wiss.*, *5°*, *III*; parte 4ª, 1923, p. 527.

Digitized by Google

l'energia di posizione U_{12} dei due pezzi in cui il cristallo è stato rotto, e la nuova superficie $2F$ ottenuta per sfaldatura è la seguente:

$$\sigma = -\frac{U_{12}}{2F}. \tag{4}$$

Born e Stern ([14]) ammettono che si debba identificare $-U_{12}$ con W, giustificando quest'ammissione mediante la conclusione 1).

3) La resistenza alla rottura del NaCl lungo una faccia di cubo è ([15]):

$$R_{(100)} = 2{,}10^{10}\ \frac{\text{dine}}{\text{cm}^2}. \tag{5}$$

4) La tensione superficiale è deducibile numericamente, e si ha, per le facce di cubo e per i vari alogenuri:

	NaCl	NaBr	KCl	KBr	KJ	
$\sigma_{100} =$	150,2	118,7	107,5	91,6	74,9	$\frac{\text{dine}}{\text{cm}}$.

5) Nei cristalli aventi il reticolato cristallino del NaCl (doppio cubo a facce centrate) il rapporto tra la tensione superficiale σ_{100} delle facce di cubo e la tensione superficiale σ_{110} delle facce di rombododecaedro è:

$$\frac{\sigma_{110}}{\sigma_{100}} = 2{,}71. \tag{6}$$

Il calcolo per altre facce cristalline è stato fatto recentemente da Yamada ([16]).

§ 4. **Osservazioni sulla teoria di Born.** — Ma anche a questa teoria possono muoversi varie obiezioni. Intanto, per la supposta immobilità degli ioni il Born stesso deve avvertire che la sua teoria vale per cristalli allo zero assoluto. Ma ancora:

1) Si suppongono gli ioni puntiformi; al contrario le orbite degli elettroni periferici negli atomi hanno dimensioni

---

([14]) *Berl. Akad. der Wiss.*, *48*, 1919, p. 904.

([15]) F. Zwicky, *Phys. ZS.*, *24*, 1923, p. 131.

([16]) *Phys. ZS.*, *24*, 1923, p. 364; id. *25*, 1924, p. 52; *Sc. Rep. Tokio*, *13*, 1924, p. 53.

Digitized by Google

dello stesso ordine di grandezza della costante del reticolo cristallino; quindi le orbite elettroniche di atomi contigui vengon quasi a contatto e la forza agente tra due ioni non è più del tipo supposto dal Born. Recentemente Frenkel ([17]) ha appunto proposto una estensione della teoria che tien conto delle orbite elettroniche, ma non è trattato il caso della superficie del cristallo.

2) L'ipotesi che sugli ioni di uno strato agiscano sensibilmente i soli ioni di uno o al massimo di due strati contigui, equivale a ritenere che la distanza a cui sono sensibili le azioni tra ioni, corrispondente al raggio della sfera d'azione molecolare delle teorie classiche, si riduca a molto meno di 1 $m\mu$, nel caso del NaCl a 0,3 $m\mu$ (la costante del reticolo è appunto $d_{100} = 0{,}2814$ $m\mu$). Ma il raggio della sfera di azione molecolare vale 50 ÷ 30 $m\mu$ ([18]), e soltanto quella che Bouasse chiama la *modificazione oleosa dell'acqua* si può ritenere in buona parte compiuta per spessori mono- o bimolecolari di olio. A questo proposito sono notevoli le discordanze tra i vari autori: nelle esperienze di Rayleigh ([19]) un valore limite della tensione superficiale dell'acqua oleata non è ancora raggiunto con spessori di olio di ricino di 8 $m\mu$, mentre secondo Marcelin ([20]) tal valore limite è raggiunto entro il 5 % per uno spessore di soli 2,3 $m\mu$ di acido oleico. D'altra parte tutte le esperienze su lamine liquide sottilissime (Reinold e Rucker, Boys, Marangoni, ecc. ([21])) conducono concordemente alla conclusione che per spessori inferiori a due o tre decine di $m\mu$ le proprietà della lamina dipendono dallo spessore; e nelle esperienze di Marcelin basta notare che un eccesso di acido oleico si raccoglie sulla superficie contaminata in piccole lenti, per concludere che la tensione superficiale dell'acqua contaminata non è ancora la tensione dell'acido oleico in massa.

Pare dunque a me del tutto ingiustificata la tendenza di

([17]) *ZS. für Phys.*, *25*, 1924, p. 1; id. *30*, 1924, p. 50; v. però anche M. Born e H. Landé, *Verh. deut. phys. Ges.*, *20*, 1918, p. 202.

([18]) Winkelmann, *Hand. der Phys.*, *I*, 1908, p. 1192; Bouasse, *Capillarité*, 1924, p. 342; Gurvich, *Jour. Russ. Phys. Chim.*, *47*, 1915, p. 805.

([19]) *Phil. Mag.*, *48*, 1899, p. 334.

([20]) *An. de Phys.*, *4*, 1925, p. 509.

([21]) Bouasse, loc. cit., pp. 341 e segg., 422 e segg.

Digitized by Google

vari autori ([22]) di identificare il raggio della sfera di azione molecolare con i valori minimi degli spessori su ricordati, e la reazione a questa tendenza non mi sembra sufficientemente energica ([23]).

In conclusione l'ammettere che le azioni di coesione da cui dipende la tensione superficiale siano sensibili a soli 2 o 3 $m\mu$ è un'ammissione che pecca certamente per difetto.

Ammesso un tal valore della sfera d'azione per il NaCl, si deve ancor concludere che su ogni strato del reticolato cristallino agiscono sensibilmente una decina di strati e non uno solo.

3) Con ciò viene infirmata anche la supposizione di Born che il reticolato cristallino abbia una costituzione costante fino alla superficie. Si deve attribuire a questa superficie una struttura particolare; il lavoro di sfaldatura W non corrisponde più all'energia superficiale libera $2 \, . \, F \, . \, \sigma$ creata con la sfaldatura, e si deve tener conto del riassettamento superficiale quasi certamente irreversibile; insomma si deve porre ([24]):

$$W > 2 \, . \, F \, . \, \sigma. \tag{7}$$

4) Le uniche obiezioni che alla teoria di Born sono state mosse da altri autori riguardano le seguenti contraddizioni tra tal teoria e l'esperienza:

a) Mentre la resistenza alla rottura determinata sperimentalmente da Voigt e Sella ([25]) è, per le facce di cubo del NaCl, dell'ordine di

$$R'_{100} = 5{,}5 \, . \, 10^7 \, \frac{\text{dine}}{\text{cm}^2}$$

la teoria di Born giunge al valore (5) ben 400 volte maggiore del valore sperimentale.

b) Per giungere a valori della tensione superficiale del NaCl del giusto ordine di grandezza mediante la relazione

$$\sigma = \frac{W}{2F} \tag{8}$$

([22]) V. p. es. Freundlich, loc. cit., p. 423 e segg.
([23]) Freundlich, loc. cit., p. 430.
([24]) M. Polanyi, *ZS. für Phys.*, 7, 1921, p. 323.
([25]) *An. der Phys.*, *48*, 1893, p. 644.

Digitized by Google

che deriva immediatamente dalla (4) identificando W con $-U_{12}$; il lavoro di rottura W si deve ritenere ottenuto dal prodotto della forza di trazione che cresce da zero fino al valore massimo indicato dal carico rottura determinato da Voigt e Sella per un tratto l di circa 100 $m\mu$; soltanto allora infatti si ha:

$$W = R'_{100} \cdot l \cdot \frac{1}{2} = 5{,}5 \cdot 10^7 \cdot 100 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{1}{2} = \sim 300 \frac{\text{erg}}{\text{cm}^2}$$

cui corrisponde la tensione superficiale

$$\sigma = \sim 150 \frac{\text{dine}}{\text{cm}},$$

dunque $l = 100\ m\mu$, pari allo spessore di circa 400 piani reticolari, rappresenta la distanza a cui devono ancor essere sensibili le azioni tra ioni che Born suppone trascurabili alla distanza di soli due piani reticolari.

In altri termini, il buon accordo tra i valori presumibili di σ e i valori calcolati da Born e Stern ([26]) sarebbe la conseguenza di una compensazione tra due grossolani errori: nella teoria di Born si assumerebbe un raggio d'azione molecolare circa 400 volte minore del vero, e si dedurrebbe una resistenza alla rottura circa 400 volte superiore alla vera, con che la tensione superficiale, dipendente dal prodotto di quei due fattori, risulterebbe del giusto ordine di grandezza.

Per evitare questa *impasse*, il Polanyi ([27]) fa una ipotesi del tutto insostenibile: il lavoro del carico di rottura vada calcolato lungo un tratto che non è la sfera di azione molecolare, ma tutto l'allungamento prodotto nel cristallo durante la prova di rottura. Questa ipotesi non tiene conto del fatto evidente che buona parte del lavoro così calcolato si trova in energia elastica del cristallo soggetto a trazione e viene restituito alla rottura, dunque non può trovarsi in nuova energia libera superficiale;

([26]) Loc. cit., p. 908; v. anche: *Encycl. der Wiss.*, loc. cit., p. 743; si tratta di ordine di grandezza, e l'osservazione del Freundlich (*Kapillarchemie*, 3ª ed., 1923, p. 145) sulla esiguità dei valori calcolati da Born e Stern è prematura.

([27]) Loc. cit., p. 325.

Digitized by Google

d'altra parte essa porta a concludere che il carico di rottura debba essere all'incirca inversamente proporzionale alla lunghezza del provino.

Lo Zwicky, a cui è dovuto il calcolo di R_{100} in base alla teoria di Born, suppone ([28]) che una così forte differenza tra R_{100} e R'_{100} sia dovuta al movimento termico degli ioni; presume insomma che la discordanza non si avrebbe allo zero assoluto.

Sebbene non sia forte la mia convinzione nella bontà della teoria di Born, è bene avvertire che le due obiezioni precedenti non sono affatto gravi come sembrano a prima vista. Una pregiudiziale si deve intanto avanzare su tutte le conferme che la teoria generale del Born richiede a esperienze fatte sul NaCl. I cristalli di questo sale presentano la ben nota plasticità quando essi vadano sciogliendosi sott'acqua, ciò obbliga a concludere che questi cristalli hanno proprietà del tutto particolari per ciò che riguarda le forze di coesione e che probabilmente la causa essenziale della loro rigidità ordinaria risiede nella costituzione della loro superficie ([29]).

Ma si tenga presente che il carico di rottura determinato da Voigt e Sella risulta così fortemente dipendente dall'orientamento cristallografico delle facce laterali del prisma che serve per la prova di rottura da far nascere fondato il sospetto che il carico di rottura così determinato non possa servire in alcun modo a determinare il lavoro W.

Più generalmente si arriva alla stessa conclusione quando si tenga presente l'analisi dettagliata che A. A. Griffith ([30]) ha fatto del fenomeno di rottura per trazione sia nel caso di cristalli che nel caso del vetro; analogamente a quanto succede nettamente nei liquidi, il carico di rottura non rappresenterebbe che una parte minima della effettiva forza di coesione di cui il solido è capace; la rottura, iniziatasi come un taglio alla superficie laterale del provino soggetto al *carico di rottura*, si propaga nella massa del provino sotto l'azione continua di tale carico finchè la fessura non ha tagliato tutta la sezione del

---

([28]) Loc. cit., p. 136.

([29]) W. Ewald e M. Polanyi, *ZS. für Phys.*, *28*, 1924, p. 29.

([30]) *Trans. Phil. Soc. London*, *221*, 1920, p. 163; v. anche il lav. cit. di Ewald e Polanyi.

Digitized by Google

provino; il lavoro di rottura è dunque il prodotto del *carico di rottura* per uno spazio l ben superiore al raggio della sfera di azione supposta dal Born.

§ 5. **Lo strato superficiale amorfo e la teoria di Frenkel.** — È possibile risolvere il problema che discutiamo mediante induzioni indirette?

Da quanto si è detto sulle esperienze di Voigt e Sella, si comprende quanto poco probanti siano le differenze riscontrate da questi sperimentatori nei carichi di rottura corrispondenti a facce cristalline non equivalenti. Le altre proprietà fisiche che risultano all'esperienza diverse su facce cristalline non equivalenti, interessano tutte uno strato superficiale del cristallo di spessore notevole (p. es. qualche centinaio di piani reticolari nelle proprietà ottiche ([31])), se si eccettua forse l'ancor discussa differenza nelle tensioni di disidratazione di facce cristalline non equivalenti.

Un modo deciso per arrivare a concludere che la tensione superficiale è costante su tutte le facce cristalline consiste nell'ammettere sul cristallo l'esistenza di uno strato superficiale di un paio di $m\mu$ a struttura amorfa nel senso che non risente dell'orientazione cristallografica della faccia sottostante. Una tale ipotesi è ammissibile?

Essa è stata proposta già da tempo e a lungo sostenuta da Beilby ([32]), e non mancano autori che anche recentemente l'appoggiano. Così F. G. Donnan ([33]) trova un appoggio alla teoria di Beilby in recenti esperienze di R. C. Ray ([34]): il quarzo pestato per 15 ore dà un calore di reazione con l'acido fluoridrico, superiore al valore normale, tale da indurre il Donnan alla conclusione che il 30 % di esso si è trasformato in fase vetrosa. Ma l'ipotesi di Beilby è attaccata vivacemente ([35]), in

---

([31]) V. p. es. Winkelmann, *Hand. der Phys., VI*, 1906, p. 1275.

([32]) L'opera ventennale del Beilby è stata da lui raccolta nella monografia: G. Beilby, *Aggregation and flow of solids*, McMillan, 1921.

([33]) *Nat., 112*, 1923, p. 908.

([34]) *Proc. Roy. Soc. Lond, 102*, 1923, p. 640.

([35]) C. Benedicks, *Rev. de Mét., 19*, 1922, p. 505; G. Sirovich, *Atti Soc. It. Progr. Sc.*, 1925.

Digitized by Google

particolare per quanto riguarda la forte durezza che il Beilby attribuisce allo strato amorfo; però le critiche maggiori presuppongono per questo strato uno spessore notevole, superiore al micron, mentre che tale spessore viene apprezzato dai vari fisici in valori che variano da 8λ a $\frac{1}{10}\lambda$ ([36]). Al nostro scopo basterebbe uno strato amorfo avente lo spessore di forse $\frac{1}{200}\lambda$, cioè di qualche $m\mu$.

A mio parere l'ipotesi di Beilby può essere sottoposta a controllo diretto nel seguente modo. I röntgenogrammi ottenuti col metodo di Debye e Scherrer sono costituiti da uno spettro di righe la cui semilarghezza B (larghezza tra i punti ove l'intensità della radiazione è la metà dell'intensità massima) dipende dal lato Λ dei cristallini, supposti cubici, che costituiscono il cilindretto in esame ([37]):

$$B = 2\sqrt{\frac{ln\,2}{\pi}} \cdot \frac{\lambda}{\Lambda} \cdot \frac{1}{\cos\frac{\vartheta}{2}} + b \tag{9}$$

dove λ è la lunghezza d'onda usata, ϑ l'angolo di riflessione della riga, b una costante dipendente dal diametro del cilindretto microcristallino in esame; già per $\Lambda = 100\ m\mu$ lo slargamento delle righe è osservabile ([38]).

Per Λ deve intendersi il lato del cubetto effettivamente cristallino, quindi, se esiste uno strato amorfo, la dimensione effettiva del microcristallo deve essere superiore.

Le sole esperienze fatte sono quelle di Scherrer ([39]) sui granuli dei metalli allo stato colloidale, ma la scarsità delle misure effettuate e la difficoltà d'interpretarle quando si tenga conto che i granuli non possono ritenersi proprio cubici come presuppone la (9), non permettono alcuna conclusione sicura:

([36]) L. Bruninghaus, *Rev. Sc.*, *60*, 1922, p. 373; λ è la lunghezza d'onda media dello spettro visibile.

([37]) Zsigmondy, *Kolloidchemie*, 4ª ed., 1922, Beitr. di P. Scherrer, pp. 394 e 404.

([38]) L. Seljakow (*ZS. für Phys.*, *31*, 1925, p. 439) propone una formula un po' diversa, ma entro il 2 % le due formule coincidono.

([39]) Loc. cit., pp. 404, 406.

Digitized by Google

per l'oro colloidale di Heyden, Scherrer trova $\Lambda = 8{,}62\ m\mu$, mentre il valore dato dal preparatore era $10\ m\mu$; ma per l'oro colloidale di Zsigmondy, Scherrer trova $\Lambda = 1{,}86\ m\mu$, mentre dalla pressione osmotica risultava $1{,}6\ m\mu$; per quest'ultimo caso la bontà del risultato è posta in dubbio dallo stesso Scherrer.

Un'ipotesi del tutto analoga a quella di Beilby e che porterebbe anch'essa a concludere per l'uguaglianza di tensione superficiale sulle varie facce cristalline è quella proposta dal Volmer [40] per interpretare i fenomeni osservati durante la formazione di cristalli di mercurio per sublimazione, e recentemente appoggiata da Volmer e Adhikari [41] con nuovi argomenti: lo strato esterno di molecole di mercurio depostesi sul cristallo non vi si fissa senz'altro secondo il reticolato cristallino, ma resta mobile, come liquido, e sol quando per l'avvento di nuove molecole di mercurio esso risulta troppo abbondante, un nuovo piano reticolare viene bruscamente a formarsi.

Infine il contributo che alla tensione superficiale può venire apportato dagli elettroni periferici degli atomi superficiali, non può venir trascurato nemmeno in prima approssimazione dopo il brillante risultato ottenuto dal Frenkel [42]. Questo autore riesce a dar ragione quantitativamente della tensione superficiale del mercurio identificando l'energia libera superficiale con l'energia del doppio strato elettrico creato dagli elettroni periferici legati agli atomi superficiali del mercurio; per gli altri corpi, in particolare per il platino, la teoria dà risultati più che soddisfacenti, tanto che il Frenkel conclude: " non vi è posto nella tensione superficiale per le forze coesive delle teorie classiche di Laplace e di Gauss; queste forze non hanno diretta influenza sulla tensione superficiale „ [43].

Quanto sia rivoluzionaria la teoria di Frenkel si può dedurre dai seguenti fatti:

non occorre più postulare l'esistenza di una forza repulsiva tra gli atomi (o molecole) per giustificare la stabilità dell'edifizio molecolare di un liquido o di un solido;

---

[40] *ZS. für Phys. Chem.*, *102*, 1922, p. 267.
[41] *ZS. für Phys.*, *35*, 1925, p. 170.
[42] *Phil. Mag.*, *33*, 1917, p. 311.
[43] Loc. cit., pp. 311, 320.

Digitized by Google

un corpo trovasi soggetto a una continua ed energica trazione uniforme per effetto della forza centrifuga degli elettroni del doppio strato, e non a una compressione fortissima come ritengono le teorie classiche;

l'energia superficiale è concentrata in uno strato di spessore minimo, circa il raggio dell'atomo; ma il raggio della sfera di azione molecolare (la vera forza di coesione, sempre attrattiva) può avere il grande valore che le teorie classiche gli attribuiscono.

Le considerazioni di Frenkel si riferiscono esclusivamente a corpi amorfi.

L'esistenza di un doppio strato elettrico di tutt'altra origine alla superficie di un cristallo è stata dedotta da Madelung (44) mediante considerazioni sulla teoria di Born. Pur supponendo che su di uno strato sia sensibile l'azione dei soli due strati contigui, Madelung deduce che gli ioni dello strato superficiale del cristallo cubico eteropolare non sono più complanari, ma quelli di una specie sono spostati normalmente alla superficie del cristallo di un tratto che tende a zero esponenzialmente man mano che si procede verso l'interno del cristallo; sol come caso estremamente particolare ed improbabile tale spostamento è nullo. Tale incomplanarità degli ioni di specie diversa produce un doppio strato elettrico alla superficie del cristallo.

Da alcune prove del Madelung si deve concludere che se questo doppio strato esiste esso deve essere di egual potenza su tutte le facce. La stessa prova sperimentale, alla stregua della teoria di Frenkel, induce nel modo più naturale a concludere che la tensione superficiale sia la stessa su tutte le facce di un cristallo.

§ 6. **Un tentativo sperimentale.** -- In conclusione, le deduzioni teoriche sono tutte così incerte e discutibili da non permettere alcuna risposta sicura per il problema che ci siamo proposti.

La soluzione può venir chiesta all'esperienza?

Due difficoltà si oppongono all'esecuzione di questa: 1) la già nota difficoltà di determinare la tensione superficiale di un

(44) *Phys. ZS.*, *20*, 1919, p. 496.

Digitized by Google

solido; 2) l'alterazione della tensione superficiale delle facce cristalline all'aria.

Questa seconda difficoltà si può sormontare facendo esperienze su facce fresche di sfaldatura; a parte l'immediato eventuale riassettamento molecolare che avviene alla superficie del cristallo al momento della sfaldatura, è certo che le superficie fresche così ottenute si mantengono sufficientemente incontaminate all'aria per vari minuti.

Anche la prima difficoltà si può sormontare quando, come nel caso che ci interessa, ci si limiti a voler stabilire solo differenze di tensione superficiale. E infatti una goccia G di mercurio (fig. 1), appena formata da uno stalagmometro S, venga

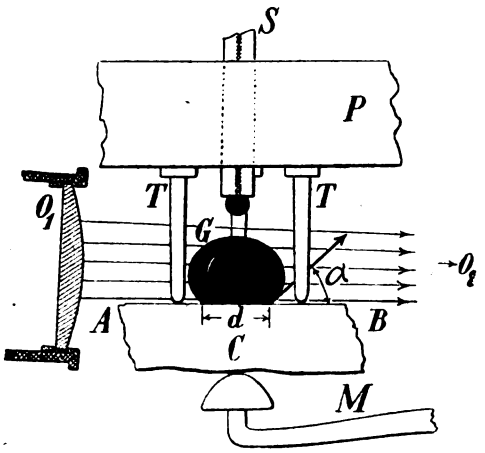


Fig. 1.

poggiata su di una faccia cristallina fresca di sfaldatura AB. L'angolo di contatto α, quindi il diametro d, dipende dalla tensione superficiale del solido; così, ad es., per la goccia molto larga si ha per l'equilibrio:

$$\sigma_{sl} = \sigma_{sg} + \sigma_{lg} \cdot \cos\alpha \tag{10}$$

ove σ_{sl} è la tensione superficiale alla superficie solido-liquido, e analogamente σ_{sg} e σ_{lg} sono le altre due tensioni.

Dunque

$$\sigma_{sl} - \sigma_{sg} = \sigma_{lg} \cdot \cos\alpha = \text{quantità nota.} \tag{11}$$

Digitized by Google

Restano due incognite: σ_{sl} e σ_{sg}; ma se, al mutare della faccia cristallina, si osserva una variazione di α quindi di d, è del tutto inverosimile che ciò sia dovuto solo a σ_{sl}, e σ_{sg} sia rimasto invariato; e viceversa, se α non muta, è più che mai inverosimile che σ_{sl} e σ_{sg} siano variati ambidue in modo da soddisfare alla

(12) $$\sigma_{sl} - \sigma_{sg} = \text{cost.}$$

Se dunque gocce eguali di mercurio, poggiate su facce non equivalenti fresche, dànno luogo a ugual valore di α, quindi di d, è estremamente probabile che nessuna differenza esista nelle tensioni superficiali di tali facce.

Il dispositivo era completato con un treppiede T e una molla M il cui estremo fisso, non indicato in figura, era rigidamente unito alla parte P.

Così in pochi secondi, ottenuta la faccia di sfaldatura, portatala con l'aiuto di M nella posizione costante AB, caduta la goccia da S, se ne fotografava il profilo con l'aiuto del condensatore O_1 e dell'obbiettivo O_2. Il profilo della goccia così ottenuto era circa 12 volte più grande del vero; sulla fotografia appariva anche l'immagine della goccia riflessa dalla faccia AB, ciò che facilitava la misura di d.

La sensibilità di questo dispositivo è sufficiente allo scopo che ci si prefigge? Non è possibile dare risposta precisa a questo quesito; può sol dirsi: 1) in condizioni identiche il valore di d è riproducibile entro il 5 % circa; 2) sono chiaramente visibili (fig. 2) le differenze dei valori di d ottenuti con vetro pulito di fresco (1)), o lasciato all'aria qualche giorno (2)), o lievemente paraffinato (3)); con una faccia di gesso vecchia perchè lasciata all'aria alcuni giorni (4)), o fresca di sfaldatura (5)); con una faccia di ortoclasio vecchia di qualche giorno (6)), o fresca di sfaldatura (7)), sono ben visibili le differenze tra vetro, gesso, ortoclasio freschi. Due specchi di acciaio di qualità diversa, puliti allo stesso modo, hanno dato valori di d fortemente diversi. Del tutto caratteristico è poi il profilo della goccia poggiata su vetro affumicato (8)) anche in modo impercettibile per un rapido passaggio sulla fiamma luminosa di un becco Bunsen; l'ultimo cliché (9)) si riferisce allo stesso vetro liberato dal nerofumo mediante la fiamma ossidante.

Digitized by Google

Ritengo quindi che il dispositivo sia sufficiente a scoprire differenze di tensione superficiale dell'ordine di quelle che la teoria di Born dedurrebbe per le facce (100) e (110) del NaCl.

Disgraziatamente il salgemma non si sfalda bene che lungo facce di cubo; analoga difficoltà presentano gli altri cristalli a cui è direttamente applicabile la teoria di Born, e io ho dovuto

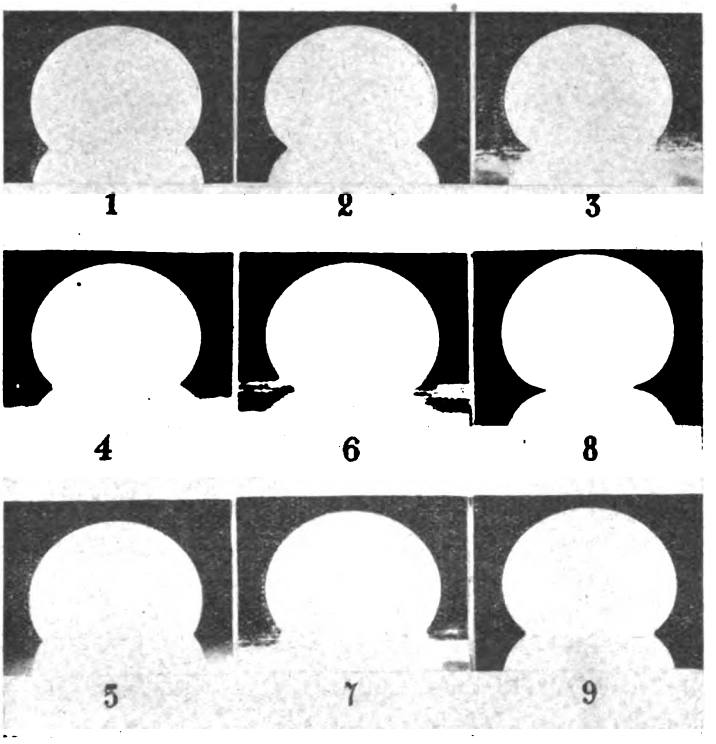


Fig. 2.

limitarmi a esperienze su facce (001) e (010) di ortoclasio di Baveno, che si ottengono facilmente per sfaldatura nelle dimensioni necessarie (circa 6 × 6 mm.). (La sfaldatura è notevolmente più facile per la faccia (001)).

Nessuna sensibile differenza potè essere notata. Nè, sia pel gesso che per l'ortoclasio, risultarono diversi i valori di d misurati in vari azimut su di una stessa goccia, cioè la superficie di contatto tra goccia e gesso (od ortoclasio) è un cerchio. Una

Digitized by Google

goccia d'acqua poggiata su di una superficie fresca di gesso o di ortoclasio vi si spande, spesso irregolarmente, ma non in modo da poterne dedurre un'anisotropia nell'adesione tra acqua e superficie cristallina.

Queste esperienze, la cui portata è necessariamente limitata dalla mancanza di cristalli ben sfaldabili lungo facce cristalline non equivalenti, e dalla sensibilità certo non fortissima del metodo dovuto impiegare, avrebbero dovuto essere accompagnate da esperienze sulle proprietà voltaiche di tali superficie.

A quanto mi consta, si ha soltanto un lavoro di Szivessy ([45]) sulle proprietà voltaiche, per rispetto a un elettrolito, di facce cristalline non equivalenti e ottenute non per sfaldatura, ma per pulimento.

Specialmente in seguito agli elementi recentemente raccolti sulla relazione tra effetto Volta e tensione superficiale ([46]) sarebbe stato interessante decidere sull'equivalenza o meno delle diverse facce cristalline rispetto all'effetto Volta. Anche in questo caso, dovendosi lavorare su facce fresche di sfaldatura, le esperienze non si presentano facilmente eseguibili per la difficoltà di procurarsi i cristalli sfaldabili, ma in compenso la sensibilità nella misura dell'effetto Volta è ben superiore a quella potuta raggiungere nelle esperienze su esposte.

Mi son deciso a render note quest'ultime perchè le condizioni del mio Laboratorio non mi hanno finora permesso, nè prevedo quando mi concederanno, di poter acquistare gli apparecchi necessari per le misure voltaiche.

Laboratorio di Fisica sperimentale della R. Scuola d'Ingegneria.
Torino, maggio 1926.

([45]) *An. der Phys.*, *36*, 1911, p. 183.
([46]) E. Perucca, *Atti Ac. Sc. Tor.*, *57*, 1922, p. 81.

L'Accademico Segretario
Oreste Mattirolo

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

CLASSE
DI
SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 13 Giugno 1926

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE FRANCESCO RUFFINI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: GRASSI, PANETTI, PONZIO, POCHETTINO, GARELLI, REPOSSI e il Segretario MATTIROLO.

Scusano l'assenza i Soci PARONA, SACCO, BOGGIO, MAJORANA, GUIDI, D'OVIDIO e NACCARI.

Il Segretario legge il verbale dell'adunanza precedente, che risulta approvato senza osservazioni.

Il Segretario, nel nome del Socio Senatore PATERNÒ, presenta una sua pubblicazione, che illustra: *La Società italiana delle Scienze detta dei XL, nel suo passato e nel suo avvenire.*

Nel nome del Socio Vice Presidente PARONA, una sua Nota che ha per titolo: *Fauna a rudiste, ed una sua nuova forma, di Villa Vallelonga in Abruzzo.*

A nome del Socio SACCO una sua Nota dal titolo: *Osservazioni geo-speleologiche in Val di Pesio* nella quale, dopo alcune osservazioni sulla costituzione geologica della Valle del Pesio, descrive due caverne: una a circa 1900 m. s. l. d. m., lunga 140 m., oramai asciutta; l'altra situata a 1348 m., lunga 183 m., dalla quale esce il Torr. Pesio, per cui la si può percorrere solo

Digitized by Google

di estate quando vi è la *magra*, e nella caverna rimangono solo più tre laghetti traghettabili su zattere.

Il Socio Repossi presenta per la inserzione negli *Atti* una Nota del Prof. Massimo Fenoglio sulla *Pirargirite e Proustite del Sarrabus in Sardegna*, e ne discorre brevemente.

Il Socio Ponzio una Nota dei Dott. G. Semeria e B. Bocca relativa all'applicazione di un nuovo metodo di analisi, la quale porta il titolo: *Ricerche sulle diossime.*

Tutte le Note presentate sono accolte per la pubblicazione negli *Atti*.

Digitized by Google

LETTURE

Fauna a rudiste, ed una sua nuova forma, di Villa Vallelonga in Abruzzo

Nota del Socio naz. resid. C. F. PARONA

A sud del Fucino, presso Villa Vallelonga, nella valle che dal bacino del Lago sale da nord a sud, al passo per Pescasseroli e valle del Sangro, il Cretacico superiore assume uno sviluppo notevole sulle pendici di Serra Lunga e Selve piane, e cioè nella dorsale che separa la Vallelonga dalla valle superiore del Liri, che con decorso parallelo, ma in senso inverso, scende da nord a sud. Siamo dunque sul margine occidentale del Parco Nazionale dell'Abruzzo.

Sono calcari grigio-cinerei, compatti, marnosi con numerose rudiste. Dalle ricerche dell'amico ing. C. Crema del R. Ufficio Geologico, che attende al rilevamento geologico dell'Abruzzo, risulta che le località fossilifere sono numerose (Villa Vallelonga, Selva Bella, Val Ciafasse, Coppo dell'Orso, Sopra Selve Piane, Vallone Martino, Fonte dei Buoi, Valle Fossato, ecc.), con uniformità di fauna e costanza dei caratteri litologici.

I calcari contengono rare spicule silicee di spugne, rare foraminifere (poche forme di miliolidi, rotalie, globigerine) e, coll'esame di molti campioni del calcare, mi occorse di trovare una sola orbitolina. Di molluschi non ci sono che numerosissime rudiste, tutte radiolitidi: gli esemplari, completi e più frequentemente incompleti, da me esaminati sono oltre 150: pochissimi quelli ben conservati e sono per lo più sciupati da deformazioni e fratture, che rendono difficile il riconoscimento delle specie, Quelle note, finora riconosciute, sono le seguenti:

Radiolites radiosus d'Orb. — *Radiolites Trigeri* Coq. — *Sauvagesia Sharpei* (Bayle) — *Durania cornupastoris* (Desm.) — *Durania Arnaudi* Choff. — *Durania Martellii* Par.

Digitized by Google

Quest'ultima *Durania* fu da me descritta fra le rudiste senoniane di Ruda (Lissa), e può essere indizio della presenza di assise senoniane sul Turoniano così tipicamente rappresentato dal gruppo delle altre rudiste. Non escludo peraltro che la comparsa della *Durania Martellii* dati dal Turoniano. Come è noto, il Turoniano ha largo e potente sviluppo in Abruzzo e si presenta fossilifero anche nei Monti d'Ocre, in ricopertura del Cenomaniano, che contiene la ricchissima, complessa fauna ormai ben conosciuta: ma in nessun punto finora il Turoniano fu trovato così ricco di rudiste come nei dintorni di Vallelonga (1).

La collezione, arricchita con nuove ricerche di esemplari in miglior stato di conservazione, compresi quelli di altre forme, che non posso ora comprendere nell'elenco perchè troppo imperfetti sono i loro resti, potrà essere utilmente descritta ed illustrata. Per ora lo scopo di questa Nota è limitato alla descrizione di una specie di *Durania*, perchè nuova ed offre qualche interessante particolarità di forma e di struttura; essa è nel tempo stesso l'espressione del desiderio di contribuire in qualche modo allo studio del meraviglioso Parco Nazionale dell'Abruzzo e di tener desta l'attenzione dei nostri giovani naturalisti sulle sue bellezze e ricchezze naturali.

***

Durania aprutina n. f.

Valva superiore mal conservata e fratturata, opercoliforme, ondulata al margine, depressa (forse schiacciata) entro il lembo d'apertura della valva inferiore (fig. 1, *a*).

Valva inferiore (fig. 1, *b*, *c*) allungata, cilindroide, con superficie del guscio liscia, a linee di accrescimento appena visibili; arrotondata sul fianco cardinale, con una sola costa longitudinale bassa, ma acuta, sul fianco sinistro e tracce di cordoni

(1) Il compianto M. Cassetti, nella Nota del 1904 (*Da Avezzano a Sulmona e alla Majella*, " Boll. R. Com. Geol. „), accenna alla " importante formazione cretacea che separa la vallata di Scanno da quella del Giovenco e questa dall'ampia valle di Villa Vallelonga „, ma, come verificai anche nelle sue Note precedenti, senza dare notizie particolareggiate.

Digitized by Google

sottili pure longitudinali. Fianco sifonale largo, appiattito: esso è nettamente delimitato da due rilievi alti sul fianco a guisa di pilastri esterni o pseudo-pilastri, e sporgenti, a sezione subquadrata, sul margine dell'apertura; portano le fascie dei seni, ornate da costelline longitudinali evidenti, uniformi. Il pilastro del seno *E* (apertura d'ingresso) è più robusto e porta otto costelline all'estremità superiore; il pilastro del seno *S* (apertura anale d'uscita della corrente d'acqua alimentare) è meno largo

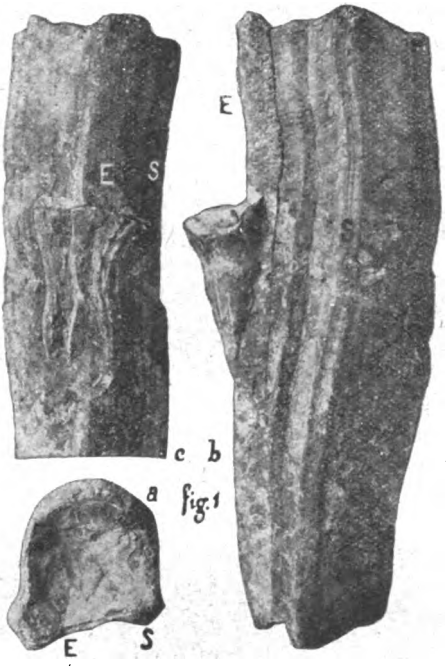


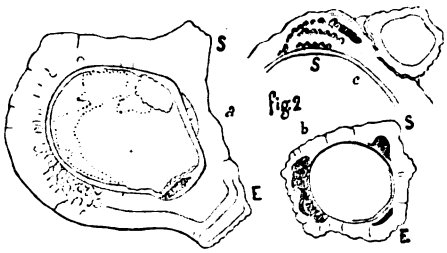
fig. 1

e robusto, e sono cinque le sue costelline all'estremità superiore. La zona interposta (interfascia) è appiattita e porta longitudinalmente nel mezzo una costa stretta ed ottusa. A metà della valva tre piccole valve inferiori, presumibilmente della stessa specie, sono attaccate con un fianco al pilastro anteriore.

Lunghezza della valva, spezzata alla base, 12 cent. (completa doveva misurare all'incirca 14 cent.); sua apertura, dall'avanti all'indietro, cent. 3; larghezza della regione sifonale cent. 3 (fig. 1, $^2/_3$).

Digitized by Google

Riguardo ai caratteri interni, nulla di preciso posso riferire sull'apparato cardinale, che nella sezione poco sotto il margine dell'apertura si presenta imperfettamente ed inegualmente conservato; la traccia punteggiata nel disegno (fig. 2, *a*) dimostra soltanto che esso non differisce essenzialmente dal tipo del genere. Nella sezione sono evidenti invece le sinuosità della cavità viscerale extroverse in corrispondenza dei pseudo-pilastri dei due seni, segnatamente quello verso *E.* La struttura cellulare è limitatamente conservata, ma quanto basta per assicurare che è quella propria dei generi *Sauvagesia* e *Durania*, e nel caso nostro del secondo, al quale appartiene la forma descritta, mancando essa della cresta legamentare.



La suesposta descrizione si riferisce all'esemplare che più chiaramente presenta i caratteri distintivi della specie, quelli cioè che contraddistinguono la regione sifonale, ma che non può dirsi tipo della specie, in quanto che ha in difetto altro carattere meno importante. La valva inferiore, che in questo esemplare è pressochè liscia, negli altri è regolarmente costulata; in altre parole, le filettature longitudinali dell'esemplare descritto sono invece, in generale, delle coste; più rare e più grosse sull'interfascia, più numerose, più fine, liscie sul resto dei fianchi, e a larghi intervalli intersecate da sporgenze di accrescimento, per le quali ogni zona della valva sembra invasata nella precedente.

Le deformazioni per compressioni e le mutilazioni così frequenti ostacolano il pronto riconoscimento delle valve della *D. aprutina*, e la compressione interessa particolarmente la zona dell'interfascia meno resistente, spesso ridotta a solco profondo (fig. 3, $^2/_3$).

Digitized by Google

Le valve inferiori presentano il caso, non comune, di portare aderenti piccoli esemplari di altri radiolitidi, taluni sicuramente riconoscibili come appartenenti a questa stessa specie; essi provano che la valva inferiore, imbutiforme nello stadio giovanile, tende poi a svilupparsi cilindroide, esile, tortuosa.

Al confronto colle forme congeneri, la *D. aprutina* presenta le maggiori affinità con le *D. cornupastoris* e *D. Arnaudi* nelle varietà allungate, cilindroidi, in particolar modo colla prima: ma il carattere, sempre più o meno accentuato, dei seni a pilastri esterni sporgenti, costituisce una differenza troppo notevole perchè la *D. aprutina* possa essere considerata come forma aberrante della diffusa specie del Des Moulins, che, come risulta dall'elenco, insieme colla specie di Choffat, fa parte, con forme normali, della fauna di Villa Vallelonga.

La valva inferiore di questa nuova forma di *Durania* ha inoltre richiamato la mia attenzione per una interessante particolarità strutturale del guscio, ben manifesta nello stadio giovanile e che va riducendosi o scomparendo in seguito. I due pseudo-pilastri dei seni (fig. 2, *b*) sono percorsi, ciascuno, da un canale, più ampio (nella sezione da me osservata) quello del pilastro *S*, con tendenza ad obliterarsi collo sviluppo della valva o a suddividersi in lacune (fig. 2, *c*). Una struttura largamente lacunosa si nota (fig. 2, *b*) ancora sul fianco cardinale, da non scambiarsi colla caratteristica struttura cellulare del guscio; e queste lacune, come quelle dei pseudo-pilastri, delimitate da sottili pareti di tessuto compatto, scompaiono pure nello sviluppo della valva.

Digitized by Google

H. Douvillé (1), illustrando la struttura dei pseudo-pilastri del gen. *Lapeirousia*, negl'individui giovani, coll'area trapezoidale e la lacuna, osserva come quest'ultima vada rapidamente riempiendosi, e rileva che questo stesso genere ha fascie sifonali e struttura francamente reticolata come nel gen. *Durania*, trovando in ciò argomento per ammettere rapporti di parentela fra i due generi e di derivazione del primo dal secondo. Ora, la particolarità di struttura da me osservata nella forma giovanile della *D. aprutina* si presta a convalidare l'interpretazione del Douvillé. Così canali e lacune rilevate nel fianco cardinale della stessa nostra forma giovanile ricordano la struttura a canali caratteristica nel guscio del gen. *Radiolitella* Douv. (2). Ricorderò infine come l'esistenza di pseudo-pilastri canaliculati fu da me riscontrata anche in una ben distinta specie del gen. *Radiolites* (*R. Zignoana* Pir.) (3). Questi caratteri indubbiamente hanno valore diagnostico per le specie che ne sono provviste; ma hanno inoltre significato più esteso in quanto possono, nello studio delle modalità funzionali dei seni, portare nuovi elementi per chiarirle.

---

(1) H. Douvillé, *Études sur les Rudistes*, "Mém. Soc. Géol. France „ Paléont., XVIII, 1910, pag. 25, figg. 25-29.

(2) H. Douvillé, *Sur quelq. rud. à canaux*, "Bull. Soc. Géol. France „ IV, 1904, pag. 519, tav. XIV.

(3) C. F. Parona, *Osserv. sopra alc. spec. della fauna a rud. del Colle di Medea (Friuli)*, "Atti R. Acc. Sc. Torino „ LIX, 1924, pag. 146, figg. 1, 2.

Digitized by Google

Osservazioni geo-speleologiche in Val di Pesio

Nota del Socio naz. resid. FEDERICO SACCO

La Valle del Pesio (Prov. di Cuneo) presenta nella sua parte alta alcune caverne assai interessanti per la loro origine ed il loro modo di svilupparsi, in stretta relazione colla costituzione geologica della Valle.

La serie dei terreni costituenti la Val Pesio si inizia con una potentissima formazione di schisti metamorfici, felspatici e sericitici grigio-verdastri, complessivamente indicabili come *Besimauditi*, che rappresentano il Paleozoico superiore (*Permiano*) e sviluppansi estesissimamente nella parte inferiore della Valle alpina. Succedono, in generale gradatamente, schisti e banchi quarzosi, del *Trias* inferiore, biancastri, talora un po' rosei o rossigni (già creduti Porfido), talora anagenitici, spesso ancora coi ciottoli quarzosi ben visibili.

Poi si sviluppa, specialmente nella parte alta della Val Pesio, tutta la serie calcarea del Mesozoico, cioè: calcari grigio-giallastri, più o meno dolomitici, in strati o banchi, qua e là con intercalazioni di schisti calcareo-marnosi, costituenti il *Trias medio* e *superiore*; poi calcari grigi, più o meno scuri, spesso molto venati e cariati, del *Giura-Lias*; quindi ancora altri calcari grigiastri, stratificati o schistosi, del *Cretaceo*; infine, più o meno trasgressivamente, schisti argilloso-calcarei, un po' brunastri, spesso contorti, dell'*Eocene*.

L'esame dell'andamento tettonico di queste formazioni mostra che esse risultano da un intenso e grandioso corrugamento diretto ad un dipresso da O. N. O. ad E. S. E., per cui risalendo la Val Pesio si tagliano quasi ortogonalmente tali rughe gigantesche, cioè: dapprima nella regione della giustamente detta

Digitized by Google

Chiusa, una vera caratteristica chiusa collinosa costituita essenzialmente dalle formazioni quarzitiche inclinate a sud circa; poi, dalla Chiusa ad oltre il Pian delle Gure, la multipla ripiegatura ad anticlinali degli schisti besimauditici fra cui giace, sia la tipica sinclinale quarzitica di Costa Combassa-Rocca Luchin (a strati subverticali), sia, più a sud, la sinclinale quasi completa (cioè includente l'intiera serie mesozoica) di Punta Particulera-Mirauda.

Però quest'ultima sinclinale di Mirauda urtando verso ovest contro la complessa anticlinale paleozoica del Gruppo della Besimauda, a cui si appoggia trasgressivamente, viene deviata e va a collegarsi verso sud, quasi in dolce sinclinale ondulata ed un po' irregolare, colla potente serie mesozoica calcarea (perfino con qualche placca eocenica, alla Bassa del Carbone e Colla Piana) costituente l'alta Val Pesio coi principali Gruppi della Fascia e del Marguareis.

L'ultima anticlinale dell'alta Val Pesio mostrasi con una bella cupola a banchi quarzitici, nell'alta valletta d'Arpi sotto i colli Prel-Duca, sviluppandosi poi ampiamente in Val Marguareis sino a costituire i caratteristici Rastelli di Marguareis con potenti tipici banchi anagenitici biancastri o rossicci inclinati a sud o sud-ovest.

Per chiudere lo schema geologico, ricordo le formazioni moreniche che, coi loro grandi massi abbondanti ancora nei dintorni della Certosa, ci indicano che fin là giunse il Ghiacciaio del Pesio nell'epoca glaciale. Ma risalendo la Valle si incontrano frequenti depositi morenici, così: al Piano delle Gurre, con enormi blocchi; nella media Val Serpentera, originando la Fontana del Mentras; nella bassa Val Serpentera dove il potente ed esteso morenico sbarra, originandolo, il bel pianoro del Gias (Pian) del Creuse.

In Val di Sestrera notansi gli elevati accumuli morenici di Gias della Costa, di Gias soprano di Sestrera e due successivi, arcuati, sotto la Porta Sestrera. In Valle del Salto, il deposito (a prevalenti elementi quarzitici) del Gias sottano di Sestrera, e gli archi morenici (specialmente di calcare) sotto il Gias Col del Prel; nel sovrastante Vallone di Marguareis, sia i diversi, irregolari e successivi archi morenici tra i Rastelli ed il gruppo Marguareis, sia i bellissimi cordoni morenici (ellittici o solo

Digitized by Google

arcati) alle falde settentrionali dell'erta ed alta costiera calcarea di Scarason-Marguareis, nonchè sotto il Colle del Prel.

Nell'alta Valle del Pesio (*str. s.*) diversi successivi archi morenici incontrasi salendo da Gias d'Arpi su su sin sotto il Colle del Prel.

Ricordo infine che roccie tipicamente levigate e striate dagli antichi Ghiacciai veggonsi in varî punti, così sotto il Gias Fontana (alta Val Pesio), in fondo Val del Salto, mezzo chilometro sotto Gias sottano di Sestrera, ecc., specialmente sui più compatti banchi besimauditici.

***

Premesse queste necessarie considerazioni geologiche generali sulla Val Pesio, accenniamo a qualche sua caverna.

Naturalmente le cavernosità si riscontrano solo, ma assai numerose, nei calcari, di qualunque età; in gran parte appaiono solo superficiali, ma alcune si addentrano anche assai notevolmente. L'origine loro risulta, in complesso, assai chiara; cioè le precipitazioni atmosferiche, particolarmente copiose durante l'epoca quaternaria, diluvio-glaciale, passando abbastanza facilmente attraverso le formazioni calcaree, cariandole, dissolvendole e utilizzandone le fratture, talora assai notevoli, costituirono una complicata e grandiosa rete idrografica sotterranea, basantesi localmente su banchi compatti oppure su strati marnosi tratto tratto alternantisi coi banchi calcarei, specialmente del Trias, e complessivamente sopra le impermeabili formazioni fondamentali, quarzitiche e besimauditiche.

Notisi che la disposizione parzialmente a dolce sinclinale stratigrafica, ma specialmente la grande corrosione a cavità, doline, vallette senza uscita, ecc. delle formazioni calcaree dell'alta Val Pesio (tipo le caratteristiche Carsene a cento imbuti), favoriscono nel modo migliore la penetrazione della maggior parte delle acque superficiali in tale grande massa calcarea mesozoica; acque che, dopo una svariata percolazione, utilizzando l'andamento stratigrafico e le fratture, vanno poi a radunarsi verso il basso della serie calcarea, originando, dove le condizioni concorrono, sorgenti acquee più o meno importanti.

Durante la prima metà dell'Era quaternaria, quando cioè

Digitized by Google

le precipitazioni atmosferiche erano straordinariamente più abbondanti che non ora, tale rete idrologica sotterranea era naturalmente molto più acquifera ed il suo livello doveva quindi innalzarsi assai più che non oggi e originare perciò sorgenti non solo più copiose ma anche più in alto che non si verifichi ora. È solo in seguito che detto regime idrico sotterraneo e quindi anche esterno, andò impoverendosi, lasciando all'asciutto numerose cavernosità e cunicoli, specialmente verso l'alto; però con variazioni stagionali assai interessanti che ci fanno talora assistere, direi, al verificarsi odierno del fenomeno accennato.

Credo perciò opportuno esaminare due casi speleologici che sono più chiaramente illustrativi di detto fenomeno.

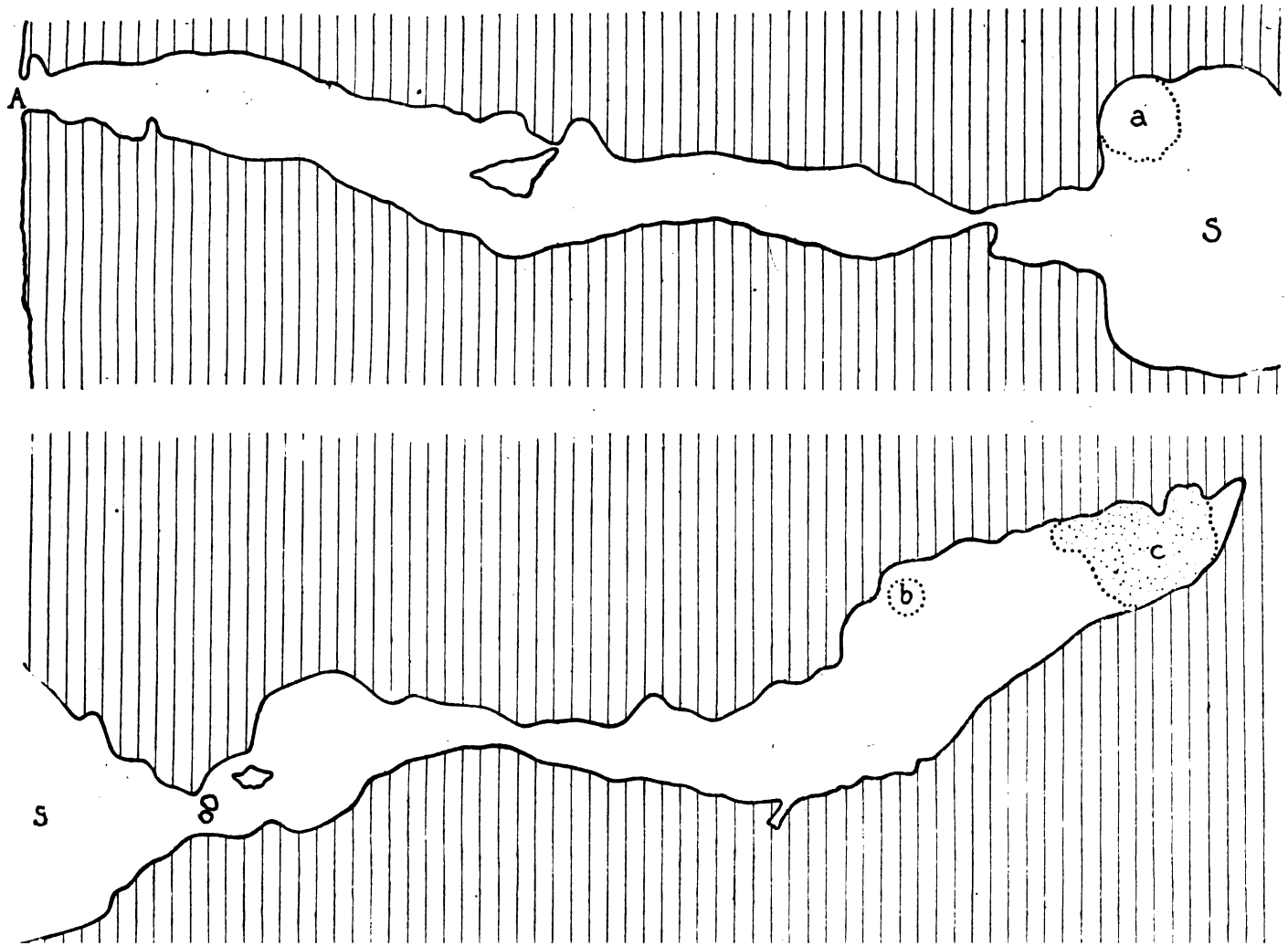
***

Percorrendo l'alta Val Pesio vediamo che le pareti delle serie calcaree presentano spesso aperture svariate e cavernosità più o meno profonde, come, per es., nell'aspra regione Camoussé sui fianchi orientali (di calcari giuresi) del gruppo di Mirauda ed anche assai più in alto, osservandosene, per esempio, parecchie nelle pareti settentrionali della Testa di Murtel.

Osserviamone la più importante che si può indicare: *Grotta Strolengo*, dal nome dell'Avv. Cav. Vittorio Strolengo che l'ha scoperta casualmente nel 1899 andando a caccia ed al quale sono lieto di porgere qui, coi rallegramenti per le sue interessanti ricerche speleologiche, i più sinceri ringraziamenti per i dati fornitimi in proposito. Detta Grotta si apre, verso i 1900 m. circa, fra i calcari un po' schistosi, grigio-brunastri, probabilmente del Lias, dolcemente inclinati a S. O., qua e là cariati anche profondamente, come mostrano per esempio due cunicoli appaiati esistenti un po' più in alto, nel vallone vicino, ad est.

La Grotta Strolengo, come appare dalla schematica pianta (fig. 1), è un cunicolo, coll'apertura (*A*) rivolta ad E. N. E., lungo circa 140 m., scendente dolcemente verso l'interno, cioè a S. O. circa, ciò probabilmente in rapporto alla pendenza dei banchi calcarei su cui e fra cui si svolge; esso ha una larghezza media di 4 a 5 metri, ed un'altezza varia, talora anche ben oltre una diecina di metri; presenta qualche restringimento anche solo di mezzo metro, ma viceversa talora allargamenti, fra cui il mag-

Digitized by Google



Digitized by Google

giore costituisce una specie di grande sala (*S*) larga circa 17 m. ed alta anche 10 a 20 m.; mancano quasi le incrostazioni stalattitiche.

È notevole che in due punti (*a* e *b*) la volta della caverna presenta una specie di camino, subverticale, rotondeggiante, a pareti liscie, innalzantesi notevolmente (certo oltre 20-30 m.), tanto che palloncini, riempiti di idrogeno, che vi furono introdotti, vi salirono altissimi senza che la luce del magnesio permettesse di constatarne l'arresto; sono evidentemente camini di corrosione (quasi marmitte verticali viste dal basso) prodotti anticamente dall'acqua turbinante e scendente (forse facilitata da antiche fratture) dalle zone superiori.

La grotta termina con una irregolare depressione (*c*) riempita, al fondo, di sabbia finissima la quale indica che quivi è già esistito un laghetto, se pure questo non si ricostituisce anche attualmente nei periodi piovosi.

Infatti la Caverna Strolengo, per quanto originalmente connessa col fenomeno, tanto esteso, della fessurazione, certamente è dovuta, nella sua forma attuale, all'azione delle acque sotterranee che, scendendo dall'alto ed utilizzando le preesistenti fratture (una principale particolarmente, come indica l'andamento della caverna), nonchè differenze litologiche ed irregolarità varie, poterono compiere a lungo la loro opera di corrosione, formandosi così, sia una specie di canale o cunicolo suborizzontale, sia camini verticali; fenomeni provati dalla lisciatura delle pareti.

Durante l'epoca plistocenica parte di queste acque sotterranee dovevano, almeno nei periodi di piena, sboccare dalla bocca della Caverna, come oggi il Piscio del Pesio, ed in parte scomparire in cunicoli subverticali o inghiottitori, come per es., in corrispondenza della sovraccennata depressione sabbiosa (*c*) esistente al termine della grotta.

***

Se la Grotta Strolengo ci mostra un tipico esempio di cunicolo connesso ad un regime di idrologia sotterranea plistocenica, ormai scomparso o quasi, invece la *Grotta*, e relativa sorgente, il famoso *Piscio del Pesio* (a 1345 m. s. l. m.), ci offre un magnifico esempio di un tale regime ancora ben attivo, quan-

Digitized by Google

tunque assai variabile secondo le stagioni. Infatti questo Piscio agisce abbondantemente (assieme a vicine sorgenti laterali) durante le stagioni piovose e di fondita delle nevi (fig. 2 e 3); ma a cominciare da giugno (all'incirca, con naturali variazioni secondo le annate) il getto acqueo diminuisce gradatamente sino a cessare del tutto durante l'estate; però quando, nell'estate, si verificano abbondanti pioggie temporalesche, ecco che, dopo un paio d'ore, il Piscio ritorna a funzionare per qualche tempo.

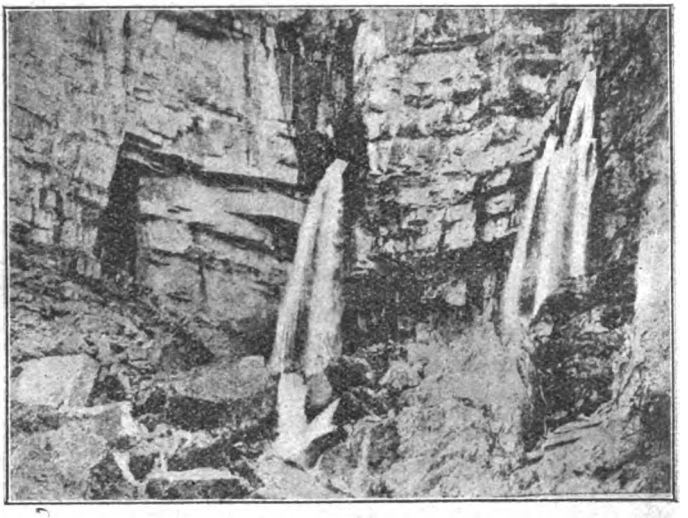


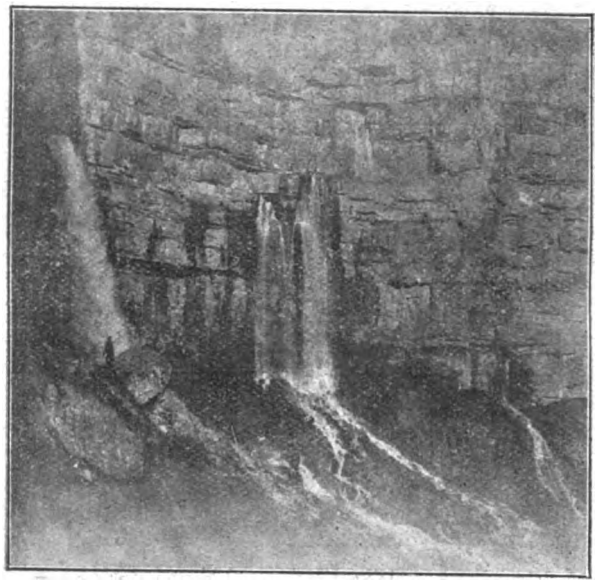
Fig. 2. — Il Piscio del Pesio in Primavera.

Evidentemente il Piscio del Pesio rappresenta lo sfioratore di *troppo pieno* della locale idrologia sotterranea; infatti anche durante l'estate, mentre il getto scompare, più in basso, sia quasi direttamente sotto di esso, sia nei prossimi valloni della Gorgia della Fornace e della Fonte dell'Oro, continuano ad agire perennemente copiose sorgenti, certamente in diretta relazione coll'idrologia sotterranea alimentante il Piscio nei periodi di piena. Tutto ciò ha la sua naturale spiegazione nel fatto che la formazione calcarea, più o meno acquifera secondo le stagioni, poggiasi quivi sulla impermeabile formazione quarzoso-besimauditica che sostiene la rete idrografica sotterranea obbligandola a versare verso l'esterno, a varî livelli secondo le stagioni.

Digitized by Google

L'apertura, che trovasi intagliata (per non dire prodotta da frattura verticale) nei banchi e strati calcarei del Trias, si mostra quindi allungata verticalmente ed ha il suo imbasamento, per quanto pure inciso e corroso, costituito da un compatto banco di calcare.

Era interessante conoscere come si presentasse il cunicolo da cui esce il Piscio del Pesio; l'Avv. Strolengo volle dedicarsi



(Fot. F. Sacco).

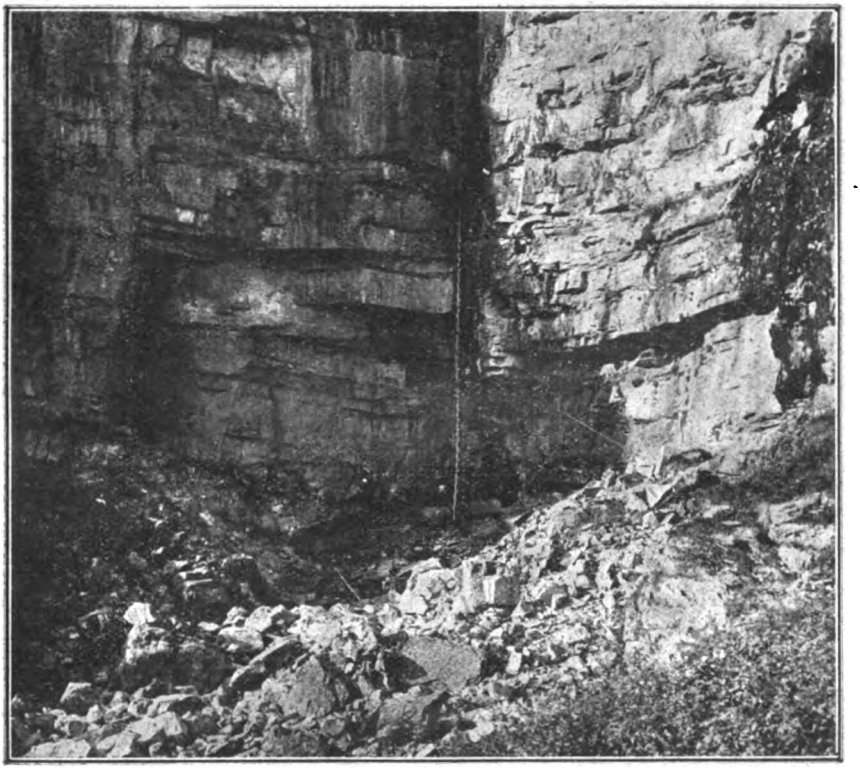
Fig. 2. — Il Piscio del Pesio (30 maggio 1926)
(a sinistra il getto principale, nel mezzo il secondario).

a tale esplorazione alquanto difficile; infatti l'apertura in questione (sita a 1345 m. s. l. m.) trovasi in una parete irregolarmente verticale ed anche strapiombante, ad oltre una ventina di metri dalla base della parete stessa senza possibilità di accesso normale. Riuscito infruttuoso il tentativo di far scendere una corda dal disopra, data l'altezza enorme della parete strapiombante, nell'estate del 1908 fu innalzata, colla riunione di alcuni pali, una lunga antenna (con staffe alternatamente inchiodate per la posa dei piedi) fortemente amarrata con corde;

Digitized by Google

così si potè salire sino all'apertura ed entrarvi (fig. 4 e 5); ma dopo pochi metri di avanzata si trovò sbarrata la via da un lago riempiente il cunicolo.

L'esplorazione fu ripetuta l'8 agosto del seguente anno 1909 dall'Avv. Strolengo in compagnia del Sig. Luigi Galleani il quale



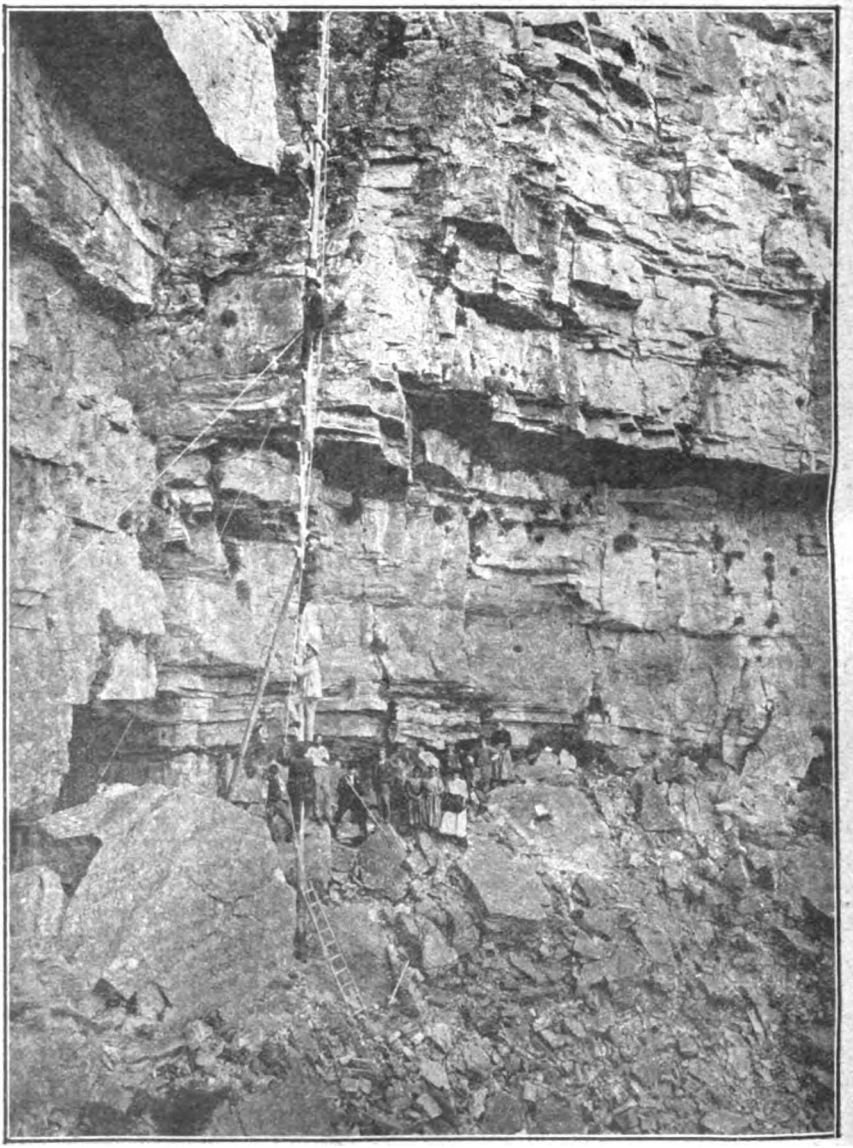
(Fot. G. Galleani).

Fig. 4. — Veduta complessiva della parete coll'apertura della Grotta del Piscio di Pesio e antenna per la salita (8 agosto 1909).

vi fece fotografie ed osservazioni gentilmente comunicatemi; in questo secondo tentativo l'esplorazione si potè compiere coll'aiuto di una zattera smontabile, sostenuta da due grossi tubi di lamiera metallica per traghettare le conche d'acqua (1).

(1) Qualche cenno di questa " Esplorazione della Grotta del Pesio ", fu dato dal Galleani nella Rivista " L'Escursionista " (XI, Torino, 1909).

Digitized by Google



(Fot. L. Galleani).

Fig. 5 — Salita su antenna alla Grotta del Piscio di Pesio (8 agosto 1909).

Digitized by Google

L'esplorazione (l'unica finora eseguita) durò circa cinque ore, senza estendersi molto nei cunicoli laterali per timore di improvviso acquazzone che avrebbe in breve riempita d'acqua la caverna senza scampo pei visitatori (Vedi la pianta schematica a fig. 6).

L'imbocco (*A*), aprentesi a circa 22 metri sopra la base della gran parete rocciosa stratificata, si presenta come una fessura alta quasi otto metri e larga due, apparendo come il risultato di una frattura verticale (estendentesi chiaramente verso l'alto e verso il basso) stata erosa ed allargata dall'acqua (fig. 4 e 5).

A pochi metri dall'apertura la grotta scende ripidamente (quasi a salto di 4 o 5 metri) ad uno slargo (*B*) alto una ventina di metri e coperto in basso da sabbia, che lo rende pianeggiante pur scendendo dolcemente verso l'interno.

Sul fianco destro di questo primo antro la parete presenta, ad altezza d'uomo, un'apertura oblunga (*C*) che si continua in una specie di corridoio (ortogonale alla galleria principale) scendente dolcemente per una cinquantina di metri, mentre intanto la sua volta si abbassa restringendo il cunicolo; a pochi metri dall'imbocco di questo corridoio trovasi una specie di marmitta circolare, verticale, larga circa un metro, parzialmente ripiena di frammenti rocciosi; questo corridoio termina, per quanto si può vedere, in un irregolare canale d'acqua limpida che appare e scompare sotto le pareti del cunicolo scorrendo abbastanza velocemente da sud a nord circa.

Tale cunicolo è probabilmente quello che, con altri, è percorso da acque alimentanti le sorgenti laterali fuoruscenti a N.O. del Piscio di Pesio in epoca di piena; il canale acqueo sovraccennato probabilmente alimenta, almeno in parte, la sorgente perenne, inferiore, del Pesio, e deriva presumibilmente, a sua volta, dal laghetto Strolengo.

Dall'antro d'ingresso, procedendo verso S. O., si passa, attraverso un lieve restringimento alto circa tre metri, in un altro lungo antro (*LS*) occupato inferiormente da un lago che, per quanto non molto profondo, arrestò la prima esplorazione dell'Avv. Strolengo, al cui nome credo debbasi intitolare, come giusto riconoscimento al tanto benemerito scopritore. Al fondo o estremità posteriore di questo lungo antro esiste una cascatella alimentatrice che salta da quasi due metri di altezza. Siccome il livello

Digitized by Google

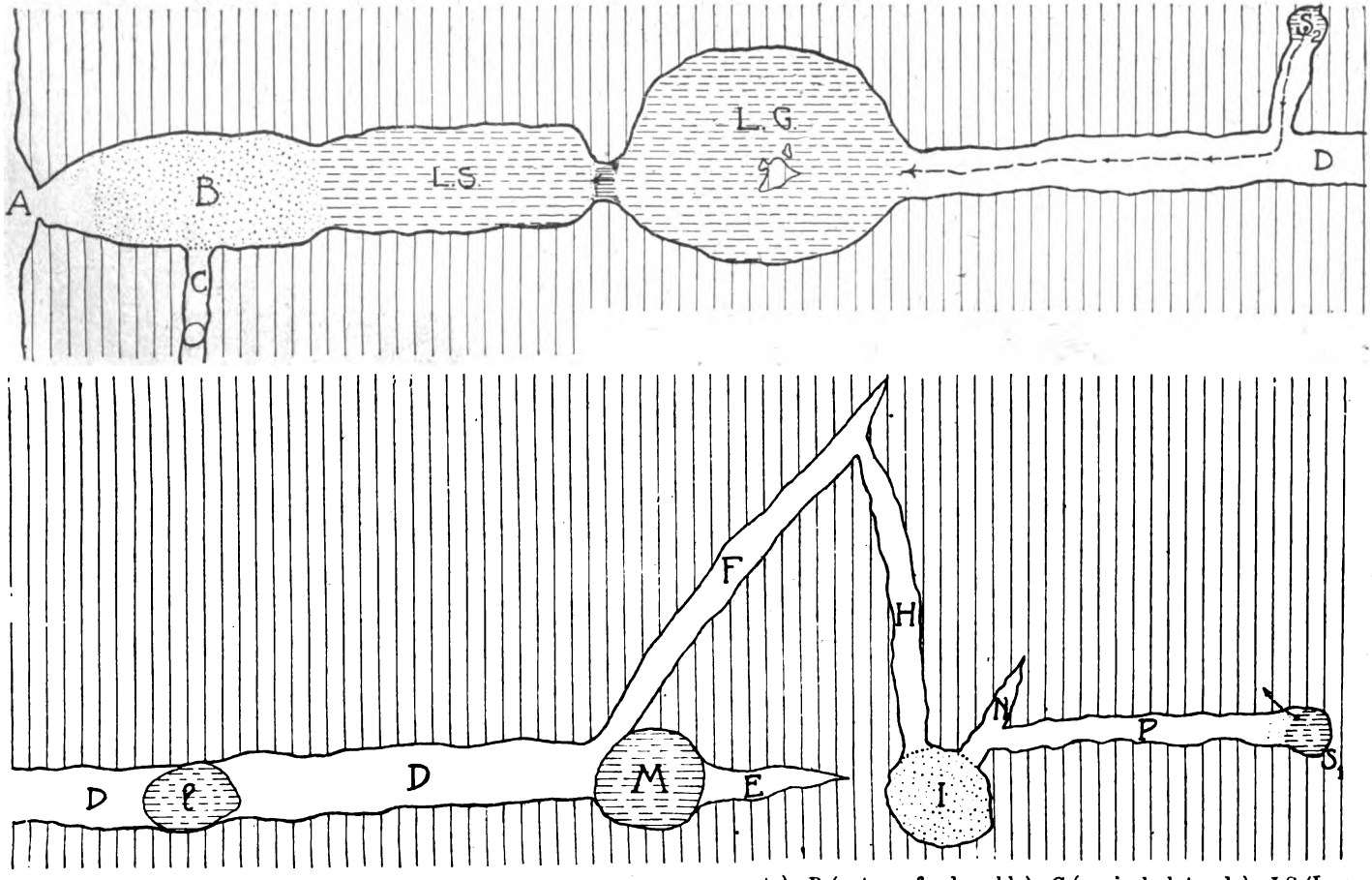


Fig. 6. — **Grotta del Piscio di Pesio** (Scala di 1 a 1000 circa): *A* (entrata), *B* (antro a fondo sabb.), *C* (cunicolo laterale), *LS* (Lago Strolengo), *LG* (Lago Galleani), S_2 (sorg.), *D* (corridoio), *l* (laghetto), *M* (Marmitta-lago), *E,F,H,N,P* (cunicoli), *I* (camera a fondo sabb.). S_1 (sorg.).

Digitized by Google

del lago rimane costante, deve naturalmente dedursi che vi esiste un inghiottitore, forse qualche fessura o canale nascosto fra il detrito del fondo, in modo che l'acqua può defluire sotterraneamente andando così, con probabilità, ad alimentare il canale laterale sovraccennato.

Risalito lo stringimento della cascatella si entra in un altro slargo, assai notevole, quasi circolare, come un'enorme marmitta, pure occupata in basso da un lago (*LG*), che dedico al Sig. Luigi Galleani coadiutore dello Strolengo nella esplorazione della Caverna. Verso il mezzo di questo lago, pure poco profondo, emerge qualche scogliera di massi angolosi; le pareti laterali sono piuttosto scoscese.

In seguito la galleria si restringe, pur conservando sempre una grande ma variabile altezza, indicante l'originaria frattura. Questo corridoio (*D*), lungo una sessantina di metri, ha le sue pareti che mostrano bene la stratificazione dei banchi calcarei costituenti quasi cornici più o meno sporgenti, talora ancora a spigoli vivi; esso è percorso per lungo tratto da un ruscelletto che scorre rumoreggiando sul suo fondo, più o meno incassato, quasi in spaccatura.

A circa un terzo di questa lunga galleria esiste, nel lato sinistro, un'apertura che dà adito ad una specie di piccola camera bassa ed allungata, verso il cui termine, da una pozza sita un po' in alto, fuoriesce (S_3) un ruscelletto di acqua limpida, di circa 4° C., che cade in una specie di serbatoio sottostante, da cui poi scende nella galleria ad alimentare i due laghetti sovraccennati.

Continuando a risalire la lunga arteria principale si trova dapprima un laghettino (*l*) poco profondo, nonchè qua e là bellissime marmitte di varie dimensioni (subrotonde, con acqua limpida, alcune con sabbia e frammenti rocciosi rotondeggianti), e poi una più larga conca subcircolare, scavata nella roccia come una grande marmitta (*M*), col fondo occupato da un laghetto, e le pareti un po' frastagliate per gli strati calcarei che formano in basso quasi una irregolare cornice emergente.

A questo punto si sente, verso l'alto, il rumore di una cascatella d'acqua.

Mentre che il prolungamento della galleria principale sembra terminare (di là della conca lacustre) in un cunicolo

Digitized by Google

saliente e chiudentesi presto (*E*), invece sul fianco meridionale della galleria, presso detta conca, a circa due metri dal pelo acqueo, si apre un'altra galleria (*F*) saliente verso sud, di difficile percorso mancando il sostegno degli strati, e terminante verso l'alto in una fenditura inaccessibile.

Però poco prima di giungere a tale chiusura esiste a destra, un po' in alto, quasi come frattura ad angolo, un'altra apertura che si può scalare e che porta in una specie di corridoio (*H*) scendente verso N. O. circa, finchè si giunge ad una nuova camera rotondeggiante (*I*); questa, alta 5 o 6 metri, pare una grande marmitta, la quale deve essere infatti occupata spesso dall'acqua, come mostra il suo fondo coperto di abbondante e fine sabbia.

Sul fianco S. S. E. di questa camera esiste nella parete rocciosa una spaccatura che dà aspro passaggio ad un nuovo cunicolo (*N*) che pare terminare a fondo cieco, ma che presenta in alto un nuovo ripido passaggio portante in una galleria (*P*) talora quasi verticale ma che nel complesso riprende la primitiva direzione della grotta in esame (cioè da N. E. a S. O.) di cui sarebbe la terminazione visibile.

Infatti al fondo di questo cunicolo vi è un piano sabbioso, inclinato, e contro la parete di fronte esiste una pozza larga circa due metri dal cui fondo sgorga abbondante acqua (S_1) che però tosto scompare in una fessura presso la parete di sinistra (andando forse ad alimentare la sorgente sotterranea sovraccennata), nè sembra potersi proseguire oltre.

In conclusione la Grotta del Piscio del Pesio appare come originata da una frattura principale diretta da N. E. a S. O. (complicata con fratture oblique od ortogonali a tale direzione assiale), potentemente lavorata dall'acqua (scendente dalla regione delle Carsene e dalla complessa conca di Gias delle Ortiche), foggiata qua e là a marmitte piccole e grandi; specialmente là dove, per le angolosità prodotte dalle fratture, più intensa si potè verificare l'azione turbinosa e corrodente dell'acqua sotterranea trascinante sabbia e frammenti rocciosi.

Digitized by Google

Pirargirite e Proustite del Sarrabus (Sardegna) (*)

Nota del Dott. MASSIMO FENOGLIO

presentata dal Socio nazionale residente Emilio Repossi

Nel gennaio testè decorso il Prof. A. Pelloux mi inviava gentilmente in esame una serie di campioni di pirargirite e di proustite delle miniere del Sarrabus, in cristalli di rara bellezza, appartenenti parte alla ricca ed interessante collezione mineralogica del Civico Museo di Storia Naturale di Genova, parte alla collezione personale del Pelloux stesso.

Debbo alla squisita cortesia ed alla generosità del Pelloux di avere io potuto prendere in esame l'interessante materiale e disporne per lo studio.

Studio che ritenni non privo di interesse, sia per la rarità dei due minerali in giacimenti italiani, sia specialmente per contribuire alla conoscenza cristallografica invero assai scarsa della pirargirite e proustite del Sarrabus.

Le prime notizie sui minerali di argento rosso del Sarrabus si riferiscono alla pirargirite e sono date dal Bombicci (1) che aveva esaminato campioni di questo minerale, inviatigli dall'Ing. G. B. Traverso.

Il Bombicci, pur senza dare misura alcuna di angoli, dà la figura (vedi tav. II, fig. 37) di un cristallo che egli ritenne costituito dalle faccette e^2, $e\frac{1}{2}$ ($\}10\bar{1}0\{$, $\}01\bar{1}2\{$).

(*) Lavoro eseguito nell'Istituto di Mineralogia della R. Università di Torino, diretto dal Ch.mo Prof. E. Repossi, che vivamente ringrazio per gli schiarimenti e consigli datimi durante le mie ricerche.

(1) Bombicci L., *Contribuzioni di Mineralogia Italiana.* " Mem. R. Acc. Sc. Bologna ", serie III, vol. VIII, pag. 327, 1877.

Digitized by Google

L'Ingegnere G. B. Traverso (1) e suo fratello Stefano (2), nelle loro Memorie di carattere geologico-minerario sulle miniere d'argento del Sarrabus, citano la pirargite di diverse località (Monte Narba, Giovanni Bonu, Masaloni, Baccu Arrodas, ecc.).

Più tardi la pirargirite e la proustite del Sarrabus vennero fatte oggetto di studio dal D'Achiardi G. (3), che per primo segnalò ed identificò la proustite in quei giacimenti.

Il D'Achiardi dà per la pirargirite come certe le forme $\{11\bar{2}0\}$, $\{21\bar{3}1\}$ e ritenne come probabile la $\{21\bar{3}4\}$.

Per la proustite dà le seguenti forme: $\{21\bar{3}1\}$, $\{02\bar{2}1\}$, $\{01\bar{1}2\}$, $\{10\bar{1}1\}$.

Vengono poi ancora citate tanto la pirargirite quanto la proustite nei giacimenti del Sarrabus da G. B. Traverso (4) in una sua Memoria di carattere minerario nella quale sono esposte abbondanti notizie sulla scoperta, sulla coltivazione, sullo stato di floridezza e sull'esaurimento delle interessanti miniere di argento della Sardegna.

1. — Pirargirite.

I cristalli di pirargirite da me studiati provengono dalle miniere di Baccu Arrodas e Giovanni Bonu. Si presentano generalmente in eleganti gruppetti, annidati sovente in geodi di calcite, di colore grigio-nerastro per trasparenza, più raramente di color rosso cupo, lucentezza metallico-adamantina, quasi opaca.

Le misure goniometriche, che più sotto riporto, mi hanno permesso di determinare le seguenti forme:

$\{10\bar{1}1\}$(*), $\{10\bar{1}0\}$, $\{11\bar{2}0\}$, $\{01\bar{1}2\}$, $\{21\bar{3}1\}$, $\{21\bar{3}4\}$(*), $\{10\bar{1}\bar{2}\}$(*), $\{12\bar{3}\bar{1}\}$(*).

---

(1) G. B. Traverso, *Giacimenti a minerali di argento del Sarrabus e di alcune specie di minerali provenienti dai filoni che lo costituiscono facenti parte della Collezione mineralogica del Museo Civico di Genova.* "Annali Museo Civico di Storia Naturale di Genova", vol. XVI, pag. 501, febbraio 1881; *Sarrabus e suoi minerali*, pag. 22, Alba, 1898.

(2) E. Traverso, *Note sulla Geologia e sui giacimenti argentiferi del Sarrabus (Sardegna)*, pag. 47, Torino, 1890.

(3) D'Achiardi G., *Minerali del Sarrabus (Sardegna).* "Atti Soc. Tosc. Sc. Nat.", vol. XVII, pag. 243, 1900.

(4) G. B. Traverso, *Le miniere d'argento in Sardegna*, pag. 114, Alba, 1909.

Digitized by Google

Le forme segnate con asterisco sono nuove per i giacimenti del Sarrabus.

Le combinazioni notate sono: $\{11\bar{2}0\}$, $\{01\bar{1}2\}$, $\{21\bar{3}1\}$ e $\{11\bar{2}0\}$, $\{01\bar{1}2\}$, $\{21\bar{3}1\}$, $\{21\bar{3}4\}$ frequenti; $\{01\bar{1}2\}$, $\{21\bar{3}1\}$, $\{21\bar{3}4\}$ meno frequente; rara la combinazione: $\{10\bar{1}1\}$, $\{10\bar{1}0\}$, $\{11\bar{2}0\}$, $\{01\bar{1}2\}$, $\{21\bar{3}1\}$, $\{21\bar{3}4\}$, $\{10\bar{1}2\}$, $\{12\bar{3}1\}$.

I cristalli sono generalmente solo terminati ad una estremità, rarissimamente terminati a tutte e due le estremità.

Nella combinazione $\{11\bar{2}0\}$, $\{01\bar{1}2\}$, $\{21\bar{3}1\}$ predomina la piramide ditrigonale $\{21\bar{3}1\}$ (Fig. 1), le cui facce sono talvolta striate, meno sviluppato è il prisma $\{11\bar{2}0\}$, mentre assai ridotte sono le facce di $\{01\bar{1}2\}$.

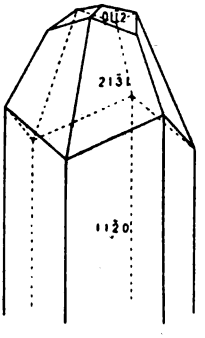


Fig. 1.

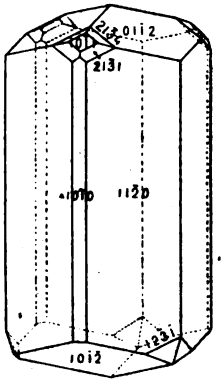


Fig. 2.

Nelle combinazioni $\{11\bar{2}0\}$, $\{01\bar{1}2\}$, $\{21\bar{3}1\}$, $\{21\bar{3}4\}$ e $\{01\bar{1}2\}$, $\{21\bar{3}1\}$, $\{21\bar{3}4\}$ predomina pur sempre la $\{21\bar{3}1\}$, assai ridotte le facce di $\{01\bar{1}2\}$, piccolissime son poi sempre le facce della piramide ditrigonale $\{21\bar{3}4\}$ e sempre profondamente striate, motivo per cui le misure sono sovente difficili.

Nella combinazione piuttosto eccezionale $\{10\bar{1}1\}$, $\{10\bar{1}0\}$, $\{11\bar{2}0\}$, $\{01\bar{1}2\}$, $\{21\bar{3}1\}$, $\{21\bar{3}4\}$, $\{10\bar{1}2\}$, $\{12\bar{3}1\}$ predomina il prisma esagonale $\{11\bar{2}0\}$, le cui facce sono sovente striate, pure notevolmente sviluppate sono le facce di $\{01\bar{1}2\}$, piccole sono invece le facce del prisma trigonale $\{10\bar{1}0\}$, esse pure striate, piccolissime son poi sempre le facce di $\{10\bar{1}1\}$, $\{21\bar{3}1\}$ e $\{21\bar{3}4\}$, che nel disegno (Fig. 2) furono tenute un po' più grandi di

Digitized by Google

quel che lo siano in realtà, e ciò allo scopo di poter rappresentare le facce delle forme in parola senza ricorrere ad orientazioni differenti dalla normale. Si osservano poi facce lineari estremamente piccole, non misurabili neanche a bagliore che vengono in zona con le facce di $\{01\bar{1}2\}$.

Il cristallo disegnato alla fig. 2, come già sopra ho accennato, è piuttosto eccezionale, e dei pochi cristalli terminati alle due estremità, che avevo a mia disposizione, è l'unico che ho potuto misurare da ambo le parti. Nell'estremità superiore furono riscontrate facce di $\{01\bar{1}2\}$, $\{21\bar{3}1\}$, $\{10\bar{1}1\}$ e $\{21\bar{3}4\}$ e nell'estremità inferiore facce di $\{10\bar{1}2\}$, $\{12\bar{3}1\}$, donde emerge che il cristallo da me studiato presenta emimorfismo.

Con circa tre grammi di frammenti puri, accuratamente scelti, ho determinato col picnometro il peso specifico che risultò eguale a 5,80 (a 17° C.).

Data la notevole quantità di materiale a mia disposizione e l'ottimo stato di conservazione, ho ritenuto non privo di interesse eseguirne l'analisi, tanto più che non risulta siano state sinora pubblicate analisi sulla pirargirite e sulla proustite del Sarrabus.

L'analisi qualitativa mi ha permesso di constatare la presenza oltre che dell'Ag, Sb e S prevalenti anche di un po' di As. Con l'analisi quantitativa ho infatti ottenuto la seguente composizione:

Ag	59,61
S	17,89
Sb	22,24
As	0,15
Somma . . .	99,89.

Nella tabella che segue vengono riassunte le misure goniometriche, che sono in ottimo accordo con i valori calcolati.

Pel calcolo ho adottato le costanti cristallografiche date dal Miers (1):

$$a : c = 1 : 0{,}7892.$$

(1) A. Miers, *Contributions to the Study of Pyrargyrite and Proustite.* " Min. Mag. a. Journ. of the Min. Soc. „, vol. VIII, n. 37, pag. 43, London, 1888.

Digitized by Google

Ho ritenuto superfluo calcolare nuove costanti, poichè dato il tenore estremamente piccolo di As, rivelato dall'analisi, l'angolo della piramide trigonale non subisce variazioni praticamente apprezzabili, come risulta dai dati analitici riferiti dall'autore ora citato (1).

Numero delle misure	Angoli misurati	Limiti delle misure	Medie	Valori calcolati
7	$(21\bar{3}1) : (3\bar{1}\bar{2}1)$	35°. 6′ - 35°.14′	35°.11′	35°.12′
4	$(21\bar{3}1) : (\bar{2}3\bar{1}1)$	74 .20 - 74 .30	74 .24	74 .25
10	$(01\bar{1}2) : (1\bar{1}02)$	42 . 4 - 42 .13	42 . 7	42 . 5
3	$(21\bar{3}4) : (3\bar{1}\bar{2}4)$	19 .39 - 19 .51	19 .44	19 .27
3	$(21\bar{3}1) : (11\bar{2}0)$	24 .37 - 24 .49	24 .44	24 .54
3	$(11\bar{2}0) : (\bar{1}2\bar{1}0)$	59 .58 - 60 .13	60 . 6	60
6	$(10\bar{1}0) : (11\bar{2}0)$	29 .43 - 30	29 .54	30
11	$(21\bar{3}1) : (01\bar{1}2)$	50 .19 - 50 .43	50 .29	50 .21
1	$(01\bar{1}2) : (10\bar{1}1)$	—	35 .36	35 .41
3	$(\bar{3}211) : (01\bar{1}2)$	65 . 5 - 65 . 9	65 . 7	65 . 7
3	$(1\bar{3}24) : (1\bar{1}02)$	19 .39 - 19 .51	19 .48	19 .46

2. — Proustite.

I cristalli di proustite provengono dalla miniera di Baccu Arrodas. Si presentano anch'essi talvolta in eleganti gruppetti, tal'altra isolati, associati a galena, calcite nelle cui geodi si annidano spesso i migliori cristalli, di colore rosso-vermiglio, polvere rosso-aurora.

(1) Loc. cit., pagg. 95-99.

Digitized by Google

Le misure goniometriche, che più sotto riporto, hanno permesso di determinare le seguenti forme:

$\{10\bar{1}0\}$(*, $\{11\bar{2}0\}$(*, $\{01\bar{1}2\}$, $\{02\bar{2}1\}$, $\{21\bar{3}1\}$, $\{21\bar{3}4\}$(*.

Le forme segnate con asterisco sono nuove per i giacimenti del Sarrabus.

Le combinazioni osservate sono: $\{11\bar{2}0\}$, $\{01\bar{1}2\}$, $\{02\bar{2}1\}$, $\{21\bar{3}1\}$, $\{21\bar{3}4\}$ frequente; $\{10\bar{1}0\}$, $\{11\bar{2}0\}$, $\{01\bar{1}2\}$, $\{21\bar{3}1\}$, $\{21\bar{3}4\}$ meno frequente; $\{01\bar{1}2\}$, $\{02\bar{2}1\}$, $\{21\bar{3}1\}$ rara.

Nella combinazione $\{11\bar{2}0\}$, $\{01\bar{1}2\}$, $\{02\bar{2}1\}$, $\{21\bar{3}1\}$, $\{21\bar{3}4\}$ (Fig. 3) predomina la piramide ditrigonale $\{21\bar{3}1\}$, le cui facce sono talvolta striate, pure abbastanza sviluppate sono le facce di $\{01\bar{1}2\}$ e $\{11\bar{2}0\}$, queste ultime sono sovente striate, le facce di $\{02\bar{2}1\}$ sono piccole, qualche volta quasi lineari, piccolissime sono poi le facce di $\{21\bar{3}4\}$ e sempre profondamente striate, motivo per cui le misure sono spesso difficilissime.

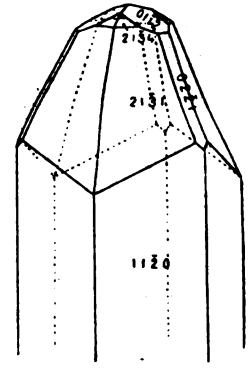


Fig. 3.

Nella combinazione $\{10\bar{1}0\}$, $\{11\bar{2}0\}$, $\{01\bar{1}2\}$, $\{21\bar{3}1\}$, $\{21\bar{3}4\}$ predomina il prisma esagonale $\{11\bar{2}0\}$ con le facce profondamente striate, pure notevolmente sviluppate sono le facce di $\{21\bar{3}1\}$, piccole invece le facce di $\{10\bar{1}0\}$, $\{01\bar{1}2\}$ e $\{21\bar{3}4\}$.

Nella combinazione $\{01\bar{1}2\}$, $\{02\bar{2}1\}$, $\{21\bar{3}1\}$ predomina la piramide ditrigonale $\{21\bar{3}1\}$, le cui facce sono qui prive di striature e sono di una nitidezza veramente eccezionale. Assai ridotte sono le facce di $\{01\bar{1}2\}$, piccolissime, quasi lineari quelle di $\{02\bar{2}1\}$.

Con circa 2 grammi di frammenti puri, accuratamente scelti, ho determinato il peso specifico che risultò uguale a 5,61 (a 17° C.).

L'analisi qualitativa mi ha permesso di constatare la presenza dell'Ag, As, S. Cercai con opportuni saggi di identificare l'Sb, ma, a vero dire, non sono riuscito a rintracciarlo in

Digitized by Google

quantità apprezzabile. Uguale risultato ottenne il D'Achiardi (1) su della proustite di quegli stessi giacimenti.

Con l'analisi quantitativa ho ottenuto i seguenti risultati:

Ag	65,35
S	19,49
As	14,99
Somma . . .	99,83.

Nella tabella che segue sono riassunte le misure goniometriche; pel calcolo ho anche qui adottato le costanti cristallografiche date dal Miers (2):

$$a : c = 1 : 0{,}8038.$$

Numero delle misure	Angoli misurati	Limiti delle misure	Medie	Valori calcolati
6	$(21\bar{3}1) : (3\bar{1}\bar{2}1)$	35°.18′ - 35°.21′	35°.20′	35°.18′
5	$(21\bar{3}1) : (\bar{2}3\bar{1}1)$	74 .30 - 74 .40	74 .36	74 .39
5	$(21\bar{3}1) : (02\bar{2}1)$	37 .15 - 37 .25	37 .17	37 .19 1/2
3	$(21\bar{3}4) : (3\bar{1}\bar{2}4)$	19 . 7 - 19 .31	19 .24	19 .43
4	$(01\bar{1}2) : (\bar{1}012)$	42 .39 - 43 .11	42 .53	42 .46
2	$(01\bar{1}2) : (02\bar{2}1)$	36 .44 - 36 .46	36 .45	36 .47 1/2
3	$(10\bar{1}0) : (11\bar{2}0)$	29 .50 - 29 .56	29 .53	30
3	$(11\bar{2}0) : (\bar{1}2\bar{1}0)$	60 . 2 - 60 .20	60 .11	60
4	$(21\bar{3}1) : (11\bar{2}0)$	24 .19 - 24 .38	24 .28	24 .34

Istituto Mineralogico della R. Università di Torino.
Aprile 1926.

(1) Loc. cit., pag. 245.
(2) Loc. cit., pag. 44.

Digitized by Google

Ricerche sulle diossime (XXXIX)

Nota dei Dott.ri G. B. SEMERIA e B. BOCCA
presentata dal Socio naz. resid. G. Ponzio

Molte sono le difficoltà che ostacolano lo studio dei sistemi di sostanze organiche col metodo classico dell'analisi termica: in primo luogo la cattiva conducibilità delle sostanze stesse e la lentezza con cui sovente cristallizzano; in secondo luogo la necessità di dover disporre di quantità notevoli di materiali puri, di preparazione spesso lunga e costosa.

Per sistemi binari è tuttavia possibile costruire diagrammi di stato abbastanza esatti seguendo coll'occhio il comportarsi alla fusione delle sostanze e delle loro miscele, ed a tale scopo si presta bene il metodo di Rheinboldt (1), metodo che consiste nel costruire la curva delle temperature di inizio della fusione (*auftaupunkt*) e quella delle temperature di fine della fusione (*schmelzpunkt*) per ogni singola sostanza e per miscele di varia composizione. Osservando l'andamento delle due curve si riesce a stabilire se le due sostanze mescolate assieme danno origine a composti i quali fondono *omogeneamente* oppure *non omogeneamente* ed a determinare il rapporto molecolare secondo cui le due sostanze si combinano, e perfino, con una certa approssimazione, la temperatura di formazione dei composti stessi.

Il metodo di Rheinboldt, che l'Autore con numerose esperienze ha dimostrato essere applicabile in molti casi, richiede però una perizia dell'osservatore che si acquista soltanto dopo un lungo esercizio. Noi abbiamo pensato di utilizzarlo per lo

(1) *J. pr. 111*, 242 (1925) e *112*, 186 (1926).

Digitized by Google

studio delle diossime, modificandolo opportunamente in considerazione delle proprietà speciali di tale gruppo di composti. E riferendoci ai due sistemi: diossima-xantone, diossima-antipirina, e per i primi quattro termini della serie delle diossime alifatiche, cioè alla gliossima $H . C(:NOH) . C(:NOH) . H$, alla metilgliossima $CH_3 . C(:NOH) . C(:NOH) . H$, alla dimetilgliossima $CH_3 . C(:NOH) . C(:NOH) . CH_3$ ed alla metiletilgliossima $CH_3 . C(:NOH) . C(:NOH) . C_2H_5$, le quali appartengono tutte alla categoria di quelle forme delle diossime che danno sali complessi col nichel, insolubili in acido acetico diluito, e che noi distinguiamo col prefisso β, abbiamo potuto stabilire, dall'andamento delle curve, l'esistenza dei seguenti composti collo xantone:

$$1\ H . C(:NOH) . C(:NOH) . H + 2\ C_6H_4\langle \overset{O}{\underset{CO}{\rangle}} C_6H_4$$

$$1\ CH_3 . C(:NOH) . C(:NOH) . H + 1\ C_6H_4\langle \overset{O}{\underset{CO}{\rangle}} C_6H_4$$

$$1\ CH_3 . C(:NOH) . C(:NOH) . CH_3 + 2\ C_6H_4\langle \overset{O}{\underset{CO}{\rangle}} C_6H_4$$

$$1\ CH_3 . C(:NOH) . C(:NOH) . C_2H_5 + 1\ C_6H_4\langle \overset{O}{\underset{CO}{\rangle}} C_6H_4$$

e coll'antipirina:

$$1\ CH_3 . C(:NOH) . C(:NOH) . H + 1\ (CH_3)_2\ (C_3HON_2)\ C_6H_5$$
$$1\ CH_3 . C(:NOH) . C(:NOH) . CH_3 + 2\ (CH_3)_2\ (C_3HON_2)\ C_6H_5$$
$$1\ CH_3 . C(:HON) . C(:NOH) . C_2H_5 + 1\ (CH_3)_2\ (C_3HON_2)\ C_6H_5$$
$$1\ CH_3 . C(:NOH) . C(:NOH) . C_2H_5 + 2\ (CH_3)_2\ (C_3HON_2)\ C_6H_5$$

Dai risultati delle nostre esperienze appare che le diossime *simmetriche* (cioè quelle nelle quali il gruppo $-C(:NOH) . C(:NOH)-$ è unito con due atomi o radicali uguali fra di loro) danno sia collo xantone che coll'antipirina composti del tipo 1:2; mentre le diossime *asimmetriche* (nelle quali il suddetto gruppo è unito con due atomi o radicali differenti) danno invece composti del tipo 1:1. La metiletilgliossima dà però

Digitized by Google

con l'antipirina anche un composto 2 : 1, il quale a differenza del composto 1 : 1 non fonde omogeneamente.

Volendo stabilire l'influenza che può avere la *forma* sulle proprietà additive di ogni singola diossima bisognerebbe ricorrere alle diossime della serie aromatica (poichè quelle alifatiche non esistono che in una sola *forma*), ma non crediamo di occuparci dell'argomento, ritenendo a priori che detta influenza sia nulla. Infatti dalle ricerche di Polonowsky [2], eseguite bensì in condizioni molto differenti dalle nostre, ma tuttavia probatorie, risulta, per es., che tanto la benzildiossima $C_6H_5 . C(:NOH) . C(:NOH) . C_6H_5$ (difenilgliossima) fusibile a 207°, la quale è da noi considerata come una forma α perchè non dà sale di nichel, quanto la gliossima H.C(:NOH).C(:NOH).H, che dà sale di nichel ed è da noi considerata come una forma β, possono addizionarsi alla fenilidrazina. Inoltre la benzildiossima fusibile a 234°, la quale è una forma β, non dà composti colla fenilidrazina; ed infine tanto la benzildiossima p. f. 207° (che è una forma α) quanto la dimetilgliossima (che è una forma β) possono formare, secondo Petrenko-Kritschenko e Kasanski [3], composti col glicole etilenico, ecc.

I. — Gliossima-Xantone.

Miscele in proporzioni sistematicamente variate di gliossima e di xantone si introducono in altrettanti tubi di vetro neutro di Jena lunghi 10-12 cm. e di 11 mm. di diametro. Questi si immergono successivamente in un bagno d'olio d'oliva e mediante un lento e graduale riscaldamento si provoca la fusione totale della miscela alla temperatura più bassa possibile, e non appena si ottiene un liquido omogeneo, si leva il tubetto dal bagno e lo si lascia raffreddare. Si rompe il tubetto, si polverizza la massa solida cristallina in un mortaio di porcellana, si mette un po' di polvere in un tubetto di vetro neutro di Jena del diametro di circa 2 mm. e la si comprime leggermente in modo che occupi 4-5 mm. di altezza, mediante un adatto ba-

---

[2] *Ber. 21*, 182 (1883).
[3] *Ber. 33*, 855 e 856 (1900).

Digitized by Google

stoncino di vetro che si lascia poi nel tubetto. Per ogni determinazione si preparano due tubetti, i quali, a scopo di reciproco controllo, vengono introdotti contemporaneamente nell'apparecchio per punti di fusione di Anthes [4] a circolazione a termosifone, fornito di un termometro a bulbo piccolo con scala divisa in mezzi gradi, immerso in olio di oliva molto chiaro.

Si dispongono i tubetti in modo che le loro estremità vengano a trovarsi vicine al bulbo del termometro e, dopo aver disposto una forte illuminazione trasversale di tutto l'apparecchio, si riscalda molto lentamente il bagno osservando con una lente il comportamento delle miscele. Quando sulle pareti dei tubetti appaiono dei punti lucenti, i quali non sono altro che le prime goccioline di sostanza fusa, si legge immediatamente la temperatura che corrisponde a quella da noi considerata come *inizio di fusione*. Continuando il riscaldamento la sostanza a poco a poco rammollisce e si ha una massa liquida nella quale vagano ancora piccoli cristalli; allora s'incomincia ad agitare il liquido col bastoncino di vetro e quando anche l'ultimo cristallino è scomparso, si nota la temperatura raggiunta, che consideriamo come la temperatura *fine di fusione*.

Riportando le letture così fatte sul solito sistema di coordinate ortogonali (composizioni percentuali, temperature) si ottengono le due curve rispettivamente di inizio e di fine fusione.

La gliossima H . C (: NOH) . C (: NOH) . H fu preparata col metodo di Pinner [5] e cristallizzata dall'acqua bollente fondeva a 181°; lo xantone cristallizzato dall'alcool fondeva a 173°,5.

Da 15 determinazioni risulta che si forma il composto

$$1\,H\,.\,C\,(:NOH)\,.\,C\,(:NOH)\,.\,H + 2\,C_6H_4\begin{matrix}O\\ \diagup\\ \diagdown\\ CO\end{matrix}C_6H_4\,.$$

Le miscele contenenti meno del 40 % di xantone si decompongono fondendo, ma l'andamento delle due curve fa prevedere che nel tratto non studiato non si devono avere anomalie.

Il punto di inizio di fusione per le temperature comprese fra 120° e 138° e per le miscele contenenti dal 75 al 90 % di xantone si coglie con difficoltà; le temperature notate in questo

---

[4] Houben-Weyl, *Die Methoden der org. chem.*, I, 725.
[5] *Ber.* 17, 2001 (1884).

Digitized by Google

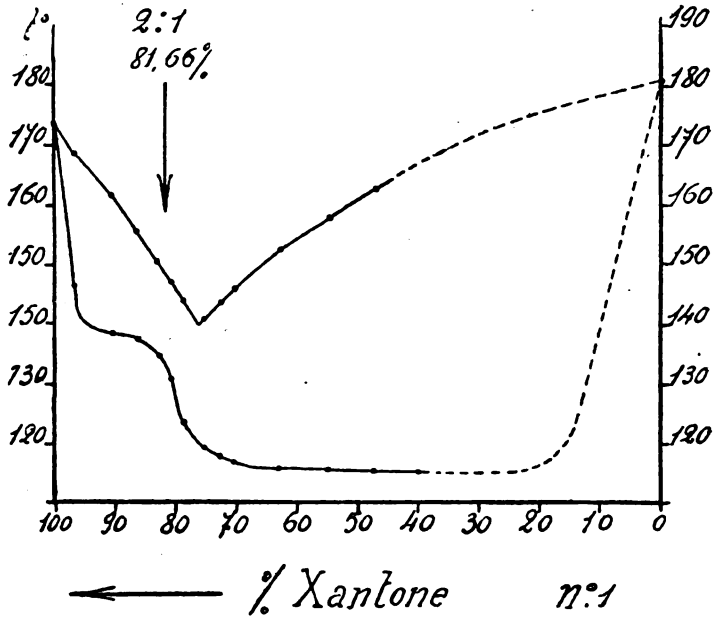
intervallo sono le medie di parecchie determinazioni fra loro poco discordanti.

Percentuali in xantone delle miscele: 100 - 96,4 - 90,3 - 86 - 82,7 - 80,8 - 78,8 - 75,2 - 72,9 - 70,1 - 63 - 54,9 - 47,1 - 40 - 0.

Temperature di inizio di fusione: 173,5 - 146,5 - 138,5 - 137,5 - 135 - 131 - 124 - 119,5 - 118 - 117 - 116 - 116 - 115 - 115 - 181.

Temperature di fine di fusione: 173,5 - 169 - 161,5 - 155,5 - 150,5 - 147 - 144 - 141 - 143,5 - 146 - 152,5 - 157,5 - 162,5 - 165 - 181.

Gliossima-Xantone.



II. — Metilgliossima-Xantone.

La metilgliossima $CH_3 . C(:NOH) . C(:NOH) . H$ fu preparata secondo le indicazioni della Nota I (6); cristallizzata dall'alcool fondeva a 156°,5.

(6) " Gazz. Chim. Ital. ,, *51*, II, 214 (1921).

Digitized by Google

Operando come nel caso precedente si esaminarono 21 miscele delle due sostanze.

Dall'andamento delle due curve risulta evidente la formazione del composto

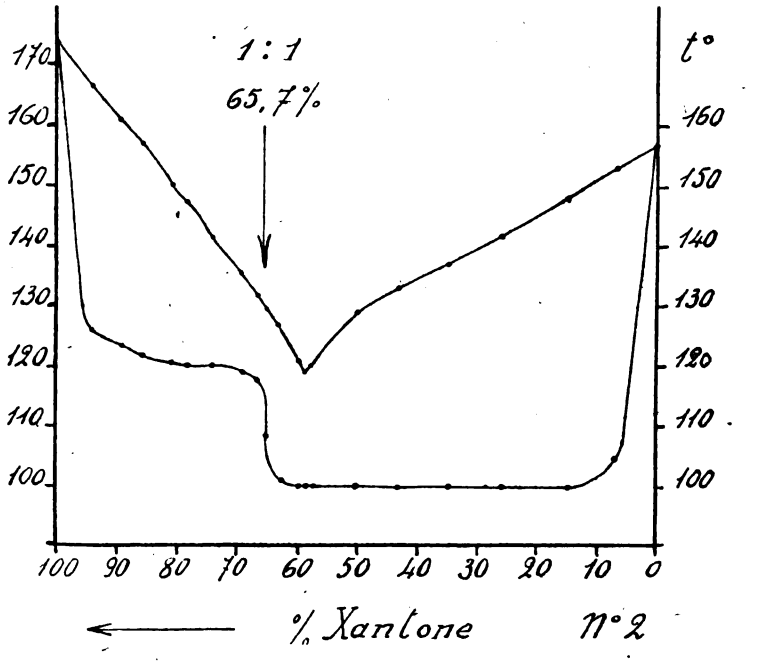
$$1\,CH_3 . C(:NOH) . C(:NOH) . H + 1\,C_6H_4\langle \begin{matrix} O \\ CO \end{matrix} \rangle C_6H_4 .$$

Percentuali in xantone delle miscele: 100 - 94,1 - 89,1 - 85,9 - 80,7 - 78,7 - 74,2 - 69,2 - 66,7 - 65 - 62,3 - 59,9 - 58,9 - 57,2 - 50 - 43 - 34,9 - 25,8 - 14,9 - 6,9 - 0.

Temperature di inizio di fusione: 173,5 - 127 - 123,5 - 121,5 - 120,5 - 120 - 120 - 119 - 118 - 108 - 101 - 100 - 100 - 100 - 100 - 100 - 100 - 100 - 104,5 - 156,5.

Temperature di fine di fusione: 173,5 - 166,5 - 161 - 157 - 150 - 147,5 - 141,5 - 135,5 - 131,5 - 129,5 - 127 - 125,5 - 124 - 125 - 129 - 133 - 137 - 142 - 147,5 - 153 - 156,5.

Metilgliossima-Xantone.



Digitized by Google

III. — **Dimetilgliossima-Xantone.**

La dimetilgliossima $CH_3 . C(:NOH) . C(:NOH) . CH_3$ fu preparata secondo il procedimento descritto nella Nota I [7]; cristallizzata dall'alcool acquoso fondeva a 234°.

Colle osservazioni fatte su 21 miscele delle sostanze si sono costruite le due curve. Quella superiore mostra uno scarto evidente in corrispondenza della percentuale 77,16 in xantone, il che fa supporre la formazione del composto

$$1\,CH_3 . C(:NOH) . C(:NOH) . CH_3 + 2\,C_6H_4\langle{}^{O}_{CO}\rangle C_6H_4 .$$

Percentuali in xantone delle miscele: 100 - 95 - 93,1 - 90,5 - 87,7 - 84,6 - 81,7 - 78,2 - 76,2 - 74,7 - 72,8 - 68 - 64,5 - 61,9 - 57,8 - 51,5 - 44,1 - 35 - 20 - 12,5 - 0.

Temperature di inizio di fusione: 173,5 - 160,5 - 158 - 157 - 157 - 157 - 157 - 157 - 157 - 157 - 157 - 157 - 157 - 157 - 157 - 157 - 157 - 165 - 234.

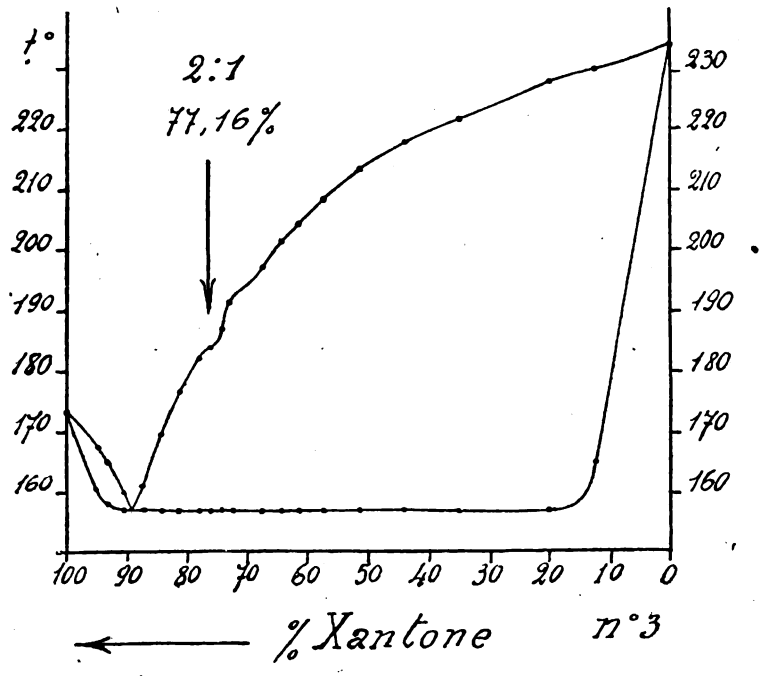
Temperature di fine di fusione: 173,5 - 167,5 - 165 - 160 - 161 - 169,5 - 176,5 - 182 - 184 - 187 - 191 - 197 - 201,5 - 204,5 - 208,5 - 213,5 - 218 - 222 - 228 - 230 - 234.

---

(7) " Gazz. Chim. Ital. „, *51*, II, 216 (1921).

Digitized by Google

Dimetilgliossima-Xantone.



IV. — **Metiletilgliossima-Xantone.**

La metiletilgliossima $CH_3 . C(:NOH) . C(:NOH) . C_2H_5$ venne preparata secondo le indicazioni della Nota I [8]; cristallizzata dall'alcool acquoso fondeva a 172°.

Le miscele prese in esame sono 18; costruite le due curve, si osserva in entrambe una deviazione che indica chiaramente la formazione del composto

$$1\,CH_3 . C(NOH) . C(:NOH) . C_2H_3 + 1\,C_6H_4\langle\begin{matrix}O\\CO\end{matrix}\rangle C_6H_4 .$$

---

[8] " Gazz. Chim. Ital. „, *51*, II, 219 (1921). — In questa Nota, per un errore di stampa, è stato detto di impiegare idrossido di *sodio*, mentre occorrono invece 350 cc. di idrossido di *potassio* al 10 %.

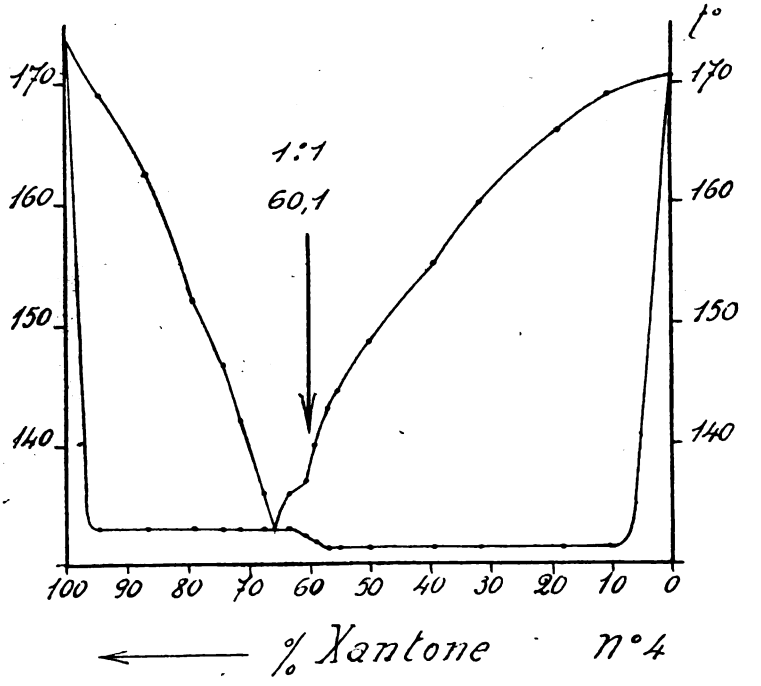
Digitized by Google

Percentuali in xantone delle miscele: 100 - 94,8 - 86,4 - 78,6 - 74,2 - 71,6 - 67,2 - 63 - 60,7 - 59 - 56,9 - 55,1 - 50 - 39,8 - 31,3 - 18,2 - 10,6 - 0.

Temperature di inizio di fusione: 173,5 - 133 - 133 - 133 - 133 - 133 - 133 - 133 - 132,5 - 132 - 131,5 - 131,5 - 131,5,- 131,5 - 131,5 - 131,5 - 131,5 - 172.

Temperature di fine di fusione: 173,5 - 169 - 162,5 - 152 - 146,5 - 142 - 136 - 136 - 137 - 140 - 143 - 144,5 - 148,5 - 155 - 160 - 166 - 168,5 - 172.

Metiletilgliossima-Xantone.



V. — Metilgliossima-Antipirina.

Operando in modo analogo a quello già descritto per lo xantone ed impiegando antipirina fusibile a 113° si fecero 19 miscele. Nel diagramma si nota per la curva inferiore un

Digitized by Google

massimo, in corrispondenza del 68,8 % di antipirina, il quale indica la formazione di un composto

$$1\,CH_3 . C(:NOH) . C(:NOH) . H + 1\,(CH_3)_2\,(C_3HON_2)\,C_6H_5$$

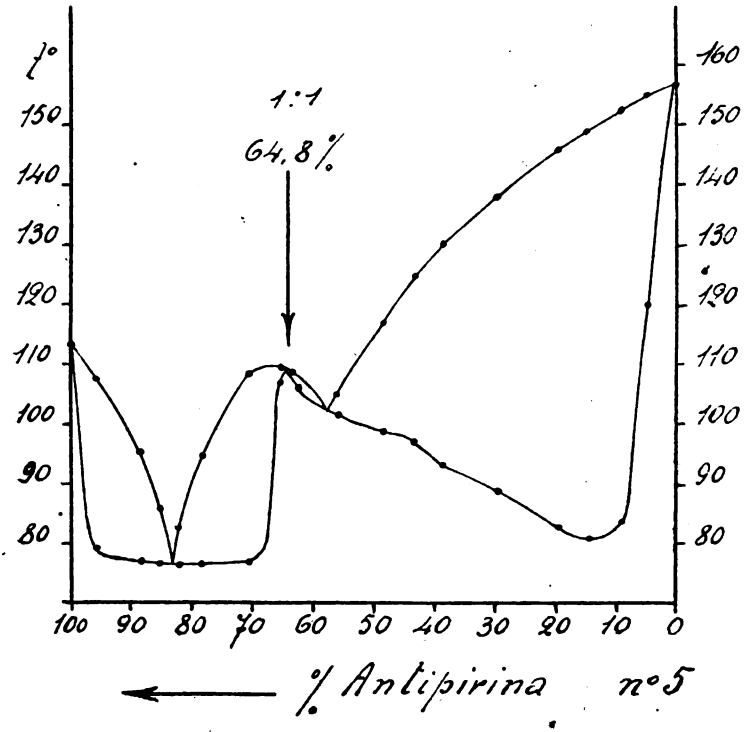
che fonde omogeneamente.

Percentuali in antipirina delle miscele: 100 - 95,6 - 88,5 - 85,5 - 82 - 78,7 - 70,3 - 65,6 - 62,3 - 55,7 - 48,7 - 43,2 - 38,9 - 29,6 - 19,7 - 14,8 - 9,6 - 4,9 - 0.

Temperature di inizio di fusione: 113 - 79 - 77 - 76,5 - 76,5 - 76,5 - 77 - 107 - 106 - 101,5 - 99 - 97 - 92,5 - 88 - 83 - 81 - 84 - 120 - 156,5.

Temperature di fine di fusione: 113 - 107,5 - 95 - 85,5 - 82,5 - 94 - 108,5 - 109,5 - 109 - 105 - 117 - 124,5 - 130 - 138 - 145 - 148,5 - 152 - 155 - 156,5.

Metilgliossima-Antipirina.



Digitized by Google

VI. — Dimetilgliossima-Antipirina.

Dal diagramma costruito con le osservazioni su 17 miscele appare, in corrispondenza della percentuale 76,42 in antipirina, una forte deviazione delle due curve, la quale dimostra la formazione del composto

$$1\,CH_3 . C(:NOH) . C(:NOH) . CH_3 + 2\,(CH_3)_2\,(C_3HON_2)\,C_6H_5 .$$

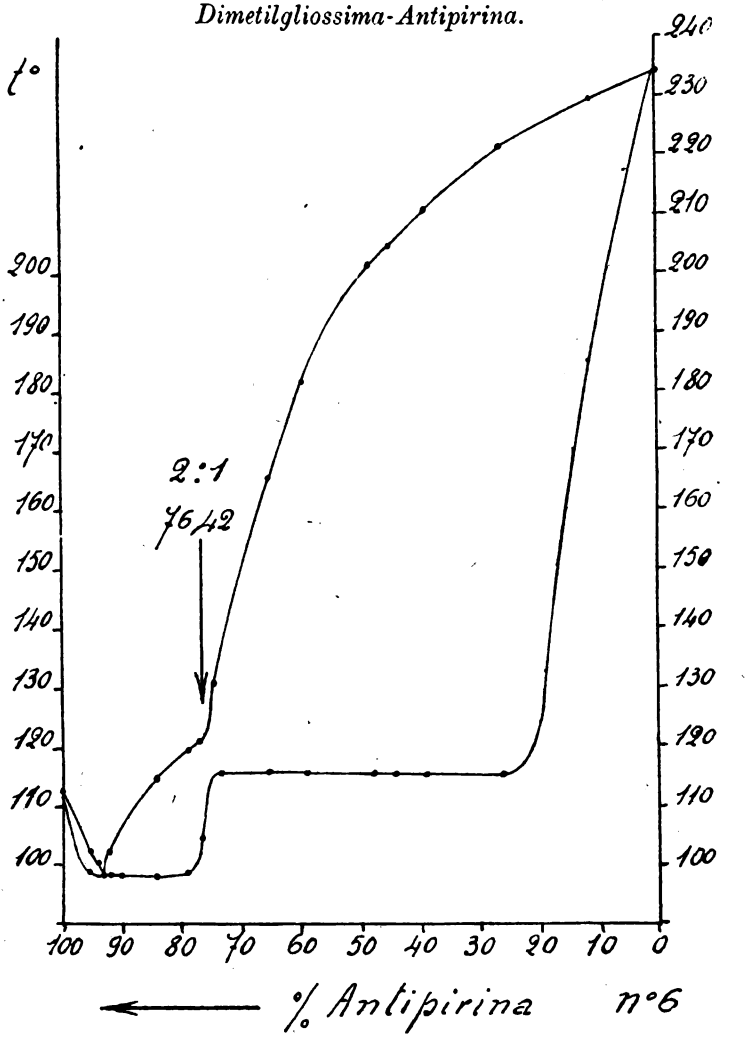
Le miscele, ad eccezione di quella contenente l'11 % di antipirina che ingiallì leggermente, non presentarono indizio di decomposizione.

Percentuali di antipirina delle miscele: 100 - 95,1 - 93 - 92,5 - 90,7 - 84,7 - 79,2 - 77,3 - 73,5 - 65,1 - 58,6 - 47,6 - 44,9 - 39,7 - 27 - 11 - 0.

Temperature di inizio di fusione: 113 - 99 - 98,5 - 98,5 - 98,5 - 98 - 99 - 104,5 - 116 - 116 - 115,5 - 115,5 - 115,5 - 115,5 - 115 - 185 - 234.

Temperature di fine di fusione: 113 - 106,5 - 102 - 101,5 - 102,5 - 115 - 119,5 - 121 - 131 - 165,5 - 182 - 201,5 - 204,5 - 210,5 - 221 - 229 - 234.

Digitized by Google



VII. — **Metiletilgliossima-Antipirina.**

Mentre l'antipirina forma con le precedenti diossime un solo composto, ne dà due con la metiletilgliossima: uno

$1\,CH_3 . C(:NOH)\,C(:NOH) . C_2H_5 + 1\,(CH_3)_2\,(C_3HON_2)\,C_6H_5$

fondente omogeneamente; l'altro

$1\,CH_3 . C(:NOH)\,C(:NOH) . C_2H_5 + 2\,(CH_3)_2\,(C_3HON_2)\,C_6H_5$

Digitized by Google

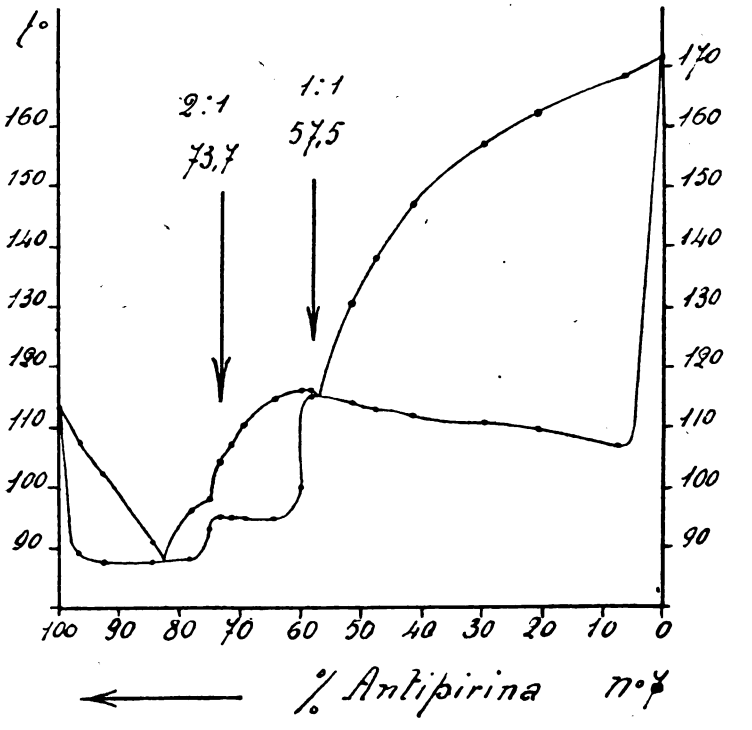
fondente non omogeneamente, come risulta dalle curve costruite con 21 osservazioni. Il primo composto si ha per una percentuale del 57,5 di antipirina, il secondo per il 73,7 %.

Percentuali in antipirina delle miscele: 100 - 96,7 - 92,5 - 91,2 - 84,8 - 78,3 - 75 - 72,5 - 71,6 - 69,8 - 64,8 - 60 - 58,1 - 54 - 51,6 - 47,3 - 41,3 - 29,8 - 20,3 - 7,1 - 0.

Temperature di inizio di fusione: 113 - 89 - 87 - 87,5 - 87,5 - 88 - 93,5 - 95 - 95 - 95 - 95 - 100 - 115 - 114 - 114 - 113 - 112 - 111 - 109,5 - 107 - 172.

Temperature di fine di fusione: 113 - 107,5 - 102,5 - 101,5 - 91 - 96,5 - 98,5 - 104 - 107,5 - 110 - 114,5 - 115,5 - 115,5 - 123,5 - 130,5 - 138 - 147 - 157 - 162 - 168,5 - 172.

Metiletilgliossima-Antipirina.



Torino. - Istituto Chimico della R. Università.
Luglio 1926.

Digitized by Google

CLASSI UNITE

Adunanza del 27 Giugno 1926

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE FRANCESCO RUFFINI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti:

della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali: i Soci D'Ovidio, Peano, Mattirolo, Grassi, Somigliana, Panetti, Ponzio, Majorana, Herlitzka, Pochettino, Boggio, Repossi;

della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche: i Soci De Sanctis, Patetta, Faggi, Bertoni, Rondolino e Vidari che funge da Segretario.

Scusano l'assenza i Soci Stampini, Cian, Guidi, Brondi, Luzio, Sacco, Parona, Einaudi, Solari.

Letto e approvato il verbale dell'adunanza precedente, il Presidente apre la discussione sul primo oggetto posto all'ordine del giorno: *Nomina dell'oratore per l'inaugurazione dell'anno accademico 1926-27.* Ricorda anzitutto che per anteriore deliberazione dell'Accademia si dovrà riprendere con l'anno prossimo la solennità delle cerimonie inaugurali con la relazione dei Segretarii delle due Classi sui lavori accademici e con un discorso scientifico adatto alla circostanza. Per la scelta dell'oratore egli si rimette al criterio dell'Assemblea.

Il Socio Grassi propone che si segua la norma del sorteggio.

Digitized by Google

Il Socio De Sanctis, riferendosi al primo articolo dello Statuto, fa osservare che converrebbe dare la precedenza alla Classe di Scienze fisiche e matematiche.

Grassi ritira la propria proposta; onde il Presidente mette ai voti la proposta De Sanctis, la quale viene approvata.

Il Presidente quindi si riserva di accordarsi col Vice Presidente Parona per la scelta dell'oratore.

E così resta convenuto.

Il Presidente propone di dare la precedenza, nella trattazione degli oggetti posti all'ordine del giorno, ai numeri 4 e 5: *Rendiconto finanziario dell'esercizio 1925, Bilancio preventivo per il 1926*. L'Accademia approva; e si dà quindi la parola al Socio Panetti, il quale analizza gli elementi di cui si costituisce il Rendiconto finaziario dell'esercizio 1925, soffermandosi in particolar modo sulla spesa per la stampa delle *Memorie* e sulla necessità di riprenderne la pubblicazione, sulla interruzione a cui da tempo l'Accademia è costretta nell'acquisto di libri, onde talune preziose raccolte restano sospese, e sulle spese incontrate per la manutenzione dell'edificio.

Il Presidente mette ai voti la proposta di approvazione del Rendiconto finanziario 1925: è approvato all'unanimità.

Il Socio Panetti, riprendendo la parola, riferisce intorno al Bilancio preventivo del 1926, facendo alcuni rilievi intorno alla tassa di manomorta, al maggiore introito per la vendita di *Atti* accademici, allo stanziamento di somma per nuovi acquisti.

Il Presidente mette in votazione la proposta di approvazione, che risulta accolta alla unanimità; e quindi segnala le benemerenze del Socio Tesoriere, sia per rispetto alla difesa del patrimonio accademico, sia per rispetto all'amministrazione generale e alla relazione finanziaria.

L'Accademia unanime tributa un plauso al Socio Tesoriere Panetti.

Il Socio De Sanctis propone infine la nomina di una Com-

Digitized by Google

missione per l'erogazione della somma stanziata in bilancio per l'acquisto di libri.

La proposta, messa ai voti dal Presidente, è accolta.

Si passa alla discussione sul 3° oggetto posto all'ordine del giorno: *Relazione della Commissione incaricata di studiare eventuali proposte di modificazioni allo Statuto.*

Il Socio Panetti legge la sua relazione che, seguìta con molta attenzione dai presenti, è salutata alla fine da unanime plauso. Essa è annessa al presente verbale.

Il Presidente ringrazia il relatore per la fedeltà onde ha riprodotte le discussioni della Commissione, e per la chiarezza onde ha esposte e riassunte le conclusioni, che sono per la conservazione immutabile del vigente Statuto, e ad un tempo per una rigida applicazione delle sue norme. Conforta la conclusione stessa con opportuni accenni ai pericoli e alle difficoltà di una riforma dello Statuto, e a quelli, anche maggiori, che si opporrebbero a qualsiasi ritocco delle RR. Patenti del 1823. Dichiara che se l'Accademia vorrà, come è proposto, la rigorosa applicazione dell'art. 22 dello Statuto, egli ne sarà un vigile e pronto esecutore.

Il Socio Faggi dichiara che, pur avendo in principio dissentito dalla conclusione della Commissione ed essendosi riservato di fare, se occorresse, una relazione di minoranza, alla fine vi ha rinunciato per amore di concordia, e nella speranza che l'esperienza nuova possa ovviare agli inconvenienti lamentati.

Messa ai voti la proposta della Commissione, essa è approvata alla unanimità.

Il Presidente dà la parola al Socio Somigliana, il quale riferisce sul terzo volume delle *Opere di Alessandro Volta*, mettendo in rilievo, con interessanti accenni, l'importanza di una lettera del Volta ventenne, da lui Somigliana scoperta nella Biblioteca di S. M. il Re, e riferendo brevemente intorno ad altre intuizioni del grande scienziato.

Digitized by Google

Il Presidente prende argomento dalla comunicazione del SOMIGLIANA per pregarlo di tenere lui stesso il discorso inaugurale dell'Accademia su argomento appunto di scienza voltiana, tanto più che l'anno venturo ricorre il centenario della morte del Volta. SOMIGLIANA accetta.

Gli Accademici Segretari:
ORESTE MATTIROLO
GIOVANNI VIDARI

Digitized by Google

PREMIO DI FONDAZIONE POLLINI

Alla fine dell'anno 1926, l'Accademia Reale delle scienze di Torino conferirà un premio di fondazione del cav. Dr. Giacomo Pollini. Esso sarà di Lire 1200, e sarà conferito alla migliore monografia storica degli attuali Comuni delle antiche provincie piemontesi, dattilografata ovvero stampata nel decennio 1915-1924, sul genere di quella dello stesso Dr. Pollini pubblicata in Torino nel 1896 sul comune di Malesco. Sono esclusi i Comuni capoluogo di provincia e circondario, ad eccezione di quelli di Domodossola e di Pallanza.

A tale premio potranno concorrere solamente scrittori di dette provincie.

I concorrenti dovranno consegnare entro il 31 ottobre prossimo i loro lavori stampati o dattilografati.

L'Accademia non restituirà agli autori nè le opere a stampa, nè quelle dattilografate presentate al concorso.

Torino, luglio 1926.

Digitized by Google

PROGRAMMA

PER IL

XXIV PREMIO BRESSA

La Reale Accademia delle Scienze di Torino, conformandosi alle disposizioni testamentarie del Dottore CESARE ALESSANDRO BRESSA, annunzia che il *ventiquattresimo premio Bressa* sarà conferito a quello **Scienziato italiano**, il quale durante il quadriennio 1921-1924 " avrà fatta, a giudizio dell'Accademia, la " più insigne ed utile scoperta, o prodotta l'opera più celebre " in fatto di scienze fisiche e sperimentali, storia naturale, " matematiche pure ed applicate, chimica, fisiologia e patologia, " non escluse la geologia, la storia, la geografia e la statistica ".

La somma destinata al premio, dedotta la tassa di ricchezza mobile, sarà di Lire italiane **9000** (novemila).

Gli Autori, i quali desiderino richiamare l'attenzione della Accademia sulle loro opere, potranno inviarle alla Segreteria dell'Accademia non oltre il 31 dicembre 1926. Esse dovranno essere stampate e non saranno restituite. Non si terrà conto dei manoscritti e dei lavori dattilografati.

L'Accademia aggiudicherà il premio allo Scienziato che le sembrerà più meritevole, abbia o no presentato le sue opere.

A nessuno dei Soci nazionali dell'Accademia, residenti o non residenti, potrà essere conferito il premio.

Torino, 30 agosto 1926.

Il Presidente dell'Accademia
FRANCESCO RUFFINI

L'Accademico Segretario
della Classe
di scienze fisiche, matematiche e naturali
ORESTE MATTIROLO

L'Accademico Segretario
della Classe
di scienze morali, storiche e filologiche
GIOVANNI VIDARI

Digitized by Google

INDICE

DEL VOLUME LXI.

Presidenti della Reale Accademia delle Scienze di Torino dalla sua fondazione . . . . . *Pag.* III

Elenco degli Accademici Nazionali residenti, Nazionali non residenti, Stranieri e Corrispondenti al 31 Dicembre 1925 . . . » V

Mutazioni avvenute nel Corpo accademico dal 1° gennaio al 31 dicembre 1925 . . . . . » XX

Premio di fondazione Gautieri (Storia 1922-1924) . . . . » XXIII
» di fondazione Pollini . . . . . » 381
» di fondazione Bressa (1921-1924) . . . . . » 382

Adunanze:

Sunti degli Atti verbali della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali . . . . . » 1, 63, 74, 126, 137, 159, 161, 163, 169, 185, 229, 264, 275, 317, 335.

Sunti degli Atti verbali delle Classi Unite . . . . » 61, 245, 271, 272, 377.

Burzio (Filippo). — Sull'equazione differenziale della derivazione dei proietti . . . . . » 94

Colla (Silvia). — Sull'organo d'assorbimento della specie del genere *Laboulbenia* Rob. . . . . » 165

Fenoglio (Massimo). — Nuovo contributo allo studio della zona mineralizzata di Cogne (Val d'Aosta) . . . . . » 78

— Pirargirite e Proustite del Sarrabus (Sardegna) . . . . » 357

Garelli (Felice) e Monath (Ernesto). — Determinazioni crioscopiche sopra soluzioni di gas (Note 1ª e 2ª) . . . . . » 4, 12

Giaj Levra (Piero). — Diatomee postglaciali della Torbiera di Trana » 266

Giua (Michele) e Thumiger (Lino). — Sulla disidratazione pirogenica dei fuseloli . . . . . » 149

Guidi (C.). — Una questione di priorità . . . . . » 21

Mattirolo (Oreste). — I vegetali scoperti nella Tomba dell'Architetto Khà e di sua moglie Mirit nella Necropoli di Tebe, dalla Missione Archeologica italiana diretta dal Senatore E. Schiaparelli » 277

Monath (Ernesto), vedi Garelli (Felice).

Digitized by Google

Mònterin (Umberto). — Sul lembo pliocenico marino ora scoperto a Casanova Lanza (Como) . . . . . *Pag.* 119
Odone (Vincenzo). — Oscillazioni trasversali di una sbarra provocate da moto translatorio periodico di un'estremità. Influenza degli attriti . . . . . „ 187
Panetti (Modesto). — Sul calcolo delle sollecitazioni dovute al forzamento nelle verifiche degli organi meccanici . . . . „ 138
Parona (C. F.). — Fauna a rudiste, ed una sua nuova forma, di Villa Vallelonga in Abruzzo . . . . . „ 337
Pelosi (Luisa). — Un'applicazione idrodinamica della funzione di Green . . . . . „ 301
Perucca (Eligio). — Tensione superficiale e facce cristalline . „ 318
Pierantoni (Umberto). — Commemorazione di Battista Grassi „ 231
— Un nemertino del Piemonte . . . . . „ 238
Pistolesi (Enrico). — Lo slittamento elastico nelle trasmissioni con cingoli . . . . . „ 180
— Slittamento elastico nel rotolamento . . . . . „ 203
Rosa (Daniele). — Commemorazione di Tommaso Salvadori . „ 53
Sacco (Federico). — L'età degli Argilloschisti ofitiferi dell'Appennino . . . . . „ 23
— Il Glacionevato della Maddalena (Colli Torinesi) . . „ 87
— Domos de Gianas di Scampilis (Perdasdefogu) . . . „ 128
— Osservazioni geo-speleologiche in Val di Pesio . . . „ 343
Segre (Beniamino). — I sistemi semplicemente infiniti di superficie (in particolare piani e sfere) e le loro traiettorie ortogonali „ 172
Semeria (G.) e Bocca (B.). — Ricerche sulle diossime . . „ 364
Silva (Giovanni). — Sulle osservazioni di latitudine col metodo di Horrebow-Talcott applicato ad una sola stella zenitale . „ 65
— Sulla pressione delle osservazioni di gravità relativa, compensate col metodo del Venturi . . . . . „ 247
Somigliana (Carlo). — Intorno ad alcune questioni di elastostatica (Nota 2ª) . . . . . „ 101
Thumiger (Lino), vedi Giua (Michele).
Vocca (Paolo). — La registrazione automatica dei segnali radiotelegrafici e un nuovo metodo per la eliminazione degli errori di registrazione nelle determinazioni di longitudine (con 1 Tavola) „ 210

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

ISTITUTO DI FISICA
DELLA R. UNIVERSITÀ
ROMA

Inventario N.

P 5247

Digitized by Google